

К РАСЧЕТУ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШТЫРЕВЫХ СТРУКТУР

Р. Г. КАМИНСКАЯ, Л. Ф. ЧЕРНОГАЛОВА

(Представлена семинаром сектора СВЧ и ТУ НИИ ЯФ)

В качестве ускоряющих систем в ускорителях на высокие энергии желательно использовать волноводные структуры, обладающие высокой эффективностью при большой полосе пропускания и сравнительно малых размерах.

С этой точки зрения наиболее подходят штыревые однорядные и двухрядные гребенки, так как в таких структурах $\lambda_{кр}$ основной ТЕМ-волны $\sim 4h$.

Расчет однорядной и двухрядной гребенок (рис. 1) можно провести электродинамическим методом [1]. В этом случае пространство волновода разбивается на 2 области (рис. 1). Область при $y < 0$ рассматривается как отрезок многопроводной линии, и поле в ней представляют в виде разложения по собственным волнам многопроводной линии (ТЕМ-волны). Поле в области $y > 0$ находят в виде разложения по пространственным гармоникам (Е-волна). Считаем, что волна распространяется вдоль оси y и возбуждаемые типы колебаний ТЕМ-волн разделяются вдоль y на симметричные и антисимметричные, а вдоль оси z — на синфазные и противофазные [1].

Дисперсионное уравнение этих систем имеет вид:

$$\frac{\operatorname{ctg} kh}{k} = K_c(\psi) \cdot C(\psi, k), \quad (1)$$

где $k = \frac{\omega}{c}$ — волновое число в свободном пространстве,

h — высота штыря,

$K_c(\psi)$ — безразмерное волновое сопротивление многопроводной линии,

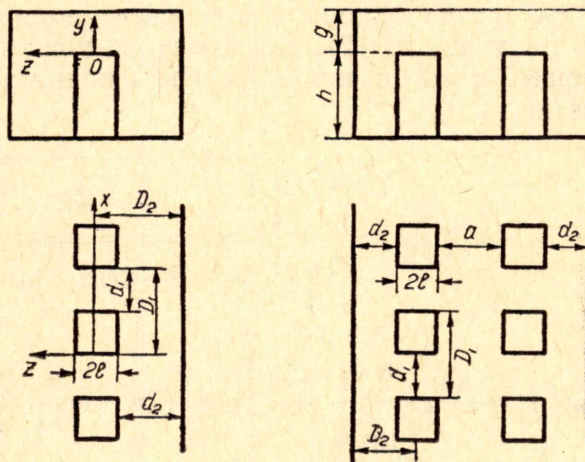


Рис. 1. Штыревые структуры: а — однорядная гребенка, б — двухрядная гребенка.

$C(\psi, k)$ — емкость на конце штырей.

Так как на процесс ускорения основное влияние оказывает синфазная симметричная волна, то для этой волны с учетом однородности поля между штырями для двухрядной гребенки $K_c(\psi)$ и $C(\psi, k)$ выразятся следующим образом:

$$K_c(\psi) = \frac{1}{4\xi \sin^2 \frac{\psi}{2} + 2 \sin \frac{\psi}{2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} B_s \frac{\sin \xi \psi_s / 2}{\xi \psi_s / 2} (Cth \eta_1 \psi_s + th \eta_1 \psi_s)}, \quad (2)$$

вместо емкости $C(\psi, k)$ вводится безразмерная емкость $C_0 = \frac{C}{D}$.

$$C_0 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Cth \left(\sqrt{\psi^2 - \varphi^2 + \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{4 \tau_1^2}} \right) \Lambda}{\sqrt{\psi^2 - \varphi^2 + \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{4 \tau_1^2}} \left[\psi^2 + \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{4 \tau_1^2} \right] \tau_1} \cdot f_m^2(\psi), \quad (3)$$

$$f_m = 4 \sin \frac{\psi}{2} \cdot \sin \frac{\xi \psi}{2} \frac{\cos \left[(2m-1) \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{2\tau - \eta}{\tau_1} \right] - \cos \left[(2m-1) \frac{\pi}{2} \frac{\eta}{\tau_1} \right]}{(2m-1) \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\xi}{\tau_1}} -$$

$$- 2 \sin \frac{\psi}{2} \frac{\sin \frac{\xi \psi}{2}}{\xi \psi / 2} \left[Cth \eta_1 \psi \cdot \sin (2m-1) \frac{\pi}{2} \frac{\eta}{\tau_1} + th \eta_1 \psi \cdot \sin \left[(2m-1) \frac{\pi}{2} \frac{2\tau - \eta}{\tau_1} \right] \right].$$

