

ИЗМЕРЕНИЕ ИНДЕКСОВ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ ПРИ РАЦИОНАЛЬНОМ ОТНОШЕНИИ ЧАСТОТ

В. Я. СУПЬЯН

(Представлено научным семинаром радиотехнического факультета)

При исследовании преобразователей частоты встречается необходимость измерять индекс фазовой модуляции в выходном сигнале, частота которого не равна и не кратна частоте опорного сигнала. Необходимым условием при измерении является синфазность выходного напряжения преобразователя с напряжением опорного сигнала, или частоты этих напряжений относятся как целые числа. В литературе [1] описана методика измерения малых индексов фазовой модуляции с помощью электронно-лучевой трубки для случая отношения частот $\frac{m}{n} = \frac{1}{n}$. В данной работе показана возможность

измерения малых индексов фазовой модуляции с помощью электронно-лучевой трубки при любом целочисленном отношении частот и дана оценка точности измерения.

Сущность метода заключается в следующем. Пусть на пластины осциллографа, отклоняющие луч в вертикальном направлении, приложено синусоидальное напряжение

$$U_1 = U_{m_1} \sin \omega_1 t,$$

а на пластины горизонтального отклонения — напряжение

$$U_2 = U_{m_2} \sin[\omega_2 t + \Theta \sin(\Omega t + \Phi) + \varphi_0].$$

Параметрические уравнения фигуры на экране электронно-лучевой трубки имеют вид:

$$x = A \sin n \omega_0 t \tag{1}$$

$$y = B \sin[m \omega_0 t + \Theta \sin(\Omega t + \Phi) + \varphi_0], \tag{2}$$

где $A = m_x U_{m_1}$, $B = m_y U_{m_2}$ и $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{m}{n}$. Если $\varphi_0 = 0$ (что всег-

да можно обеспечить с помощью вспомогательного фазовращателя), на экране осциллографа наблюдаем многократную фигуру рис. 1 и

осциллограммы на рис. 2. Если $\Theta = 0$ и $\varphi_0 = 0$, то фигуры симметричны относительно оси X и Y [2] и замкнуты, если напряжения u_1 и u_2 синфазны (рис. 3). Из уравнения (2) при $\varphi_0 = 0$ и $y = 0$

$$\omega_0 t = \frac{q\pi - \Theta \sin(\Omega t + \Phi)}{m},$$

где $q = 0, 1, 2, \dots$

Абсциссы фигуры, лежащие на оси X , определяются из (1) равными

$$x_q = A \sin \left[\frac{nq\pi}{m} - \frac{\Theta n}{m} \sin(\Omega t + \Phi) \right]. \quad (3)$$

При отсутствии фазовой модуляции $\Theta = 0$, $q = 0, m, 2m, \dots$ $x_{0,m} = 0$, точка в центре симметрии фигуры определяется однозначно. Если $\Theta \neq 0$, из (3) получим

$$x_{0,m} = \pm A \sin \left[\frac{n}{m} \Theta \sin(\Omega t + \Phi) \right]. \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что при фазовой модуляции фигура имеет наибольшую размытость в центре фигуры вдоль оси X , симметричную оси Y (рис. 2), при $\sin(\Omega t + \Phi) = 1$.

По ширине размытости $cc'_{\text{макс}} = 2x_{0,m}$ (рис. 1) можно определить индекс фазовой модуляции по формуле

$$\Theta = \frac{m}{n} \arcsin \frac{cc'_{\text{макс}}}{2A}. \quad (5)$$

Индекс фазовой модуляции можно определить и по наибольшей размытости по оси Y в центре фигуры, симметричной оси X (рис. 1).

