

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОСТЕПЕННЫХ ОТКАЗОВ УСТРОЙСТВ АВТОМАТИКИ

Р. Н. ЛЮБЛИНСКИЙ, Ф. Ф. ИДРИСОВ

(Представлена научным семинаром
кафедры автоматике и телемеханики)

В связи с возрастанием сложности устройств автоматике и ответственности выполняемых ими задач обеспечение надежной работы этих устройств в течение длительных промежутков времени является весьма трудной задачей. Эффективность решения этой задачи в значительной степени определяется достоверностью предсказания безотказной работы элементов и устройства в целом.

Под прогнозированием безотказной работы понимается определение вероятностных характеристик работоспособного состояния, т. е. вероятности безотказной работы устройства в течение определенного промежутка времени, закона распределения времени безотказной работы, его отдельных моментов — среднего времени безотказной работы, дисперсии среднего времени и т. д.

Методы предсказания безотказной работы разделяются, прежде всего, по априорной информации, используемой для предсказания. В качестве априорной информации используются:

- а) статистика отказов элементов;
- б) логические и функциональные связи между состоянием отдельных элементов и выходными параметрами устройства;
- в) статистика процессов приближения отказов элементов;
- г) данные контроля процессов приближения отказов элементов в индивидуальном устройстве, для которого осуществляется прогноз;
- д) связь возмущающих факторов и выходных параметров устройства.

Априорная информация определяет точность прогнозирования, используемый математический аппарат и вид конечных результатов прогноза.

Методы прогнозирования безотказной работы, основанные на статистике отказов элементов и логических связях в устройстве, называемые также методами расчета внезапных отказов, требуют наименьшей априорной информации и являются наименее трудоемкими. Поэтому они получили наибольшее развитие. Но достоверность прогноза этими методами невысока, так как используется информация только о моментах наступления отказов. Между тем любому отказу устройства предшествуют накапливающиеся изменения внутри элементов, приводящие к отказам, так называемые процессы приближения отказов.

Процессы приближения отказов характеризуются рядом параметров, изменение которых представляет непрерывные случайные функции времени. Методы прогнозирования работоспособности, основанные на статистике процессов изменения параметров и логических или функциональных связях, называемые также методами расчета постепенных отказов, позволяют выполнить прогноз для совокупности одинаковых устройств и широко применяются на этапе проектирования.

На этапах хранения и эксплуатации существенной мерой обеспечения работоспособности является индивидуальное обслуживание устройств. Для эффективного обслуживания проводится диагностика состояния каждого устройства. Контроль параметров, осуществляемый при диагностике, позволяет накопить информацию об особенностях процессов возникновения отказов в каждом устройстве. Эта информация вместе с информацией о статистических свойствах процессов возникновения отказов позволяет выполнить прогнозирование для каждого отдельно взятого устройства — так называемое индивидуальное прогнозирование.

Индивидуальное прогнозирование работоспособности (ИПР) обладает наибольшей достоверностью прогноза, так как осуществляется с учетом особенностей процессов, приводящих к отказам в каждом отдельном устройстве.

ИПР имеет особо важное значение в устройствах автоматики, так как они состоят из значительно меньшего по сравнению с радиоэлектронными системами количества крупногабаритных элементов, являются обслуживаемыми устройствами; в элементах автоматики процессы возникновения отказов, как правило, являются контролируемыми; процессы накапливающихся изменений в элементах приводят к разрегулированию автоматически действующего устройства. Для ИПР автоматических устройств необходимо решить следующие задачи:

1. Выявить процессы, приводящие к отказам устройства.
2. Выбрать контролируемые параметры, описывающие эти процессы.
3. Выявить параметры, выход за пределы допуска которых представляет отказ устройства, и установить функциональные связи этих параметров с контролируемыми параметрами.
4. Рассчитать область допустимых значений параметров.
5. Выбрать метод индивидуального прогнозирования постепенных отказов (ИППО).

Актуальность проблемы ИПР, а также родственные задачи прогноза в других приложениях, например, при прогнозе параметров технологического процесса, в геологии, медицине, метеорологии и т. п. обусловили большое количество методов предсказания.

В настоящей работе предпринята попытка провести сравнительный анализ методов ИППО, причем работа не претендует на полноту обзора всех методов.