В случае же однорядной гребенки волновое сопротивление $K'_c(\psi)$ можно получить из (2), для этого заменяют $th \eta_1 \psi_s$ на $Cth \eta \psi_s$ и удваивают первый член знаменателя. Выражение для емкости в этом случае запишется

$$C'_0 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Cth \left(\Lambda \sqrt{\psi^2 - \varphi^2 + \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{4 \tau^2}} \right)}{\tau \sqrt{\psi^2 - \varphi^2 + \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{4 \tau^2}}} \cdot \frac{f'_m(\psi)}{\psi^2 + \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{4 \tau^2}},$$

$$f'_m(\psi) = \frac{4 \sin \psi / 2 \cdot \sin \xi \psi / 2}{\frac{\xi \psi}{2} th \eta \psi} \left\{ \cos \left[(2m-1) \frac{\pi}{2} \frac{\xi \zeta}{\tau} \right] + \tau \psi th \eta \psi \frac{\sin (2m-1) \frac{\pi}{2} \frac{\xi \zeta}{\tau}}{(2m-1) \cdot \pi / 2} \right\}, \quad (4)$$

где

$$\xi = \frac{d_1}{D_1}, \quad \eta = \frac{d_2}{D_1}, \quad \varphi = k D_1, \quad \Lambda = \frac{g}{D_1}, \quad \tau = \frac{D_2}{D_1},$$

$$\zeta = \frac{l}{d_1}, \quad \eta_1 = \frac{a}{2 D_1}, \quad \tau_1 = \frac{\frac{a}{2} + 2l + d_2}{D_1}.$$

Дисперсионное уравнение (1) с учетом (2) — (4) позволяет рассчитать электродинамические характеристики $\frac{c}{v_\phi}$, $v_{гр}$. Но основной величиной,

характеризующей эффективность системы, является отношение $R_{ш}/Q$, которое определяется согласно [2]

$$R_{ш}/Q = \frac{4\pi}{\lambda} \beta_{гр} R_{св}, \quad (5)$$

где λ — длина волны генератора,
 $\beta_{гр} = v_{гр}/c$ — приведенная групповая скорость,
 $R_{св}$ — сопротивление связи.
 Из определения $R_{св}$ имеем

$$R_{св} = \frac{|E_x|^2}{2\beta_s \cdot P}, \quad (6)$$

здесь E_x — напряженность поля в месте нахождения пучка;
 $\beta_s = \psi_s/D_1$ — постоянная распространения волны;
 P — поток мощности через поперечное сечение, который можно определить как

$$P = v_{гр} \cdot W_{зап}, \quad (7)$$

$W_{зап}$ — энергия, запасенная на единицу длины волновода.
 Используя выражения для полей в [1], можно определить $R_{св}$ двухрядной гребенки для s -гармоники

$$R_{св} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sin \psi/2}{\psi/2} \cdot \frac{\sin \xi \frac{\psi_s}{2}}{\xi \psi_s/2} \right)^2 \sin^2 ky}{\sin^2 kh \cdot Ch^2 \psi_s \gamma_1 \cdot \frac{\epsilon_0 v_{гр}}{4D_1} \left[\frac{1}{\sin^2 kh} \left(2h - \frac{1}{k} \sin 2kh \right) \sigma_1 + \frac{f_m^2 \sigma_2}{D_1 L k_y^2 (\beta_s^2 + k_2^2)} \right]}$$

