ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 232 1975

# ПРОГРАММА МУЛЬТИПОЛЬНОГО АНАЛИЗА

Г. М. РАДУЦКИЙ, Н. И. САБЛИН, Б. М. ШУМИЛОВ

(Представлена семинаром лаборатории высоких энергий НИИ ЯФЭА)

Проблема состоит в определении амплитуд мультиполя в изотопических частях при $\pi$-фоторождении, что реализуется подгонкой экспериментальных данных некоторой теоретической функцией, в которую 8 неизвестных амплитуд входят в качестве варьируемых параметров:

$$M=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\sigma_{\perp}^{s}(\theta_i)-\sigma_{\perp}(\theta_i)}{\Delta\sigma_{\perp}(\theta_i)}\right)^2+\sum_{i=2}^{N-1}\left(\frac{H^s(\theta_i)-H(\theta_i)}{\Delta H(\theta_i)}\right)^2,$$

где $i=\overline{1,N}$ — означает набор углов от 0° до 180°.

$\sigma_{\perp}(\theta_i)=\dfrac{d\sigma_{\perp}(\theta_i)H(\theta_i)}{a\,\Omega}$ — функции варьируемых параметров.

Минимизация функционала $M$ производится с помощью метода линеаризации [1], реализованного в ОИЯИ в виде стандартной программы СП-123 [2].

Начальные значения параметров брались из расчета БДВ, дающего реальные части 8 амплитуд мультиполя; мнимые части определялись умножением реальных частей на tg соответствующих фаз, фазы нами были взяты из расчета [3].

Программа составлена для анализа как $\pi^+$-фоторождения, так и $\pi^0$-фоторождения. Однако расчеты были проведены только для реакции $\pi^+$-фоторождения, так как к настоящему моменту по $\pi^0$-фоторождению имеется еще недостаточно экспериментальной информации, что не позволяет путем расчета изъять из этой информации с необходимой достоверностью нужные параметры.

В арифметической части программы, алгоритмическая часть которой описана ниже, рассчитываются функции $\sigma_{\perp}$ $(\Theta)$, $H$ $(\Theta)$ и их производные по амплитудам мультиполя.

В п. 1 представлены зависимости $\sigma_{\perp}$ и $H$ от амплитуд фотообразования $F_i$. В п. 2 дано разложение $F_i$ в амплитуды мультиполя вплоть до состояния с $I^p=(^3/_2)^+$, включая вклад высших угловых состояний в приближении Борна. В п. 3 и п. 4 даны все необходимые соотношения для расчета борновских амплитуд и амплитуд мультиполя в приближении Борна $M^B_{l\pm}$ и $E^B_{l\pm}$. В п. 5 и п. 6 даны разложения амплитуд $F_i$ и $\boldsymbol{M}_{l\pm}$. для реакций $\gamma p\to\pi N$ в функции амплитуд с определенным состоянием изоспина и соотношения, выражающие связь реальной и мнимой частей амплитуд. При этом используются амплитуды мультиполя по Ф. Берендсу и др. [3]. Блок-схема программы арифметики представлена на рис. 1.

1. Из общего выражения амплитуды фотообразования [4]

$$F=iF_1\vec{\sigma}\vec{\varepsilon}+F_2\frac{(\vec{\sigma}\cdot\vec{q})(\vec{\sigma}\cdot\vec{k}\times\vec{\varepsilon})}{qk}+iF_3\frac{(\vec{\sigma}\cdot\vec{k})(\vec{q}\cdot\vec{\varepsilon})}{qk}+iF_4\frac{(\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{q}\cdot\vec{\varepsilon})}{q^2}$$

извлекаются сечение

$$\frac{k}{q}\frac{d\sigma_\perp}{d\Omega}(\theta, E_\gamma)=|F_1|^2+|F_2|^2-2\,Re\,F_1^*F_2\cos\theta \qquad (1.1)$$