ИППО математически представляет собой задачу определения вероятностных характеристик первопрохождения одномерным или векторным случайным процессом, отрезок реализации которого известен, определенного уровня или поверхности, ограничивающих область допустимых значений этого процесса.

Основными методами ИППО являются:

1. Методы математического моделирования.
2. Методы распознавания образов.
3. Методы общей теории случайных процессов.
4. Методы теории марковских цепей.
5. Методы специальных испытаний.

ИППО путем математического моделирования заключается в определении вероятностных свойств апостериорных случайных процессов изменения параметров, т. е. процессов, являющихся продолжениями отрезков реализаций, полученных путем индивидуального контроля, моделирования этих процессов и фиксации моментов выхода моделей процессов за пределы допустимых значений.

Основной трудностью является определение вероятностных свойств апостериорных процессов.

Для широкого класса случайных процессов для определения вероятностных свойств апостериорных процессов применим метод канонического представления случайных функций [16, 17, 20].

Каноническое разложение априорного случайного процесса $X(t_k)$ ищется в следующем виде:

$$X(t_k) = m[X(t_k)] + \sum_{i=0}^k V_i X_i(t_k), \quad (1)$$

где: $m[X(t_k)]$ — математическое ожидание процесса $X(t_k)$;

V_i — случайные коэффициенты, обладающие свойствами

$$m[V_i] = 0; \quad m[V_i V_j] = 0 \quad \text{при } i \neq j;$$

$X_i(t_k)$ — неслучайные функции, удовлетворяющие требованиям

$$X_i(t_i) = 1 \text{ и } X_i(t_j) = 0 \text{ при } i > j.$$

Каноническое разложение апостериорного случайного процесса ищется путем последовательной замены коэффициентов V_i априорного разложения (1). В результате получают рекуррентное выражение для апостериорного случайного процесса:

$$X_n^{ps}(t_k) = m[X(t_k)] + \sum_{i=0}^k W_i X_i^n(t_k),$$

где:

n — количество известных значений процесса;

$$W_i = \begin{cases} \hat{X}(t_i) & \text{при } i \in R; \\ V_i & \text{при } i \in \bar{R}, \end{cases}$$

R — множество моментов времени, для которых известны значения реализации случайного процесса;

$$X_i^j(t_k) = \begin{cases} X_i^{(j-1)}(t_k) - X_i^{(j-1)}(t_{k_j}) \cdot X_{k_j}^{(j-1)}(t_k) & \text{при } i < k_j; \\ X_i^{(j-1)}(t_k) & \text{при } i \geq k_j, \end{cases}$$

$j = 0, 1, 2, \dots$, — количество используемых известных значений.

Метод канонического представления случайных функций дает хорошую аппроксимацию процессов, приводящих к отказам, однако требует большой работы по получению коэффициентов и функций разложения. Поэтому в некоторых случаях получение апостериорных случайных процессов проводится методом статистической линейаризации [10, 11, 12].

Процессы изменения параметров разделяются на две составляющие:

$$X(t) = \xi(t) + \gamma(t),$$

где: $\gamma(t)$ — кратковременные обратимые изменения, аппроксимируемые стационарным случайным процессом с $m[\gamma(t)] = 0$ и быстрозатухающей корреляционной функцией;

$\xi(t)$ — необратимые изменения, аппроксимируемые полуслучайной линейной моделью:

$$\xi(t) = a + bt,$$

где: a и b — случайные коэффициенты.

Апостериорный случайный процесс определяется путем вычисления коэффициентов a и b по известным значениям реализации случайного процесса. Аналогично определяется апостериорный процесс и для модели:

$$\xi(t) = a + bt^q,$$

где q — неслучайный коэффициент.

Статистическая линеаризация, как правило, является грубым приближением, но существенно упрощает как получение апостериорного процесса, так и моделирование. Моделирование случайных процессов проводится аналогично моделированию априорных процессов и, следовательно, в дальнейшем метод ничем не отличается от метода моделирования постепенных отказов в среднем для совокупности устройств. Моделирование может проводиться на аналоговых вычислительных машинах и ЭЦВМ.

Моделирование на аналоговых вычислительных машинах является предпочтительным, если уравнения, связывающие параметры элементов и выходные параметры устройства, неизвестны, а для аппроксимации процессов, происходящих в элементах, используются простые модели типа линейной. Моделирование работы устройства осуществляется на реальной физической модели, т. е. вместо отдельных элементов в общую структуру реального устройства включаются их аналоговые модели [5].