Ординаты кривой, лежащие на оси Y , определяются из уравнения (2) при $x = 0$, $\omega_0 t = \frac{k\pi}{n}$, где $k = 0, 1, 2, \dots$

$$y_k = B \sin \left[\frac{m}{n} k\pi + \Theta \sin(\Omega t + \Phi) \right]. \quad (6)$$

Если $k = 0, n, 2n, \dots$, из (6) получим

$$y_{0,n} = \pm B \sin[\Theta \sin(\Omega t + \Phi)]. \quad (7)$$

При $\sin(\Omega t + \Phi) = 1$, $2y_{0,n} = aa'_{\text{макс}}$ индекс фазовой модуляции определяется по формуле

$$\Theta = \arcsin \frac{aa'_{\text{макс}}}{2B}. \quad (8)$$

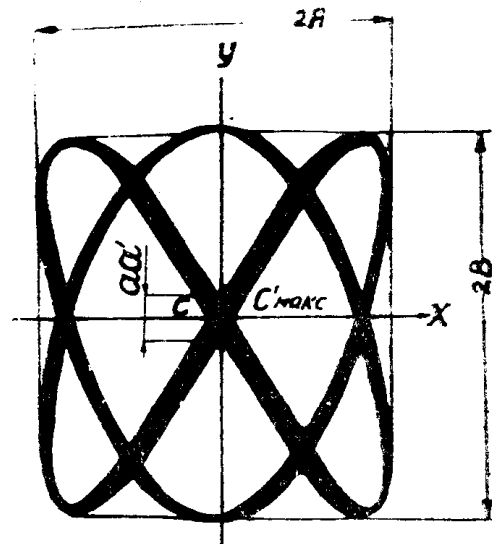
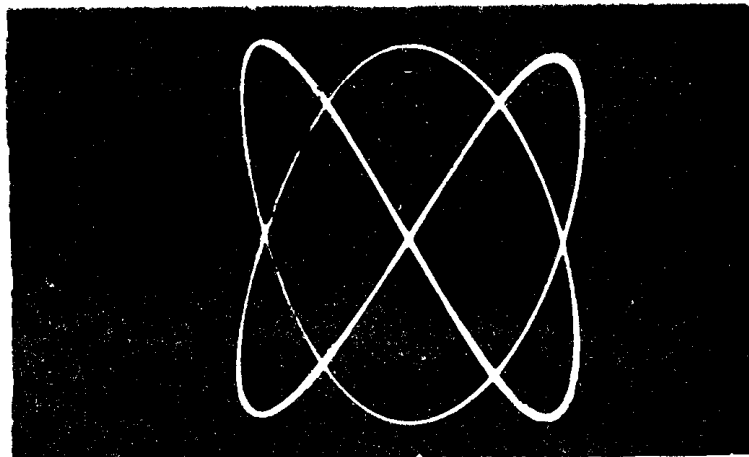
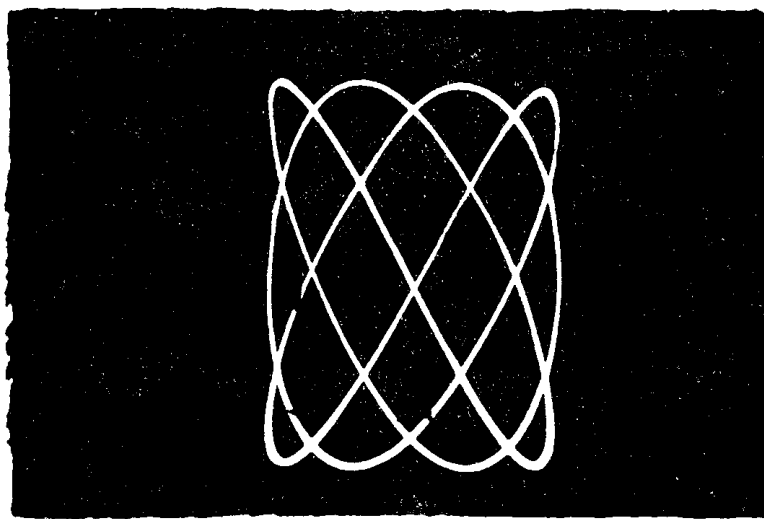