и функция $H$ $(\zeta)$ [5]:

$$H(\zeta)=[\,|F_3|^2+|F_4|^2+2\,Re\,(F_2^*F_3+F_1^*F_4+F_3^*F_4\cos\theta)]\zeta-$$
$$-2\left(\frac{M}{W}\right)^2\beta^2e^2f^2\left[1+\left(\frac{q}{k}\right)^2-2\frac{E\pi}{k}\right]\frac{1}{\zeta}.$$
$$\zeta=1-\beta\cos\Theta$$

2. Каждая из амплитуд $F_i$ разлагается в амплитуды мультиполя — магнитные $M_{l\pm}$ и электрические $E_{l\pm}$. Вклад амплитуд мультиполя с $l\geqslant 2$ дается в борновском приближении. Тогда $F_i$ можно записать:

$$F_1=E_0+3(E_{1+}+M_{1+})\cos\theta+\varphi_1; \qquad (2.1)$$
$$F_2=2M_{1+}+M_{1-}+\varphi_2;$$
$$F_3=3(E_{1+}-M_{1+})+\varphi_3;$$
$$F_4=\varphi_4,$$

где

$$\varphi_1=F_1^B-[E_{0+}^B+3(E_{1+}^B+M_{1+}^B)\cos\theta];$$
$$\varphi_2=F_2^B-[2M_{1+}^B+M_{1-}^B]; \qquad (2.2)$$
$$\varphi_3=F_3^B-[3(E_{1+}^B-M_{1+}^B)];$$
$$\varphi_4=F_4^B$$

— общий вклад амплитуд с $l\geqslant 2$ в борновском приближении, $M_{l\pm}^B$ и $E_{l\pm}^B$ — амплитуды мультиполя, которые находятся как проекции борновских амплитуд $F_i^B$ на состояние определенного углового момента.

$$F^{B}3.(,t)=[C(s)]^{-1}[B(st)]\,A^B(s,t), \qquad (3.1)$$

где $[C]$ и $[B]$ берутся из БДВ;

$F_B$ — столбец с элементами:

$$F_1^B, F_2^B, F_3^B, F_4^B;$$

$$A^B(s,t)=\left[\frac{1}{s-m_N^2}+\frac{[\xi]}{u-m_N^2}\right]\tau, \qquad (3.2)$$

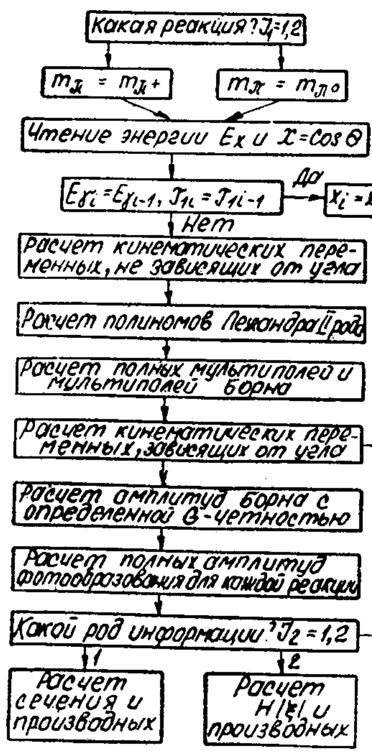


Рис. 1.

и

$$[\xi]=\xi\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix};$$

$\xi=+1$ для (0) и (+) изоспиновых амплитуд;
$\xi=-1$ для $(-1)$ изоспиновых амплитуд;
$\tau$ столбец с элементами

$$\tau_1^{(0,\pm)}=\frac{eg}{2},\quad \tau_2^{(0,\pm)}=\frac{-eg}{t^2-m_\pi^2}, \tag{3.3}$$

$$\tau_3^{(\pm)}=\tau_4^{(\pm)}=\frac{-eg}{4\,m_N}(\mu_p'-\mu_n'),\quad \tau_3^{(0)}=\tau_4^{(0)}=\frac{-eg}{4m_N}(\mu_p'+\mu_n'),$$

$$\frac{e^2}{4\pi}=\frac{1}{137},\ \mu_p'=1{,}793;\ \mu_n'=-1{,}913;\ \frac{g^2}{4\pi}=14{,}4\text{—константы.}$$