Для согласования моделей элементов и реального устройства могут быть использованы следящие системы [9]. Процесс моделирования хорошо автоматизируется при использовании дополнительного оборудования типа распределительных устройств и счетчиков электрических импульсов.

Моделирование на ЭЦВМ является предпочтительным, если моделируется все устройство в целом. При этом сложность моделей отдельных элементов не является определяющей. Для моделирования используется метод статистических испытаний [16, 21].

Моделирование на ЭЦВМ дает большие возможности по сравнению с аналоговым моделированием. В настоящее время накоплен большой опыт подобного моделирования. Сложность заключается в отыскании уравнений связи параметров элементов и выходных параметров устройства.

ИППО методами распознавания образов состоит из двух этапов: обучения (классификации) и распознавания.

На этапе обучения реализации векторного случайного процесса изменения параметров разбиваются на классы по времени нахождения процесса в области допустимых значений.

На основе достаточного количества реализаций процесса определяются вероятности каждого класса и по начальным отрезкам реализации условная вероятность попадания их в тот или иной класс.

Определение вероятности каждого класса, по существу, представляет собой прогнозирование работоспособности для совокупности подобных устройств.

На этапе распознавания анализируются начальный участок реализации векторного случайного процесса изменения параметров устройства и условная вероятность попадания этой реализации в каждый из

классов. Эти условные вероятности и представляют собой распределение времени безотказной работы индивидуального устройства.

ИППО методом распознавания образов получило развитие для устройств, описываемых одним или двумя параметрами [3, 7]. Точность метода определяется количеством реализаций, используемых для обучения. При одной и той же точности необходимое количество реализаций возрастает примерно пропорционально квадрату от числа параметров. Поэтому ИППО этим методом возможно после законченного цикла эксплуатации большого числа устройств.

Процесс распознавания осуществляется на ЭЦВМ и ИППО устройств, описываемых несколькими параметрами, требует большого объема памяти машины.

ИППО методами теории случайных процессов и теории марковских цепей заключается в решении векторного стохастического уравнения:

$$\bar{X}(t) - \bar{S}_0 = 0, \quad (2)$$

т. е. задачи первопрохождения реализаций векторного случайного процесса изменения параметров устройства $\bar{X}(t)$ поверхности S_0 , ограничивающей область допустимых значений.

В общем виде уравнение (2) неразрешимо. Для монотонных случайных процессов изменения параметров используется метод Пугачева [1]. Условием применимости метода является требование, чтобы число реализаций, пересекающих границу области допустимых значений параметров дважды, стремилось к нулю.

Время безотказной работы устройства, описываемого одним параметром, определяется следующим уравнением:

$$T [X_{\min}, X_{\max}] = \int_0^{\infty} \{1[X(t) - X_{\min}] - 1[X(t) - X_{\max}]\} dt, \quad (3)$$

где

$$1[X(t) - X_{\max}] = \begin{cases} 0 & \text{при } X(t) < X_{\max}; \\ 1 & \text{при } X(t) > X_{\max}; \end{cases}$$

$$1[X(t) - X_{\min}] = \begin{cases} 0 & \text{при } X(t) < X_{\min}; \\ 1 & \text{при } X(t) > X_{\min}. \end{cases}$$

Выражение (3) представляет нелинейное интегральное преобразование случайного процесса $X(t)$, приводимое к линейному преобразованию [20]. Плотность распределения вероятностей времени безотказной работы определяется через условную плотность распределения параметра в будущий момент времени. Условная плотность распределения параметра, т. е. при учете данных его контроля, определяется по формуле Байеса. Метод В. С. Пугачева требует значения трехмерных плотностей распределения вероятностей значений параметра. При использовании его необходимо осуществлять многократное численное интегрирование. Поэтому практическое использование его возможно при осуществлении расчетов на ЭЦВМ. Расчеты хорошо поддаются автоматизации [20].

Метод В. С. Пугачева может быть использован и при ИППО устройства, процессы возникновения отказов в котором описываются многократным случайным процессом. Методика вычислений та же, что и для одномерного случайного процесса, по объему вычислений резко возрастает.

Вероятность безотказной работы устройства в течение определенного интервала времени может быть вычислена непосредственно по услов-

ным плотностям распределения вероятностей значения параметра $X(t)$. В работе [19] рассмотрена подобная методика при наличии данных контроля процесса $X(t)$ в два момента времени t_{k-1} и t_k .