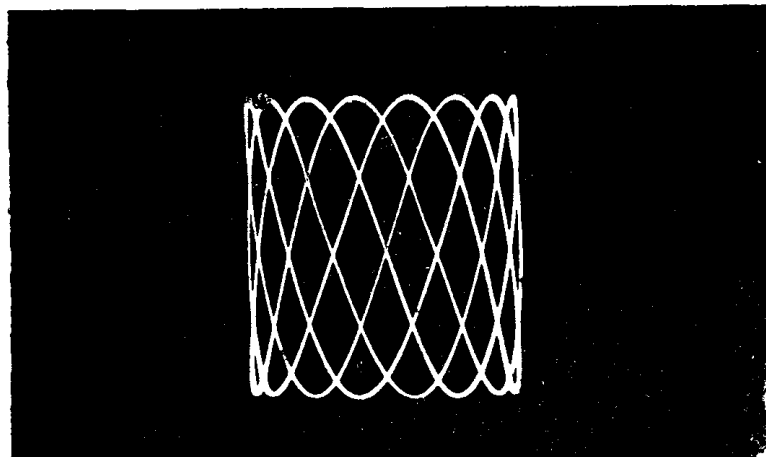
Рис. 1. Интерференционная картина при $\varphi_0 = 0$, $\frac{m}{n} = \frac{2}{3}$.



a



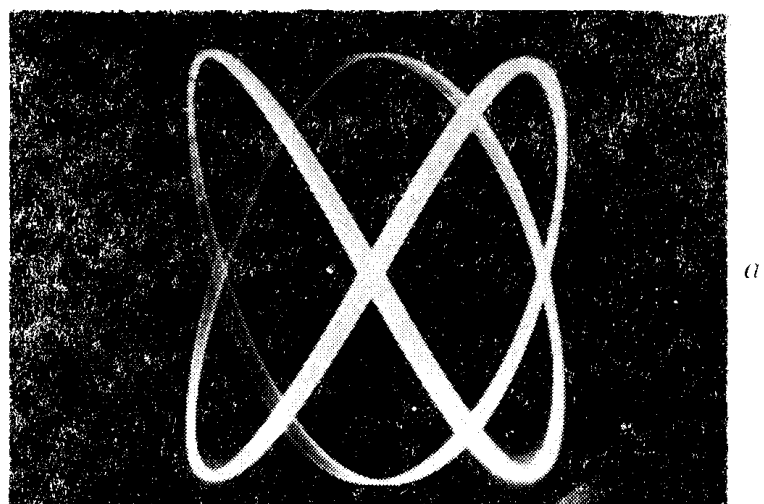
b



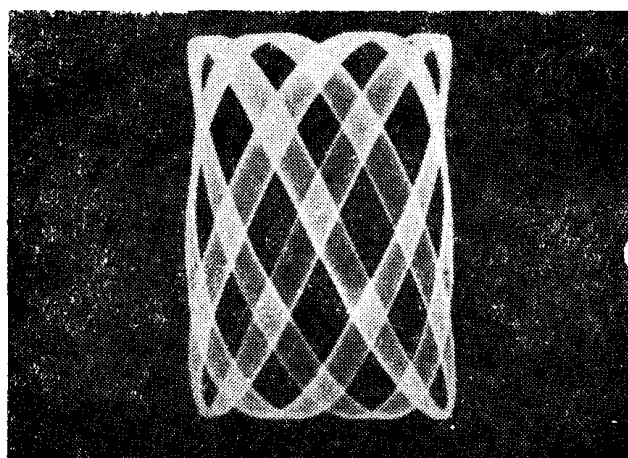
c

Рис. 3. Осциллограммы интерференционных картин при
отсутствии фазовой модуляции:

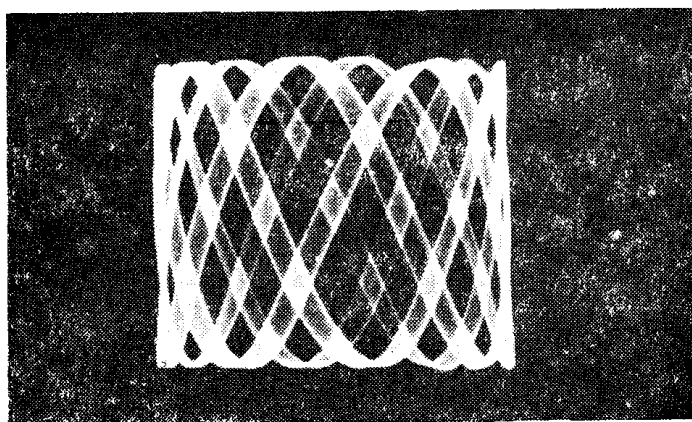
- а) $\varphi_0 = 0, \theta = 0, \frac{m}{n} = \frac{2}{3}$; б) $\varphi_0 = 0, \theta = 0, \frac{m}{n} = \frac{3}{1}$;
в) $\varphi_0 = 0, \theta = 0, \frac{m}{n} = \frac{3}{8}$.