Из кинематики процессов фотообразования следует:

$$s=W^2;\quad t=-2\,kq(1-\beta\cos\theta_1)+m_\pi^2;$$

$$u=-2\,kE_2\left(1-\frac{q}{E^2}\cos\theta_2\right)+m_N^2;\quad \beta=\frac{q}{q_0}.$$

$$E_2=\frac{W^2+m_N^2-m_\pi^2}{2\,W};\quad E_\pi=q_0=\frac{W^2-m_N+m_\pi^2}{2\,W};$$

$$E_1=\frac{W^2+m_N^2}{2\,W},$$

где $W=E_\gamma+m_N$— полная энергия в с. ц. м. (системе центра масс).

4.
$$E_{0+}^B=\frac{Z}{\mu}\left\{\frac{\xi-1}{2}\left(\mu-\frac{m_N}{W}\right)-\frac{\xi+1}{2}\cdot\frac{m_N}{W}(\mu+1)-\xi(\mu+1)T_{0+}^N+\right.$$
$$\left.+(\xi-1)\left[-\frac{2\,m_N}{W-m_N}\cdot\frac{q}{m_N+E_2}R_1^\pi\right]-\xi\left(\mu-\frac{2\,m_N}{W-m_N}\right)\frac{q}{m_N+E_2}R_1^N\right\}, \tag{4.1}$$

$$E_{1+}^B=\frac{1}{2}\,\frac{Z}{\mu}\left\{(\xi-1)\left[\frac{2\,m_N}{W+m_N}\,R_1^\pi-\frac{2\,m_N}{W-m_N}\cdot\frac{2\,q}{m_N+E_2}R_2^\pi\right]-\right.$$
$$\left.-\xi(\mu+1)T_{1+}^N-\xi\left(\mu+\frac{2\,m_N}{W+m_N}\right)R_1^N-\xi\left(\mu-\frac{2\,m_N}{W-m_N}\right)\frac{2\,q}{m_N+E_2}R_2^N\right\},$$

$$M_{1+}^B=\frac{1}{2}\,\frac{Z}{\mu}\left\{(1-\xi)\frac{2\,m_N}{W+m_N}R_1^\pi-\xi(1+\mu)T_{1+}^N+\xi\left(\mu+\frac{2\,m_N}{W+m_N}\right)R_1^N\right\},$$

$$M_{1-}^B=\frac{Z}{\mu}\left\{\frac{q}{E_2+m_N}\left[\frac{(\xi-1)}{2}\left(\mu+\frac{m_N}{W}\right)-\frac{\xi+1}{2}\cdot\frac{m_N}{W}(\mu+1)\right]+\right.$$
$$\left.+\xi(\mu+1)T_{1-}^N+(\xi-1)\frac{2\,m_N}{W+m_N}R_1^\pi-\xi\left(\mu+\frac{2\,m_N}{W+m_N}\right)R_1^N\right\},$$

где

$$R_1^{\pi}=\frac{1}{3}\left[Q_2\left(\frac{q_0}{q}\right)-Q_0\left(\frac{q_0}{q}\right)\right];$$

$$R_1^{N}=-\frac{1}{3}\left[Q_2\left(\frac{E_2}{q}\right)-Q_0\left(\frac{E_2}{q}\right)\right];$$

$$R_2^{\pi}=\frac{1}{5}\left[Q_3\left(\frac{q_0}{q}\right)-Q_1\left(\frac{q_0}{q}\right)\right]; \tag{4.2}$$

$$R_2^{N}=-\frac{1}{5}\left[Q_3\left(\frac{E_2}{q}\right)-Q_1\left(\frac{E_2}{q}\right)\right];$$