Вероятность безотказной работы на интервале времени $[t_k, t_{k-1}]$ определяется по формуле:

$$P(T > t_{k+1}) = \int_{X_{\min}}^{X_{\max}} f[X(t_{k+1})/X(t_k), X(t_{k-1})] dX(t_{k+1})$$

Условная плотность распределения вероятностей $f[X(t_{k+1})/X(t_k), X(t_{k-1})]$ определяется через двух- и трехмерные плотности совместного распределения вероятностей значений параметра $X(t)$ в моменты времени t_{k-1} , t_k и t_{k+1} . Выражения плотностей распределения аналитически не интегрируются, поэтому такой метод требует большого объема работы по численному интегрированию. Основной сложностью метода является получение трехмерной плотности распределения вероятностей $X(t_{k+1}), X(t_k), X(t_{k-1})$. Если в момент t_{k+1} статистические данные о параметре неизвестны, то эта плотность распределений может быть задана только на основании косвенных исследований.

Большинство параметров, описывающих процессы возникновения отказов, могут быть представлены в виде марковских процессов. Применение теории простых марковских цепей к задачам ИППО рассматривается в работах [13, 18 и др.].

Плотность распределения параметра $X(t_k)$ в момент времени $t > t_k$ определяется только значением $X_k(t_k)$ параметра в момент времени t_k . Марковский процесс задается коэффициентами интенсивности

$$K_s[X(t)] = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M\{[X(t+\Delta t) - X(t)]^s\}}{\Delta t}; \quad s=1, 2.$$

Для решения задачи прогноза необходимо определить двумерную плотность распределения вероятностей $f[X(t_k), X(t)]$ или условную плотность распределения вероятностей $f[X(t)/X_k(t_k)]$. Если пренебречь ошибками измерения, то условная плотность распределения вероятностей перехода $f[X(t)/X_k(t_k)]$ непрерывного марковского процесса удовлетворяет прямому и обратному уравнениям диффузии, называемых также уравнениями А. Н. Колмогорова, т. е. диффузионные уравнения описывают траектории процесса, ни разу не коснувшиеся границ X_{\min} и X_{\max} за время $[t_k, t]$, поэтому в качестве граничных условий принимают:

$$P[X_{\min}(t)/X_k(t_k)] = P[X_{\max}(t)/X_k(t_k)] = 0.$$

Условное распределение времени безотказной работы при марковском процессе изменения параметра определяется по формуле:

$$P[T > t/X_k(t_k)] = \int_{X_{\min}}^{X_{\max}} f[X(t)/X_k(t_k)] dX.$$

Основная сложность задачи прогноза заключается в необходимости решать нестационарные дифференциальные уравнения диффузии.

Для стационарных марковских процессов изменения параметров коэффициенты интенсивности не зависят от момента отсчета, и диффузионные уравнения являются стационарными. В этом случае решение уравнений ищут с помощью разложения по собственным функциям, каждая из которых зависит только от одного аргумента:

$$f[X, T/X_k] = \theta(T) \cdot X(t).$$

Решение приобретает вид

$$f[X, T/X_k] = \theta_k X_k(X) + \sum_{m=1}^{\infty} \theta_m e^{-\lambda_m T} \cdot X_m(X).$$

θ_m выбирают в соответствии с начальными условиями, а X_m ($m = 0, 1, 2, \dots$) получают для определенных собственных значений $\lambda = -\Theta'(T)/\Theta(T)$ и граничных условий.

Б. В. Васильев предложил метод упрощенного прогнозирования, позволяющий не решать нестационарные диффузионные уравнения [4]. Диффузионное уравнение трансформируется в линейное дифференциальное уравнение второго порядка, связывающее два последовательных условных начальных момента времени жизни. Решение его $\alpha_m [X_k(t_k)]$ получают через коэффициенты интенсивности исходного марковского процесса и начальный момент $\alpha_{m+1} [X_k(t_k)]$, причем, так последовательно находятся все условные начальные моменты распределения времени жизни, которые полностью определяют случайную величину T .