a



б



в

Рис. 2. Осциллограммы интерференционных картин при фазовой модуляции у меньшей частоты:

а) $\varphi_0=0$, $\frac{m}{n} = \frac{2}{3}$, $\theta=3^\circ 50'$; б) $\varphi_0=0$, $\frac{m}{n} = \frac{3}{4}$, $\theta=9^\circ$;

в) $\varphi_0=0$, $\frac{m}{n} = \frac{3}{8}$, $\theta=4^\circ 50'$.

Не трудно показать математически, что при любом целочисленном отношении частот и $\varphi_0 = 0$ размытости фигуры будут наибольшими в центре (отрезки $cc'_{\text{макс}}$ и $aa'_{\text{макс}}$, рис. 1). Ордината кривой, расположенная на наименьшем расстоянии от центра, определяется из уравнения (6) при $\Theta = 0$ и $k = 1$ или $k = n + 1$

$$y'_{1+n} = B \sin \frac{m\pi}{n}. \quad (9)$$

Если $\Theta \neq 0$, ордината кривой, расположенная на наименьшем расстоянии от центра, определяется не однозначно или имеет размытость

$$y_{1+n} = B \sin \left[\frac{m}{n} \pi + \Theta (\sin \Omega t + \Phi) \right]. \quad (10)$$

Половина этой размытости определяется как разность между формулами (9) и (10)

$$y_{1+n} - y'_{1+n} = B \left\{ \sin \frac{m\pi}{n} \left[1 - \cos \left\{ \Theta \sin(\Omega t + \Phi) \right\} \right] - \right. \\ \left. - \cos \frac{m\pi}{n} \sin \left[\Theta \sin(\Omega t + \Phi) \right] \right\}. \quad (11)$$

В выражении (11) при малых Θ $[1 - \cos\{\Theta \sin(\Omega t + \Phi)\}] \approx 0$,

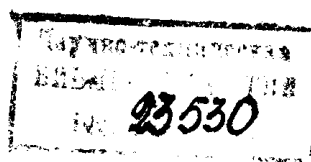
тогда $y_{1+n} - y'_{1+n} \approx -B \cos \frac{m\pi}{n} \sin \left[\Theta \sin(\Omega t + \Phi) \right]. \quad (12)$

Из сравнения выражений (12) и (7) видно, что при фазовой модуляции размытость вдоль оси Y в самой близкой от центра ординате в $\cos \frac{m\pi}{n}$ раз меньше, чем размытость в центре фигуры. Аналогично можно показать, что размытость по оси X в центре фигуры в $\frac{1}{\cos \frac{m\pi}{n}}$ шире, чем в самой близкой абсциссе от центра.

Формулой (3) удобно пользоваться, когда отсутствует амплитудная модуляция у напряжения, приложенного к вертикально-отклоняющим пластинам осциллографа, а формулой (5) — в случае отсутствия ее у напряжения, приложенного к горизонтально-отклоняющим пластинам. Точность измерения малых индексов фазовой модуляции по формуле (5) тем выше, по сравнению с формулой (3), чем меньше отношение $\frac{m}{n}$. При малых Θ можно пользоваться формулой, полученной от перемножения формул (8) и (5)

$$\Theta \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{aa'_{\text{макс}} \cdot cc'_{\text{макс}}}{A \cdot B}} \cdot \sqrt{\frac{m}{n}}. \quad (13)$$

Чувствительность измерения можно значительно повысить, если увеличить m_x и m_y осциллографа (рис. 4), а напряжения u_{m_1} и u_m



