ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 231 1971

ПРОГРАММА РАСЧЕТА СТАТИСТИЧЕСКОГО РЕЖИМА СХЕМ С ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМИ ДИОДАМИ И ТРИОДАМИ

В. В. ПФЕНИНГ

(Представлена научным семинаром кафедры радиотехники)

Рассматриваемая программа составлена на языке АЛГОЛ-60 (транслятор «МЭИ-2») для ЭЦВМ «Минск-2». Для анализа установившегося режима используется метод разбиения схемы на линейную и нелинейную части [1]. Линейная часть схемы представляется в виде многополюсника (точнее, $2n$-полюсника), входами которого являются ветви нелинейных элементов. Диоду соответствует одна нелинейная ветвь, триоду — две. Для линейного многополюсника может быть записано уравнение:

$$Y = HX + F\begin{bmatrix} I \\ \cdots \\ E \end{bmatrix}, \tag{1}$$

где X и Y — n-мерные векторы, составленные из токов и напряжений внешних ветвей: если i-тым элементом вектора X является ток соответствующей ветви, то i-тым элементом вектора Y является напряжение этой же ветви и наоборот;

n — число внешних ветвей;

H — квадратная матрица размером $n \times n$;

F — прямоугольная матрица размером $n \times s$ (s — число независимых источников);

I и E — соответственно векторы независимых источников тока и источников напряжения.

Векторы X и Y находятся при совместном решении методом Ньютона уравнения (1) и уравнений нелинейных элементов

$$Y = f_1(X). \tag{2}$$

где f — n-мерный вектор-функция. Если решение производить относительно вектора X, то получим следующую схему счета [2]

$$X^{(\kappa+1)} = X^{(\kappa)} - W^{-1}(X^{(\kappa)})\, f(X^{(\kappa)}), \tag{3}$$

где

$$f(X^{(\kappa)}) = HX^{(\kappa)} + F\begin{bmatrix} I \\ \cdots \\ E \end{bmatrix} - f_1(X^{(\kappa)});$$

$$W(X^{(\kappa)}) = H - f_1'(X^{(\kappa)}),$$

$W(X^{(\kappa)})$ и $f_1'(X^{(\kappa)})$ — матрицы Якоби соответственно для функций $f(X)$ и $f_1(X)$.

Сходимость метода последовательных приближений при решении по формуле (3) тем лучше, чем меньше норма матрицы $W(\boldsymbol{X})$ [2], а, следовательно, и норма матрицы $f_1'(\boldsymbol{X})$. Если все нелинейные ветви являются двухполюсными элементами (в нашем случае полупроводниковыми диодами), то матрица $f_1'(\boldsymbol{X})$ является диагональной, каждый элемент которой равен динамической проводимости соответсвующего элемента — если в вектор $\boldsymbol{X}$ входит напряжение этого элемента, либо динамическому сопротивлению — если в вектор $\boldsymbol{X}$ входит ток. Таким образом, для улучшения сходимости у полупроводниковых диодов, смещенных в обратном направлении (обладающих малой проводимостью), необходимо включать в вектор $\boldsymbol{X}$ напряжения, а у диодов, смещенных в прямом направлении (обладающих малым сопротивлением), необходимо включать в вектор $\boldsymbol{X}$ ток.

Для полупроводникового триода, который в настоящей программе представляется двумя нелинейными ветвями эмиттер-база и коллектор-база, в матрицу $f_1'(\boldsymbol{X})$ входят четыре элемента: $\frac{\partial y_э}{\partial x_э}$, $\frac{\partial y_э}{\partial x_к}$, $\frac{\partial y_к}{\partial x_э}$ и $\frac{\partial y_к}{\partial x_к}$. Расчеты показывают, что наименьшие значения этих параметров получаются также при условии, когда для переходов, смещенных в прямом направлении, в вектор $\boldsymbol{X}$ включаются токи, а для обратно смещенных переходов — напряжения.

В работе [3] доказывается, что группировка токов и напряжений внешних ветвей в векторы $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ определяется выбором дерева графа схемы. Может быть показано, что для существования матриц H и F уравнения (1) при выбранном группировании переменных в векторы $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ необходимо, чтобы каждая токовая переменная вектора $\boldsymbol{X}$ и каждый внутренний источник тока соответствовал связи, а каждая переменная напряжения в $\boldsymbol{X}$ и внутренний источник ЭДС — ветви дерева.

В настоящей программе реализован алгоритм выбора дерева из условия обеспечения наилучшей сходимости в соответствии с приведенными выше рекомендациями: ветви с малыми проводимостями включаются в ветви дерева, а с малыми сопротивлениями — в связи. Режим работы нелинейных элементов определяется по заданному исходному решению. Основой подпрограммы формирования дерева схемы является процедура добавления к частному дереву (которое может состоять из нескольких поддеревьев) одной ветви.

Если оба узла анализируемой ветви уже входят в одно из поддеревьев, либо эти узлы тождественны, то ветвь является связью. Во всех остальных случаях ветвь добавляется к дереву. При этом возможны следующие ситуации:

— оба узла не входят в одно из поддеревьев — ветвь образует новое поддерево;

— один из узлов входит в i-тое поддерево, второй не входит ни в одно из поддеревьев — ветвь добавляется к i-тому поддереву;

— один из узлов входит в i-тое поддерево, второй в j-тое; при этом производится объединение i-ого и j-го поддеревьев.