Плотность распределения вероятностей величины T на основании начальных моментов ищется в виде ряда:

$$f[T] = f_0(T) [c_0 P_0(T) + c_1 P_1(T) + \dots],$$

где

$f_0(T)$ — некоторая эталонная плотность;

$P_0(T), P_1(T)$ — система полиномов, ортонормированных относительно эталонного распределения;

c_0, c_1 — коэффициенты, определяемые через начальные моменты случайной величины.

Задача сводится к выбору эталонной плотности, от которой зависит число членов в разложении $f[T]$. При $f_0[T]$, соответствующей нормальному закону, полиномы $P_n[T]$ выражаются через полиномы Эрмита, а при $f_0[T] = e^{-T} \cdot T^\alpha / \Gamma(\alpha+1)$ через полиномы Лаггера.

Если исходные статистические данные показывают нестационарность прогнозируемого процесса, то необходимо либо сводить процесс к стационарному, либо рассматривать на ограниченных интервалах времени, где коэффициенты интенсивности примерно постоянные.

Диффузионные уравнения являются наиболее точным и наиболее универсальным математическим аппаратом, описывающим задачу достижения случайным процессом фиксированной границы поля допуска. Основными недостатками метода являются погрешность аппроксимации реального процесса марковским, трудоемкость вычисления интенсивностей процесса и коэффициентов диффузионного уравнения, а также громоздкость конечного решения этих уравнений. Использование диффузионных уравнений для ИППО устройства, процессы возникновения отказов которого описываются многомерными случайными процессами, упирается, прежде всего, в трудоемкость определения коэффициентов интенсивности многомерного марковского процесса по исходной статистике процессов изменения параметров.

Прогноз работоспособности устройства при помощи специальных испытаний заключается в физическом моделировании влияния основных возмущающих факторов, построении поверхности, ограничивающей область допустимых отклонений возмущающих факторов, и оценки запаса работоспособности. Для этого необходимо:

- 1) выявить основные возмущающие факторы;
- 2) создать искусственные условия, в которых эти факторы могут регулироваться;

3) провести испытания и рассчитать запас работоспособности.

Возмущающие факторы классифицируются по чувствительности к ним устройства и дисперсии отклонений этих факторов от номинальных значений. Выбор количества возмущающих факторов, по которым осуществляется испытание, определяет точность прогнозирования и зависит от аппаратурных возможностей и времени испытаний [14]. Если изменения выходных параметров под действием различных возмущающих факторов независимы между собой, то испытания проводятся следующим образом. Каждый из возмущающих факторов при номинальных значениях остальных изменяют до тех пор, пока выходной параметр устройства не выходит за пределы допуска. Фиксируют значение возмущающего фактора, при котором происходит выход. Подобными испытаниями по всем возмущающим факторам формируют область допустимых значений в пространстве возмущающих факторов. Испытания в этом случае называются граничными [15, 24].

Матричные испытания заключаются в поочередном изменении каждого из возмущающих факторов с определенным шагом по специальной программе испытаний. При этом моделируется большое количество комбинаций возмущающих факторов, что позволяет построить поверхность, ограничивающую область допустимых отклонений возмущающих факторов более точно [5]. Однако проведение матричных испытаний значительно более трудоемко, чем проведение граничных испытаний.

При старении и износе элементов их свойства ухудшаются. Это выражается в соответствующем сужении области допустимых отклонений возмущающих факторов от номинальных значений. ИПР проводится оценкой положения точки номинальных значений возмущающих факторов, т. е. начала координат, относительно поверхности, ограничивающей область допустимых отклонений этих факторов. При этом определяется запас работоспособности.

Чаще всего запас работоспособности оценивают по длине наискорейшего перпендикуляра из начала координат на ограничивающую поверхность [8, 14, 24].

При сложной форме ограничивающей поверхности и значительно различающихся дисперсиях возмущающих факторов целесообразно для оценки запаса работоспособности ввести весовые коэффициенты на каждом возмущающем факторе.

Подобные оценки запаса работоспособности хорошо согласуются с вероятностными характеристиками работоспособности [22].

ИПР при помощи специальных испытаний отличается от других методов ИПР-априорной информацией, информацией, получаемой в процессе эксплуатации, и формой результатов прогноза. Основной трудностью при проведении специальных испытаний является физическое моделирование регулируемых возмущающих факторов, требующее использование сложных испытательных установок. Кроме того, при проведении специальных испытаний происходит усиленный расход ресурса. Поэтому ИПР при помощи специальных испытаний нашло применение только для некоторых узлов электронных схем.

