

**К ВЫБОРУ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ПОЛЮСНОЙ СИСТЕМЫ  
МАШИН ПОСТОЯННОГО ТОКА  
С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ КОМБИНИРОВАННЫМ  
ВОЗБУЖДЕНИЕМ**

Ю. Н. КРОНЕБЕРГ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры электрооборудования АЭМФ)

Существующие методы расчета рассматриваемых машин (рис. 1) позволяют по заданным размерам надежно рассчитать выходные характеристики [1, 2, 3]. Выбору оптимальных размеров внимания практически не уделялось. Эта задача значительно сложнее и в общей постановке не решена даже для более простых машин электромагнитного

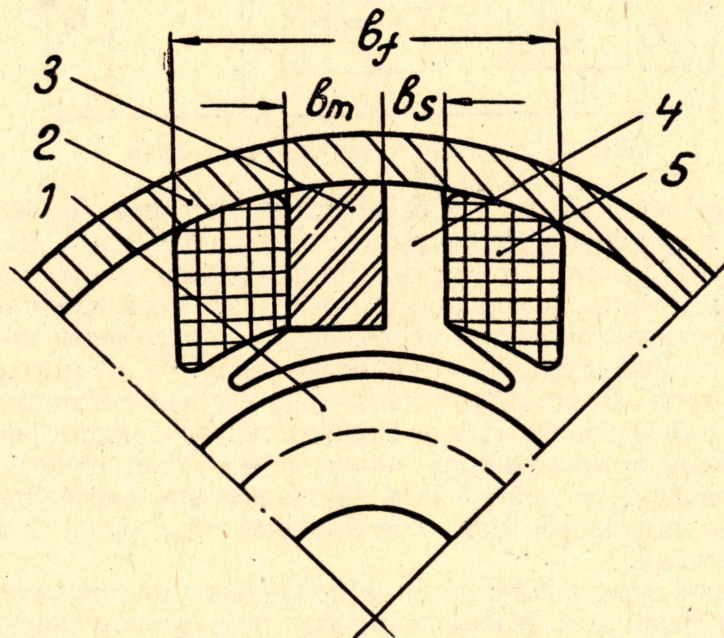


Рис. 1. Магнитная система. 1 —якорь, 2 — ярмо, 3 — магнит, 4 — сердечник полюса, 5 — катушка обмотки возбуждения

возбуждения. Их проектирование базируется на обобщении накопленного опыта, который во многом распространяется и на машины комбинированного возбуждения, позволяя, в частности, удовлетворительно выбрать геометрию воздушного зазора, а также все размеры ярма и якоря. Основные затруднения связаны с выбором размеров



(материалы обычно predeterminedены) наиболее специфичного узла — полюсной системы. Критерием ее оптимальности, как правило, служит минимум номинальной мощности возбуждения

$$P_{\text{вн}} = \frac{F_{\text{вн}}^2}{\omega^2} R_t, \quad (1)$$

где

$F_{\text{вн}}$  — номинальная н. с. возбуждения катушки, а;  
 $R_t$  — сопротивление обмотки при рабочей температуре, ом;  
 $\omega$  — число витков в катушке.

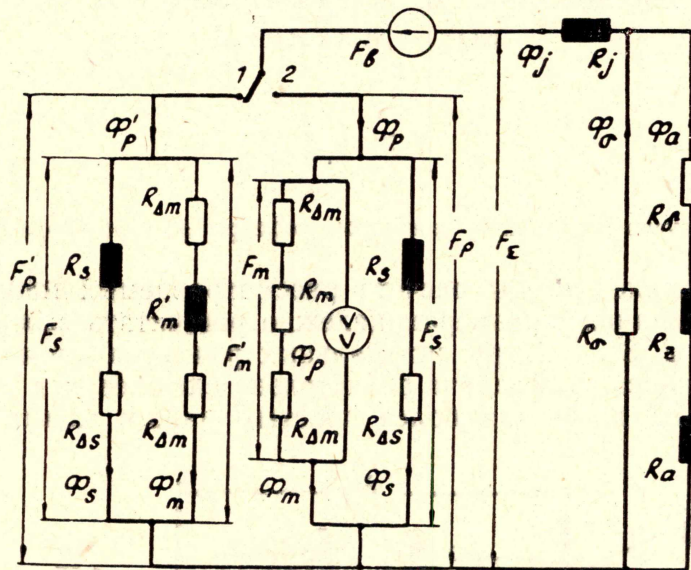


Рис. 2. Схема замещения магнитной цепи.