измерять с помощью лампового вольтметра. При этом формула (13) принимает вид

$$\theta \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{maa'_{\max} \cdot cc'_{\max}}{nm_x m_y \mu_{m_1} \mu_{m_2}}} \quad (14)$$

Для определения по изложенному методу индекса фазовой модуляции в шестиполюснике пригодна блок-схема, изображенная на рис. 5. Напряжение от генератора 1 подается на два канала. В первом канале через вспомогательный делитель частоты 2 напряжение подается на исследуемый шестиполюсник 3. Во втором канале через

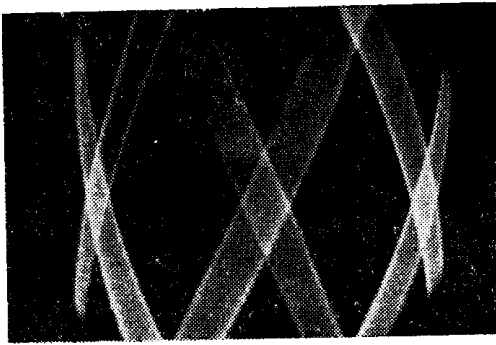


Рис. 4. Оциллограмма центра интерференционной картины при $\varphi_0=0, \frac{m}{n} = \frac{2}{3}, \theta = 6,5^\circ$.

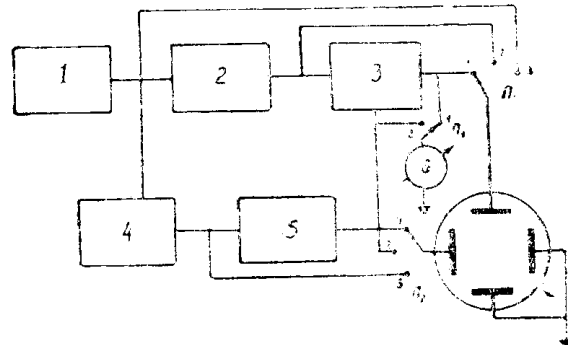


Рис. 5. Блок-схема измерений индексов фазовой модуляции в шестиполюсниках. 1—измерительный генератор, 2 и 4—вспомогательные делители частоты, 5—вспомогательный фазовращатель, 3—исследуемый шестиполюсник.

фазовращатель установки нулевого фазового сдвига 5 и вспомогательный делитель частоты 4 напряжение подается на вторую пару зажимов исследуемого шестиполюсника. Вспомогательные делители применяются для синхронизации частоты входных напряжений. Выходное напряжение шестиполюсника подается на одну пару отклоняющих пластин осциллографа, на вторую пару пластин подается один из входных сигналов шестиполюсника. Необходимо, чтобы отношение частот этих напряжений было как можно меньше, с этой точки зрения и выбирается тот или иной входной сигнал в качестве опорного. Затем определяются отрезки cc'_{\max} и $2A$ на экране осциллографа (рис. 1) или aa'_{\max} и $2B$. По формуле (5) или (3) определяется индекс фазовой модуляции. С помощью лампового вольтметра 6 (рис. 5) измеряются напряжения μ_{m_1} и μ_{m_2} , а отрезки cc'_{\max} и aa'_{\max} измеряются на экране осциллографа и по формуле (14) подсчитывается θ .

Для измерения паразитной фазовой модуляции вспомогательных делителей или вносимых делителями фазовых сдвигов (3) предполагается переключение Π_1 и Π_2 в положение 2 или 3. Соответственно при измерении фазовой модуляции в четырехполюсниках блок-схема измерения значительно упрощается, так как нет необходимости применять второй вспомогательный делитель частоты.