$$\sigma_1 = 8\zeta \sin^2 \frac{\psi}{2} + \psi_s \left(\frac{\sin \frac{\psi}{2} \cdot \sin \xi \frac{\psi_s}{2}}{\frac{\psi_s}{2} \cdot \xi \cdot \frac{\psi_s}{2}} \right)^2 [\text{th } \psi_s \gamma_1 + C \text{th } \psi_s \eta],$$

$$\sigma_2 = k_y^2 \left(g - \frac{1}{2k_y} \sin 2k_y g \right) + (\beta_s^2 + k_2^2) \left[g + \frac{1}{2k_y} \sin 2k_y g \right],$$

$$L = \frac{a}{2} + 2l + d_2, \quad k_z = (2m-1) \frac{\pi}{2L}, \quad k^2 = k_z^2 + k_y^2 + \beta_s^2. \quad (8)$$

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ — относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Из (8) после несложных преобразований можно получить выражение для $R_{св}$ однорядной гребенки, аналогичное [3].

В настоящей статье приводятся результаты расчета зависимостей $R_{ш}/Q$ от $\beta_{гр}$ (рис. 2) для однорядной гребенки с размерами $D_1 = 2,5 \text{ см}$, $d_1 = 1,5 \text{ см}$, $2l = 1 \text{ см}$, $h = 1,5 \div 2 \text{ см}$, $d_2 = 0,5 \div 2 \text{ см}$ и двухрядной с размерами $D_1 = 2,5 \text{ см}$, $d_1 = 1,5 \text{ см}$, $2l = 1 \text{ см}$, $g = 1 \text{ см}$, $d_2 = 2 \text{ см}$; $h = 2 \text{ см}$, $a = 1 \div 3 \text{ см}$.

Размеры выбирались из предположения, что на виде колебания $\frac{\pi}{2}$

фазовая скорость волны v_f должна быть близкой или равняться скорости света c .

На рис. 2 также приведены кривые $R_{ш}/Q$ для системы Шнелля и круглого диафрагмированного волновода, взятые согласно данным [2]. Зависимость $\beta_{гр}$ от размеров гребенки приведена на рис. 3.

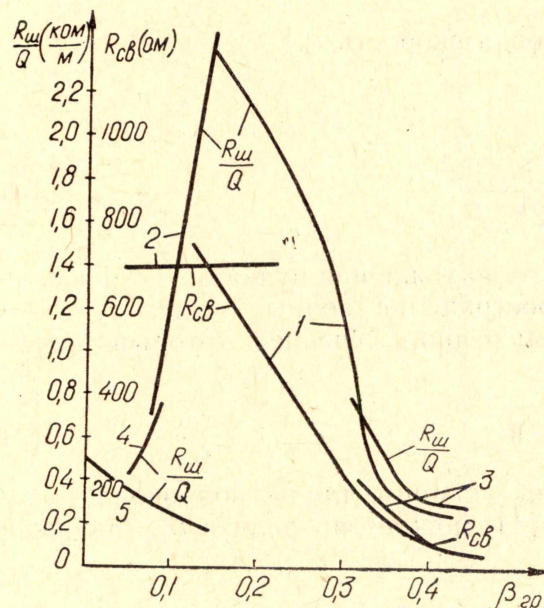


Рис. 2. Зависимость $\frac{R_{ш}}{Q}$ и $R_{св}$ от $\beta_{гр}$: 1 — однородная гребенка, переменная d_2 ; 2 — однородная гребенка, переменная h ; 3 — двухрядная гребенка, переменная a ; 4 — система Шнелля; 5 — круглый диафрагмированный волновод.

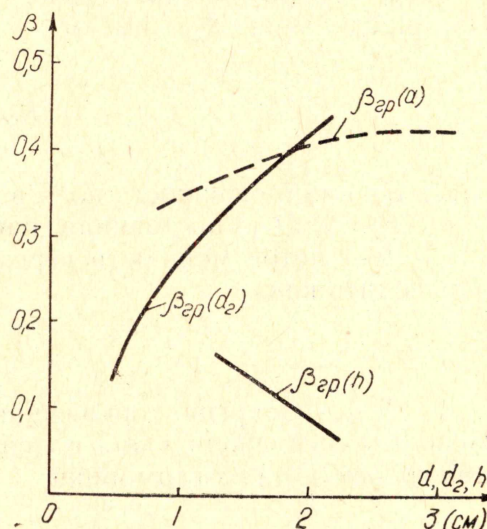


Рис. 3. Зависимость $\beta_{гр}$ от геометрических размеров штыревых структур.