Одновременно должно обеспечиваться надежное самовозбуждение и достаточная глубина регулирования, т. е. начальная э. д. с. (обмотка возбуждения обесточена) холостого хода должна иметь определенное значение или лежать в заданных пределах. Поставленные условия позволяют свести поиск оптимума к анализу зависимости потока полюса  $\Phi_p$  от н. с. возбуждения на холостом ходу. Для этого, пользуясь методами расчета электромагнитных машин, нужно найти номинальную э. д. с. якоря (погрешность такого расчета связана лишь с несущественным завышением потока реакции якоря, преимущественно его продольной составляющей), а далее, зная проводимость рассеяния полюсов, определить номинальный  $\Phi_{pн}$  и начальный  $\Phi_{p0}$  (или диапазон его изменения) потока.

Следующий этап заключается в получении аналитической зависимости номинальной н. с. возбуждения  $F_{\text{вн}}$ , что существенно осложняется нелинейностью схемы (рис. 2) замещения магнитной цепи (нелинейные сопротивления затемнены), положенной в основу проверенных расчетных методик [1, 2, 3].

Имеющихся данных достаточно, чтобы рассчитать и построить (рис. 3) только внешнюю по отношению к полюсу вебер-амперную характеристику  $\Phi_j (F_{\Sigma})$ , задавшись для этого рядом значений потока якоря  $\Phi_a$ , нужно рассчитать соответствующие падения н. с. на магнитных сопротивлениях воздушного зазора  $R_{\delta}$ , зубцов  $R_z$  и спинки якоря  $R_a$ , далее, зная магнитное сопротивление рассеяния  $R_s$ , вычислить потоки рассеяния  $\Phi_s$  и, складывая их с потоками  $\Phi_a$ , получить потоки