$$T_{1+}^{N}=\left[-\frac{m_N}{q}Q_1\left(\frac{E_2}{q}\right)+\frac{m_N}{E_2+m_N}Q_2\left(\frac{E_2}{q}\right)\right];$$

$$T_{0+}^{N}=\left[\frac{m_N}{q}Q_0\left(\frac{E_2}{q}\right)-\frac{m_N}{E_2+m_N}Q_1\left(\frac{E_2}{q}\right)\right];$$

$$T_{1-}^{N}=\left[-\frac{m_N}{q}Q_1\left(\frac{E_2}{q}\right)+\frac{m_N}{E_2+m_N}Q_0\left(\frac{E_2}{q}\right)\right];$$

$$Z=\frac{\mu}{4\,m_N}\sqrt{\frac{E_2+m_N}{2W}}\,\frac{eq}{4\pi}.$$

Здесь

$$\mu^{\pm}=\mu'_p-\mu'_n,\quad \mu^0=\mu'_p+\mu'_n,$$

$Q_l\,(x)$ — полиномы Лежандра II-го рода.

5. Все выражения для каждого из следующих процессов введены в программу с индексом

$$\gamma+p\rightarrow\pi^{+}+n,\ J_1=1, \tag{5.1}$$
$$\gamma+p\rightarrow\pi^{0}+p,\ J_1=2.$$

$F_i(I_1)$ или $M_{e\pm}(J_1)$ раскладываются в функции изоскалярных амплитуд $F_i^{1/2}$, $M_{l\pm}^{1/2}$ и изовекторных $F_i^{3/2}$, $M_{l\pm}^{3/2}$ или в функции амплитуд с известной $G$-четностью $F_i^0$, $F_i^{\pm}(M_{l\pm}^0, M_{l\pm}^{\pm})$. Для амплитуд мультиполя имеем:

$$M_{l\pm}(1)=\sqrt{2}\{M_{l\pm}^0+M_{l\pm}^-\}=\frac{\sqrt{2}}{3}[M_{l\pm}^{1/2}-M_{l\pm}^{3/2}];$$

$$M_{l\pm}(2)=\sqrt{2}\{M_{l\pm}^0-M_{l\pm}^-\}=\frac{1}{3}[M_{l\pm}^{1/2}+2\,M_{l\pm}^{3/2}]. \tag{5.2}$$

6. Мультипольные амплитуды — комплексные величины. Связь между реальной и мнимой частями каждой амплитуды мультиполя дается теоремой Ферми-Ватсона [6].

$$I^m M_{l\pm}^{2T}(W)=Re M_{l\pm}^{2T}(W)\operatorname{tg}\delta_{2I,2T}(W),$$

где $\delta_{2I,2T}\ (W)$ — фаза процесса рассеяния $\pi N\rightarrow\pi N$,

$W$ — энергия в с. ц. м., одинаковая для фотообразования и рассеяния.

Все выражения производных по параметрам от функций $\frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega}$ и $H$ введены в программу с индексом:

$$\frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega}(\cos\theta,\,E_{\gamma})-(J_2=1)\ \text{и}\ H(\zeta)-J_2=2.$$

## ЛИТЕРАТУРА


1. С. Н. Соколов, И. Н. Силин. Нахождение минимумов функционалов методом линеаризации. Препринт ОИЯИ, Д-180, Дубна, 1961.
2. И. Н. Силин. Метод наименьших квадратов (СП-123). Препринт ОИЯИ, Дубна, 1968.
3. F. Berends, A. Donnachie and D. L. Weaver, CERN, 64/14615, TN 744 (1967).
4. G. F. Chew, M. L. Coldberger, F. E. Low, I. Numby, Physical Review, 106, 1345 (1957).
5. P. Spilantini, V. Valente, M. Nigro, C. Olceri. Nuclear Physics, B 13, 320, (1969).
6. K. Watson. Physical Review, 95, 228 (1954).