Построение дерева начинается с источников ЭДС. Далее к дереву добавляются ветви переходов полупроводниковых приборов, смещенных в обратном направлении, затем резисторы. Таким образом, если может быть выбрано дерево, включающее все источники ЭДС, ветви нелинейных элементов с малыми проводимостями и часть резисторов, то оно после этого этапа уже будет построено. Далее дерево достраивается (при необходимости) ветвями переходов полупроводниковых приборов, смещенных в прямом направлении.

Для получения матриц линейной части схемы H и F используются матрицы основных контуров (Γ) и контурных сопротивлений (Z).

В работе [3] приведен вывод выражений для вычисления матрицы H для случая, когда внутри линейного многополюсника оставляются лишь пассивные элементы. В рассматриваемом методе многополюсник содержит также независимые источники напряжения и источники тока. Применяя для обозначения совокупности независимых источников тока многополюсника индекс MI, для пассивных связей — RC, для токовых входов (внешние ветви, у которых в вектор $\boldsymbol{X}$ входит ток) — NC, для независимых источников напряжения — ME для пассивных ветвей дерева — RB и для напряженческих входов (в вектор $\boldsymbol{X}$ входит напряжение ветви) — NB, произведем разделение матриц Γ, Z, H, F следующим образом:

$$\Gamma = \begin{array}{c} \\ MI \\ RC \\ NC \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} MI & RC & NC & ME & RB & NB \end{array} \\ \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 & \Gamma_1 & \Gamma_2 & \Gamma_3 \\ 0 & E_2 & 0 & \Gamma_4 & \Gamma_5 & \Gamma_6 \\ 0 & 0 & E_3 & \Gamma_7 & \Gamma_8 & \Gamma_9 \end{bmatrix} \end{array}; \quad Z = \begin{array}{c} \\ MI \\ RC \\ NC \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} MI & RC & NC \end{array} \\ \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \end{array};$$

$$H = \begin{array}{c} \\ NC \\ NB \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cc} NC & NB \end{array} \\ \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \end{array}; \quad F = \begin{array}{c} \\ NC \\ NB \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cc} MI & ME \end{array} \\ \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \end{array}.$$

Применяя уравнения метода контурных токов, после некоторых преобразований могут быть получены следующие напряжения, которые используются в настоящей программе для вычисления элементов матриц H и F:

$$H_{11} = Z_{32}Z_{22}^{-1}Z_{23} - Z_{33}; \quad H_{12} = Z_{32}Z_{22}^{-1}\Gamma_6 - \Gamma_9;$$

$$H_{21} = \Gamma_9^t - \Gamma_6^t Z_{22}^{-1}Z_{23}; \quad H_{22} = -\Gamma_6^t Z_{22}^{-1}\Gamma_6;$$

$$F_{11} = Z_{32}Z_{22}^{-1}Z_{21} - Z_{31}; \quad F_{12} = \Gamma_7 - Z_{32}Z_{22}^{-1}\Gamma_4;$$

$$F_{21} = \Gamma_3^t - \Gamma_6^t Z_{22}^{-1}Z_{21}; \quad F_{22} = \Gamma_6^t Z_{22}^{-1}\Gamma_4,$$

где t — символ транспонирования.

Приведенный выше метод расчета обеспечивает хорошую сходимость метода Ньютона в том случае, когда область работы полупроводниковых элементов совпадает с заданным исходным режимом. Однако иногда неизвестен (неправильно задан) режим работы нелинейных элементов или невозможно выбрать дерево, обеспечивающее наилучшую сходимость. Поэтому в программе введена модификация метода Ньютона, которая рассматривается ниже.

Отметим, что определение методом Ньютона на каждом шаге вектора $\boldsymbol{X}^{(\text{к}+1)}$ по формуле (3) эквивалентно расчету приближающей схемы, полученной из исходной путем замены нелинейных элементов линейными динамическими сопротивлениями (проводимостями) и источниками ЭДС (тока). Линеаризация проводится при значении вектора $\boldsymbol{X}$, полученного на предыдущем шаге.

Таким образом, учитывая полученный ранее вывод, видим, что сходимость улучшается в том случае, если для ветвей с малой проводимостью линеаризация осуществляется при заданном напряжении ($X^{(\text{к})} = U^{(\text{к})}$), а с малым сопротивлением — при заданном токе ($X^{(\text{к})} = i^{(\text{к})}$).

Можно заметить, что тот же результат, который достигается группировкой токов и напряжений нелинейных ветвей в векторы $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$, соответствующей лучшей сходимости метода Ньютона, может быть получен следующим образом: на каждом к-том шаге определяются токи и напряжения всех нелинейных ветвей (т. е. в нашем случае после нахождения вектора $\boldsymbol{X}^{(к)}$ из линейной системы определяется вектор $\boldsymbol{Y}^{(к)}$ линеаризация характеристик нелинейных элементов на $(к+1)$-ом шаге проводится либо при значении напряжения $U^{(к)}$ (переход смещен в обратном направлении), либо при значении тока $i^{(к)}$ (переход смещен в прямом направлении).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Бондаренко. Вопросы анализа нелинейных электрических и электронных цепей. Изд. «Наукова думка». Киев, 1967.
2. В. П. Демидович и И. А. Марон. Основы вычислительной математики, Изд. «Наука», М., 1966.
3. H. C. So. On the hybrid description of a linear n-port resulting from the extraction of the arbitrarily specified elements, IEEE Trans. on Circuit Theory, vol. CT-12, pp. 381—387, Sept. 1965.