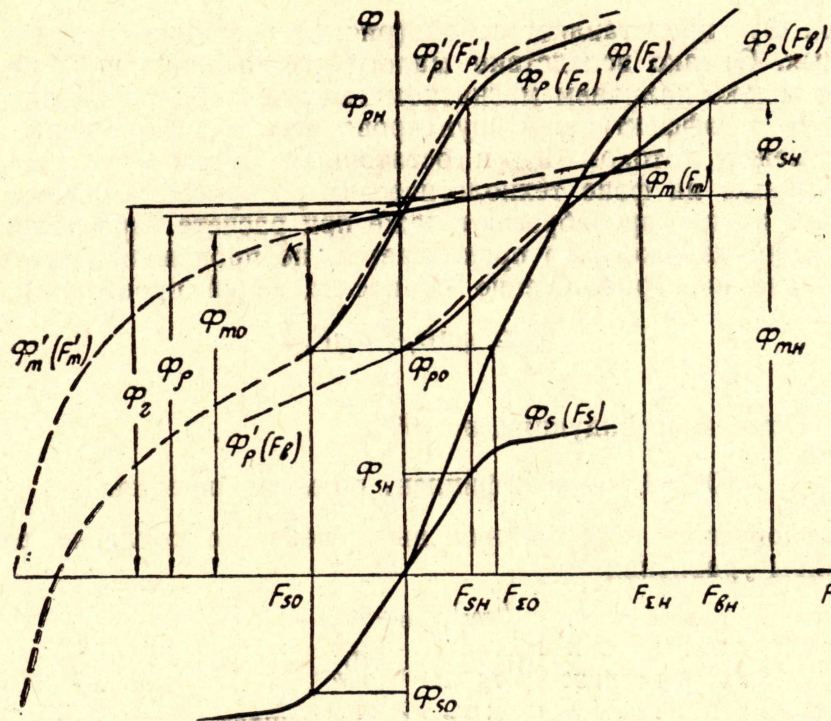


Рис. 3. Диаграмма магнита

ярма  $\Phi$  и падения н. с. на магнитном сопротивлении ярма  $R_j$ ; сумма падений н. с. в воздушном зазоре, зубцах, спинке и ярме будет равна н. с.  $F_\Sigma$ . Допустим, что сечения магнита  $m$  и сердечника  $s$  известны (речь, по существу, идет только об их ширине  $b_m$  и  $b_s$ , т. к. длина  $l_p$  predeterminedена размерами якоря). Тогда, зная расчетную высоту магнита  $h_m$  и сердечника  $h_s$ , можно построить (рис. 3) характеристики ветвей нестабилизированного магнита (переключатель на рис. 2 в положении 1)  $\Phi'_m(F'_m)$  и сердечника  $\Phi_s(F_s)$ . Сумма этих потоков при  $F_s = F'_m = F'_p$  дает характеристику полюса  $\Phi_p(F'_p)$ , а сложение н. с.  $F'_p$  и  $F_\Sigma$  при  $\Phi_p = \Phi_j$  — зависимость потока полюса с нестабилизированным магнитом от н. с. обмотки возбуждения  $\Phi'_p(F'_p)$ .

Стабилизация магнитов (переключатель на рис. 2 переводится в положение 2) рассматриваемых машин обычно происходит [1] на холостом ходу при отключенной обмотке возбуждения (если, разумеется, невозможно ее встречное включение). Точка отхода рабочей вебер-амперной характеристики — прямой  $\Phi_m(F_m)$ , которая затем используется вместо кривой  $\Phi'_m(F'_m)$  для построения искомой зависимости  $\Phi_p(F'_p)$ , — находится графически (рис. 3) по потоку  $\Phi_{p0}$ . Уравнение этой прямой имеет вид

$$\Phi_m = \Phi_p + m\gamma E_m, \quad (2)$$

где

$\Phi_p$  — остаточный поток стабилизированного магнита, вб,

$\gamma = \frac{\rho}{h_p + 1,6 \cdot 10^6 \Delta_m \rho}$  — удельная проводимость ветви магнита

(на единицу площади), вб/м<sup>2</sup> а,

$\rho$  — коэффициент возврата сплава, гн/м,

$\Delta_m$  — стыковой зазор магнита, м.



Поток  $\Phi_p$  представляет собой (рис. 3) сложную функцию многих переменных. Однако вследствие малого размагничивания, что объясняется не только наличием магнитномягких башмаков и малой продольной н.с., но и эффективным шунтированием магнитов сердечниками, различие между потоком  $\Phi_p$  и остаточным потоком  $\Phi_r$  становится незначительным на фоне технологических разбросов. Поэтому размагничиванием иногда пренебрегают даже при расчете характеристик [2]. На основании изложенного предлагается, не производя расчета режима стабилизации, приближенно (с последующей проверкой) принять

$$\Phi_m \cong \eta m B_r + m \gamma F_m, \quad (2a)$$

где

$B_r$  — остаточная индукция, вб/м<sup>2</sup>,

$\eta = \frac{\Phi_p}{\Phi_r} = 0,9 \div 1,0$  — коэффициент размагничивания.

Когда обмотка возбуждения выключена, то согласно рис. 2 и 3 справедливы уравнения

$$F_{\Sigma 0} + F_{s0} = 0, \quad (3)$$

$$\Phi_{m0} + \Phi_{s0} = \Phi_{p0}, \quad (4)$$

в которых кроме потока  $\Phi_{p0}$  (пока будем считать, что задано его фиксированное значение) известна н.с.  $F_{\Sigma 0}$  ( $\Phi_{p0}$ ) и, следовательно,  $F_{s0} = F_{m0} = -F_{\Sigma 0}$ . Отсюда уже легко найти индукцию сердечника  $B_{s0}$  (она всегда отрицательна), т.к. зависимость  $B_s$  ( $F_s$ ), когда расчетная высота сердечника  $h_s$  и стыковой зазор  $\Delta_s$  заданы, известна (рис. 4). Тогда согласно уравнению (2a) имеем

$$\Phi_{m0} = \eta m B_r - m \gamma F_{\Sigma 0} = m B_{m0}, \quad (5)$$

где  $B_{m0}$  — индукция магнита при выключенной обмотке возбуждения. Учитывая, что  $\Phi_{s0} = s B_{s0}$ , из уравнений (4) и (5) получим важное выражение

$$s = \frac{\Phi_{p0} - m(\eta B_r - \gamma F_{\Sigma 0})}{B_{s0}}, \quad \text{м}^2, \quad (6)$$