При оценке точности измерения малых индексов фазовой модуляции предлагаемым методом необходимо выяснить вопрос о влиянии паразитной амплитудной модуляции при измерениях. Если амплитудная модуляция присутствует у сигнала с частотой ω_2 , параметрические уравнения фигуры на экране электронно-лучевой трубки имеют вид

$$x = A \sin n \omega_0 t$$

$$y = B [1 + M \sin (\Omega t + \Phi)] \sin (m \omega_0 t + \varphi_0). \quad (15)$$

Ординаты фигуры при $\omega_0 t = \frac{k\pi}{n}$, где $k = 0, 1, 2, \dots$ из (15)

$$y_k = B \left[1 + M \sin (\Omega t + \Phi) \right] \sin \left(\frac{m}{n} k\pi + \varphi_0 \right).$$

В случае $\varphi_0 = 0$ и $k = 0, n, 2n, \dots, gn$, т. е. в центре фигуры, размытости по оси Y нет, так как $y_{0, n} = 0$, изменяется только величина отрезка $2B$. Если же амплитудная модуляция присутствует у сигнала с большей частотой ω_1 , то аналогично можно показать, что размытость в центре фигуры будет отсутствовать, а изменится величина отрезка $2A$ (рис. 6). Таким образом, паразитная модуляция не влияет на точность измерения отрезков aa'_{\max} , cc'_{\max} . Влияние же амплитудной модуляции на точность измерения отрезков $2A$ или $2B$ можно избежать, пользуясь либо формулой (5), либо формулой (8).

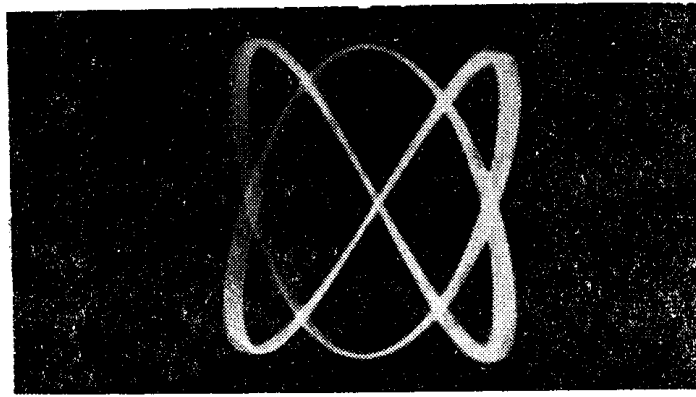


Рис. 6. Оциллограмма интерференционной картины при АМ у сигнала меньшей частоты $\frac{m}{n} = \frac{2}{3}$, $\theta = 0$ и $\varphi_0 = 0$.

Погрешности измерения индекса фазовой модуляции рассмотренным методом в основном обуславливаются конечными размерами светового пятна на экране осциллографа, кривизной экрана осциллографической трубки и наличием нелинейных искажений сигналов.

Диаметр светового пятна у осциллографов может быть установлен равным 0,5-1 мм. Расстояние между двумя точками оциллограммы можно определить с точностью $\pm d$, где d — толщина линии, равная диаметру светового пятна. Определяя индекс фазовой модуляции по формуле (8), для предельно возможных значений θ_1 и θ_2 с учетом ошибки в измерении расстояний aa'_{\max} и $2B$ получим

$$\sin \theta_1 = \frac{aa'_{\max} + a}{2B - d} \quad \text{и} \quad \sin \theta_2 = \frac{aa'_{\max} - d}{2B + d}. \quad (16)$$

Принимая $\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \theta$, а $\frac{\theta_1 - \theta_2}{2} = \Delta\theta$ и пренебрегая малыми величинами второго порядка, получим

$$\sin \Delta\theta \approx \frac{d}{2B} \left[\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} \right]. \quad (17)$$

Из выражения (17) можно найти границы изменения $\sin\Delta\theta$, если учитывать, что $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{n}$

$$\frac{d}{2B} \leq \sin\Delta\theta \leq \frac{d}{2B} \left[\frac{1 + \sin \frac{\pi}{n}}{\cos \frac{\pi}{n}} \right].$$

Например, при диаметре экрана трубки 125 мм можно получить длину отрезка $2B = 100$ мм, тогда при диаметре пятна $d = 1$ мм и $n = 10$ имеем $\Delta\theta_{\text{макс}} \approx 29'$.

При пользовании формулой (5) эта погрешность уменьшается в $\frac{m}{n}$ раз.