Аналогичные оценки запаса работоспособности могут быть проведены в пространстве параметров, описывающих процессы возникновения отказов [6]. Испытания сводятся к обычному изменению параметров. При подобном прогнозировании можно обойтись малым числом точек контроля векторного процесса изменения параметров системы и ограниченной информацией о вероятных свойствах этого процесса, но достоверность прогноза невысока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Ю. Барзилович. Приложение математических методов к вопросам эксплуатации авиационной техники. Труды ВВИА им. Н. Е. Жуковского, вып. 1118, 1965.
2. Ю. К. Беляев. О числе пересечений уровня гауссовским случайным процессом. «Теория вероятностей и ее применение», т. 12, № 3, 1967.
3. Р. К. Бронюкайтис. Прогнозирование и классификация. Известия ЛЭТИ, вып. 67, 1968.
4. Б. В. Васильев. Прогнозирование надежности и эффективности автоматических систем. В сб. О надежности сложных динамических систем, «Советское радио», М., 1966.
5. Б. В. Васильев, Б. А. Козлов, Л. Г. Ткаченко. Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств. М., «Советское радио», 1964.
6. Д. В. Гаскаров, Р. Н. Люблинский. О параметрическом прогнозировании работоспособности сложных систем. Известия ЛЭТИ, вып. 67, 1968.
7. А. И. Гракин и др. Индивидуальное прогнозирование долговечности электромеханических объектов с применением ЭВМ. «Стандарты и качество», № 5, 1966.
8. Л. Н. Дашевский. Пространственные численные критерии надежности устройств дискретного действия. В сб. Надежность и долговечность машин и приборов. Труды 1-й Всесоюзной научно-технической конференции по проблемам повышения надежности машин. М., вып. 4, 1966.
9. Г. В. Дружинин. Надежность систем автоматики. Изд. 2, М., «Энергия», 1967.
10. Г. В. Дружинин. Статистическая теория износа и разрегулирования. Труды ВВИА им. Н. Е. Жуковского, вып. 898, 1961.
11. Г. В. Дружинин. Об отказах системы автоматики при старении или износе элементов. Известия АН СССР. «Энергетика и автоматика», № 4, 1960.
12. Г. В. Дружинин и др. Применение моделирования для прогнозирования надежности устройств автоматики. В сб. Передовой научно-технический и производственный опыт изд. ВИНТИ. М., № 18, 1967.
13. В. С. Зарицкий. Определение вероятности недостижения одномерным марковским процессом фиксированных границ. «Известия АН СССР. Техническая кибернетика» № 2, 1967.
14. Н. С. Зотов. Классификация динамических методов прогнозирования отказов элементов радиоэлектронной техники. В сб.: Надежность и эксплуатация радиоэлектронной техники КВИРТУ. Киев, 1964.
15. В. Н. Копаница. О возможности прогноза поведения электронной аппаратуры методом граничных испытаний. Известия ЛЭТИ, вып. 67, 1968.
16. В. Д. Кудрицкий. Прогнозирование надежности с помощью ЭЦВМ. В сб. Надежность и эксплуатация радиоэлектронной техники. Киев, КВИРТУ, вып. 3, 1967.
17. В. Д. Кудрицкий. Каноническое представление случайных функций в задачах прогнозирования надежности. «Автоматика и телемеханика», 1970, № 1.
18. Л. А. Лейфер. Прогнозирование надежности. «Вопросы радиоэлектроники». Серия VI, № 2, 1965.
19. И. Ю. Магид. Подход к задаче прогнозирования поверения реальных объектов. «Вопросы радиоэлектроники». Серия XII, № 29, 1964.
20. В. С. Пугачев. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Физматгиз, 1962.
21. В. Н. Федюнин. Об использовании метода статистических испытаний для прогнозирования надежности по постепенным отказам. «Вопросы радиоэлектроники», Серия XII, № 32, 1964.
22. В. Шахнович. Запасы работоспособности радиоэлектронной аппаратуры и ее надежность. В сб. Обмен опытом в радиопромышленности. Изд. НИИЭИР, вып. 8, М., 1967.
23. А. М. Широков. Основы надежности и эксплуатации электронной аппаратуры. «Высшая школа». Минск, 1965.
24. Н. А. Шишонок, В. Ф. Репкин, Л. Л. Барвинский. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники. М., «Советское радио», 1964.