из которого следует, что при постоянном начальном потоке  $\Phi_{p0}$  сечения магнита и сердечника могут принимать множество значений, но должны оставаться пропорциональными. Задача оптимизации заключается в том, чтобы из этого множества выбрать такое сочетание, которое бы обеспечивало минимум номинальной мощности возбуждения. Существование экстремума очевидно: при малом сечении магнита мало сечение сердечника и, следовательно, велико падение н.с. и велика мощность возбуждения, с увеличением сечения магнита увеличивается суммарная ширина полюса и соответственно уменьшается сечение катушки, т.е. растет ее сопротивление, и мощность возбуждения также увеличивается.

Когда машина на холостом ходу развивает э.д.с., соответствующую номинальному режиму, то согласно рис. 2 и 3 справедливы уравнения:

$$F_{\Sigma H} + F_{sH} = F_{вн}, \quad (7)$$

$$\Phi_{mH} + \Phi_{sH} = \Phi_{pH}. \quad (8)$$

Подставляя в уравнение (8) поток  $\Phi_{mH}$ , найденный из уравнения



(2а), при  $F_m = F_{mн} = F_{сн}$  и учитывая, что  $\Phi_{сн} = sB_{сн}$ , получим зависимость

$$\eta m B_r + m \gamma F_{сн} + s B_{сн} = \Phi_{рн}, \quad (9)$$

в которой  $B_{сн}$  представляет собой известную заданную графически (рис. 4) нелинейную функцию от н.с.  $F_{сн}$ . Чтобы с помощью уравнения (9) н.с.  $F_{сн}$  представить аналитически, графическую зависимость необходимо аппроксимировать аналитически. Поскольку аппроксимирующее выражение должно удовлетворительно соответствовать реальной зависимости лишь при найденных впоследствии оптимальных размерах (т. е. в итоге нужна только одна точка кривой, а практически — некоторый предполагаемый диапазон), то целесообразно принять наиболее простую линейную аппроксимацию:

$$B_s = B_x + \kappa F_s, \quad (10)$$

где коэффициент  $\kappa$  имеет размерность удельной проводимости,  $вб/м^2а$ .

Наиболее вероятное положение рабочей точки на кривой рис. 4 — в районе «колена» (пока сердечник ненасыщен — его выгодно загружать для уменьшения ширины полюса и увеличения сечения обмотки возбуждения, однако переход за «колено», мало отражаясь на сечении обмотки, ведет к резкому увеличению н. с. возбуждения, исходя из чего и должны выбираться параметры  $B_x$  и  $\kappa$ ).

Полагая в уравнении (10)  $B_s = B_{сн}$  и  $F_s = F_{сн}$  и решая его совместно с уравнением (9), найдём номинальное падение н. с. в сердечнике

$$F_{сн} = \frac{\Phi_{рн} - \eta m B_r - s B_x}{m \gamma + s \kappa}. \quad (11)$$

Подставив величину  $s$  из уравнения (6) в уравнение (11), а затем результат — в уравнение (7), получим искомое аналитическое выражение н. с. обмотки возбуждения в виде функции сечения магнита

$$F_{вн} = \frac{B_{s0}(\eta B_r - \gamma F_{сн}) - (\eta B_r - \gamma F_{с0})(B_x - \kappa F_{сн})}{\kappa(\eta B_r - \gamma F_{с0}) - \gamma B_{s0}} \cdot \frac{A_1 - m}{A_2 - m}, \quad (12)$$

где

$$A_1 = \frac{\Phi_{рн} B_{s0} - \Phi_{р0}(B_x - \kappa F_{сн})}{B_{s0}(\eta B_r - \gamma F_{сн}) - (\eta B_r - \gamma F_{с0})(B_x - \kappa F_{сн})}, \quad M^2,$$

$$A_2 = \frac{\kappa \Phi_{р0}}{\kappa(\eta B_r - \gamma F_{с0}) - \gamma B_{s0}}, \quad M^2.$$