Как видно из рисунков, штыревые структуры характеризуются более высоким значением $\beta_{гр}$, что говорит о широкополосности этих систем. При $\beta_{гр} \geq 0,31$ несколько эффективнее двухрядная гребенка, а при $\beta_{гр} < 0,31$ эффективнее однородная.

Таблица 1

		$\frac{R_m}{Q}, \frac{ком}{м}$	$\beta_{гр}$	$\frac{2 D_2}{\lambda}$	$\frac{2 L}{\lambda}$	$\frac{g+h}{\lambda}$	$\frac{2 b}{\lambda}$	$\Delta f \%$	$R_{св}, ком$
Круглый диафрагмированный волновод		0,21	0,21	—	—	—	—	—	—
Система Шнелля		0,76	0,085	—	—	—	0,53	6÷7	0,9
Однорядная гребенка	Расчет.	0,961	0,089	0,2	—	0,3	—	15	0,688
		0,550	0,33	0,4	—	0,25	—	50	0,150
	Экспер.	0,418	0,16	0,4	—	0,25	—	26,9	0,257
Двухрядная гребенка	Расчет.	0,640	0,33	—	0,56	0,24	—	49,4	0,180
	1	0,360	0,386	—	0,61	0,23	—	59	0,093
	2	0,221	0,398	—	0,69	0,23	—	68	0,055
	Экспер.	0,723	0,313	—	0,54	0,23	—	48,7	0,230
	1	0,258	0,333	—	0,61	0,23	—	52,5	0,077
	2	0,137	0,36	—	0,70	0,23	—	56	0,038

Расчеты показали, что $R_{св}$ и $R_{ш}/Q$ для двухрядной гребенки сильно зависят от расстояния между штырями a и значительно меньше от других размеров.

Для однорядной же гребенки $R_{св}$ и $R_{ш}/Q$ сильно зависят от расстояния между штырем и боковой стенкой d_2 , кроме того, уменьшение высоты штырей h приводит к увеличению $R_{ш}/Q$ вследствие увеличения $\beta_{гр}$, сопротивление связи $R_{св}$ при этом почти не изменяется.

Для сравнения в таблице представлены электродинамические характеристики нескольких структур.

Здесь $\Delta f = \frac{2|f_{\pi} - f_0|}{f_{\pi} + f_0}$ — ширина рабочей полосы пропускания,

$2b/\lambda$ — отношение внутреннего диаметра круглого волновода к длине волны,

$\frac{g+h}{\lambda}$ — отношение высоты камеры гребенки к длине волны,

$\frac{2D_2}{\lambda}$ — отношение ширины камеры однорядной гребенки к длине волны,

$\frac{2L}{\lambda}$ — отношение ширины камеры двухрядной гребенки к длине волны.

Все параметры приведены к $\lambda = 1,25$ м. Экспериментальное исследование показало, что групповая скорость $\beta_{гр}$ значительно меньше расчетной за счет уменьшения ширины полосы пропускания. Такой результат получен вследствие того, что при расчете не учитывались высшие типы волн, и поле между штырями предполагалось однородным. Это привело к смещению π -вида колебаний в область коротких длин волн.

Итак, на основании полученных результатов можно сделать вывод, что штыревые гребенки могут быть эффективнее системы Шенля и круглого диафрагмированного волновода и могут быть использованы в качестве ускоряющих систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Воробьев, А. Н. Диденко, Л. Н. Безматерных [и др.]. Волноводные синхротроны. М., Атомиздат, 1966.
2. Ю. А. Хлестков, А. В. Шальнов. Сб. «Ускорители». Вып. XI. М., Атомиздат, 1969, стр. 155.
3. Е. С. Коваленко, В. С. Коваленко. Труды IV Межвузовской конференции по электронным ускорителям. «Высшая школа», 1964.