Теперь остается выразить через сечение магнита активное сопротивление катушки возбуждения

$$R_t = 2p\omega\rho_t \frac{L}{g}, \quad ом, \quad (13)$$

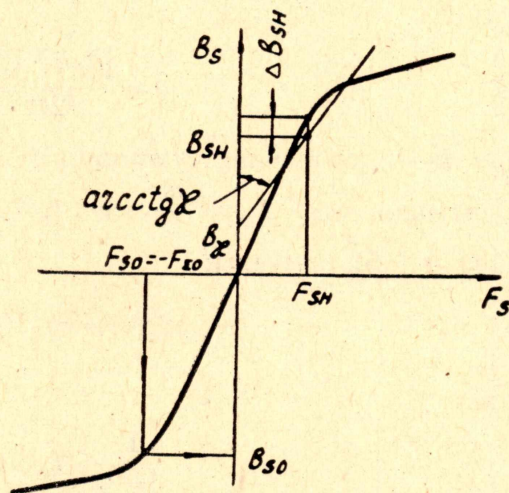


Рис. 4. Кривая намагничивания сердечника полюса



где

$\rho_t$  — удельное электрическое сопротивление,  $\text{ом мм}^2/\text{м}$ ,

$p$  — число пар полюсов,

$L$  — средняя длина витка,  $\text{м}$ ,

$q$  — сечение проводника,  $\text{мм}^2$ .

Считая, как обычно, катушку плоской, согласно рис. 1 имеем:

$$L = 2(l_p + b_m + b_s) + \frac{\pi}{2}(b_f - b_m - b_s), \quad (14)$$

$$q = \frac{[h_f k_3 \cdot 10^6]}{2\omega} (b_f - b_m - b_s), \quad (15)$$

где  $k_3$  — отношение суммарного сечения меди к сечению катушки.

Учитывая, что  $b_m = \frac{m}{l_p}$  и  $b_s = \frac{s}{l_p}$ , с помощью уравнений (6), (13), (14) и (15) получим:

$$R_t = 2p(4 - \pi) \cdot 10^{-6} \rho_t \frac{\omega^2}{h_f k_3} \cdot \frac{A_3 - m}{A_4 + m}, \quad (16)$$

где

$$A_3 = \frac{1}{4 - \pi} (4l_p + \pi b_f) l_p B_{s0} + \Phi_{p0}, \quad \text{м}^2,$$

$$\frac{\eta B_r - B_{s0} - \gamma F_{\Sigma 0}}{\eta B_r - B_{s0} - \gamma F_{\Sigma 0}},$$

$$A_4 = \frac{b_f l_p B_{s0} - \Phi_{p0}}{\eta B_r - B_{s0} - \gamma F_{\Sigma 0}}, \quad \text{м}^2.$$

Наконец, номинальная мощность возбуждения согласно уравнениям (1), (12) и (16)

$$P_{\text{вн}} = A \left( \frac{A_1 - m}{A_2 - m} \right)^2 \frac{A_3 - m}{A_4 - m}, \quad \text{вт}, \quad (17)$$

где

$$A = 2p(4 - \pi) \cdot 10^{-6} \frac{\rho_t}{h_f k_3} \cdot \frac{[B_{s0}(\eta B_r - \gamma F_{\Sigma \text{н}}) - (\eta B_r - \gamma F_{\Sigma 0})(B_x - x F_{\Sigma \text{н}})]^2}{[x(\eta B_r - \gamma F_{\Sigma 0}) - \gamma B_{s0}]^2}, \quad \text{вт}$$

Когда задано фиксированное значение  $\Phi_{p0} = \text{const}$ , то номинальная мощность возбуждения становится функцией лишь одной переменной — сечения магнита. Чтобы найти ее оптимальное значение в указанном выше смысле, нужно, как обычно, продифференцировать уравнение (17) и приравнять производную к нулю. В итоге получим квадратное уравнение, решение которого и дает оптимальную величину сечения магнита

$$m^* = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \text{м}^2, \quad (18)$$

где

$$a = 2(A_1 - A_2) - (A_3 + A_4), \quad \text{м},$$

$$b = 3A_1 A_3 + 2A_2 A_4 - A_1 A_4 - A_2 A_3, \quad \text{м}^2,$$

$$c = 2(A_1 - A_2) A_3 A_4 - (A_3 + A_4) A_1 A_2, \quad \text{м}^3.$$

Оптимальное сечение сердечника  $s^*$  определяется по уравнению



(6) при  $m = m^*$ , а по уравнениям (14), (15) — средняя длина витка  $L^*$  и сечение проводника  $q^*$  (число витков предполагается известным).

В общем случае зависимость  $\Phi_p$  ( $F_{в}$ ), рассчитанная с помощью существующих методик [1, 2, 3], при найденных выше размерах полюсной системы не пройдет через точки  $(0, \Phi_{p0})$  и  $(F_{вн}, \Phi_p)$ , что вызвано несколько произвольным выбором рабочей прямой возврата магнита и возможной погрешностью аппроксимации кривой намагничивания сердечника полюса (неточность параметров  $\eta$ ,  $B_x$  и  $\chi$ ). Величины отклонений нетрудно найти, произведя поверочный расчет. Если они не превышают  $5 \div 15\%$ , т. е. находятся на уровне обычных погрешностей расчета электрических машин, то дальнейшего уточнения не требуется. В противном случае нужно изменить параметры  $\eta$ ,  $B_x$  и  $\chi$  и произвести перерасчет.

Иногда вполне достаточной может оказаться относительно грубая оценка отклонений начального  $\Delta\Phi_{p0}$  и номинального  $\Delta\Phi_{pн}$  потоков, которую можно сделать и без проведения поверочного расчета. Для этого нужно построить кривую размагничивания магнита с сечением  $m^*$  и при н. с.  $F_{\Sigma 0}$  найти величину потока, который будет отличаться от потока  $\Phi_{m0}^*$ , найденного по уравнению (5), на величину  $\Delta\Phi_{m0}$ . Легко показать, что знаки отклонений  $\Delta\Phi_{m0}$  и  $\Delta\Phi_{p0}$  совпадают и

$$|\Delta\Phi_{p0}| < |\Delta\Phi_{m0}|. \quad (19)$$

Можно также показать, что

$$|\Delta\Phi_{pн}| < |\Delta\Phi_{m0}| + |s^* \Delta B_{s0}|, \quad (20)$$

где  $\Delta B_{sн}$  находится по кривой рис. 4 при н. с.  $F_{sн}$ , рассчитанной с помощью уравнения (11).

Значительно сложнее обстоит дело, когда начальный поток  $\Phi_{p0}$  может выбираться в некотором диапазоне. В этом случае в уравнение (17), все коэффициенты которого теперь будут функциями начального потока  $\Phi_{p0}$ , следовало бы подставить из уравнения (18) величину сечения магнита  $m^*$ , которое теперь также является функцией потока  $\Phi_{p0}$ , и полученное выражение номинальной мощности возбуждения продифференцировать по аргументу  $\Phi_{p0}$ , приравнять производную нулю и отсюда найти экстремальное значение начального потока  $\Phi_{p0}$ . Однако получается столь громоздкое уравнение, что решение его становится явно нецелесообразным (к тому же неясно, лежит ли экстремальное значение в заданной области). Значительно проще задаться несколькими значениями потока  $\Phi_{p0}$ , найти для них по уравнению (18) ряд сечений магнита, а по уравнению (17) подсчитать ряд номинальных мощностей возбуждения. Построив зависимости  $P_{вн}(\Phi_{p0})$  и  $m^*(\Phi_{p0})$ , уже несложно найти оптимальные значения  $\Phi_{p0}$  и  $m^*$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Б. Панферов. Расчет магнитной цепи регулируемых машин постоянного тока с постоянными магнитами. «Вестник электропромышленности». № 12, 1961.
2. Л. М. Паластин. Графоаналитический метод определения характеристик холостого хода регулируемых машин постоянного тока с постоянными магнитами. «Электричество». № 11, 1963.
3. Ю. Н. Кронеберг. Аналитический расчет характеристик холостого хода машин постоянного тока с последовательным комбинированным возбуждением. Электронные и электромеханические устройства. «Энергия», 1969.