Погрешность, обусловливаемая нелинейностью трубки, может быть определена через коэффициент, показывающий максимальное отклонение чувствительности на рабочем участке экрана

$$\gamma = \frac{m_{\text{макс}} - m_{\text{мин}}}{m_{\text{мин}}}.$$

Экспериментально определенный коэффициент нелинейности трубки Э037 имеет значения порядка (0,05÷0,06). Зададимся законом изменения чувствительности, при котором погрешность в определении отношения отрезков $a = \frac{aa'_{\text{макс}}}{2B}$ будет максимальна. Тогда получим следующие выражения для определения отрезков:

$$aa'_{\text{макс}} = m_{\text{макс}} \cdot u_1 \quad \text{и} \\ 2B = m_{\text{макс}} u_1 + m_{\text{мин}}(u_2 - u_1).$$

Отношение отрезков с учетом такой неравномерности чувствительности равно

$$a' = \frac{a(1 - \gamma)}{a\gamma + 1}. \quad (18)$$

Соответственно получим значения для θ и θ'

$$\sin\theta = a \quad \text{и} \quad \sin\theta' = a' \quad (19)$$

Из выражения (19) с учетом (18) после пренебрежения малыми второго порядка получим

$$\sin \frac{\Delta\theta_{\text{макс}}}{2} \approx \gamma \text{tg}\theta.$$

При малых значениях индекса модуляции $\Delta\theta \approx 2\gamma\theta$ или $\Delta\theta \approx (0,1 \div 0,12)\theta$. Максимальная погрешность измерения на порядок меньше измеряемой величины, что вполне допустимо.

Нелинейные искажения напряжений u_1 и u_2 , приложенных к отклоняющим пластинам трубки, приводят к ошибке в определении отрезков $aa'_{\text{макс}}$ и $2B$, $cc'_{\text{макс}}$ и $2A$. Представив исследуемое напряжение суммой гармонических составляющих, получим уравнения, описывающие кривую на экране осциллографа в виде

$$\begin{aligned} x &= A \sin n\omega_0 t, \\ y &= \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin k [m\omega_0 t + \theta \sin(\Omega t + \Phi)]. \end{aligned} \quad (20)$$

Полагая $x = 0$, т. е. $\omega_0 t = \frac{q\pi}{n}$, находим ординаты точек пересечения с осью Y из (20)

$$y_q = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin k \left[\frac{mq\pi}{n} + \theta \sin(\Omega t + \Phi) \right]. \quad (21)$$

Из (21) определим ширину размытости по оси Y , симметричную оси X , положив $q = 0, n, 2n, \dots, pn$

$$2y_{0,n} = 2 \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin k [m\pi + \theta \sin(\Omega t + \Phi)]. \quad (22)$$

Из (22) определяем относительную погрешность

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = \frac{B_2 \sin 2\theta}{B \sin \theta} + \frac{B_3 \sin 3\theta}{B \sin \theta} + \dots$$

В случае малых θ получаем

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} \approx 2\gamma_2 + 3\gamma_3 + \dots,$$

где γ_2 и γ_3 — коэффициенты нелинейности по гармоникам.

Таким образом, видим, что небольшие нелинейные искажения исследуемого сигнала не приводят к существенной ошибке в измерениях индекса фазовой модуляции.

Учитывая, что рассмотренные погрешности являются независимыми случайными величинами, можно считать, что общая относительная погрешность будет небольшой. Она уменьшается с увеличением n и уменьшением m . Возможная неточность установки $\varphi_0 = 0$ не приведет к существенной ошибке в определении отрезков $cc'_{\text{макс}}$ и $aa'_{\text{макс}}$, так как эти отрезки заключены между параллельными линиями фигуры.

Выводы

1. При фазовой модуляции одного из сигналов, образующих интерференционную картину на экране осциллографа, по двум линейным отрезкам фигуры определить индекс фазовой модуляции при любом целочисленном отношении частот.

2. Точность измерения индекса модуляции повышается при уменьшении отношения $\frac{m}{n}$, если фазовая модуляция имеется у сигнала с меньшей частотой.

3. Амплитудная модуляция одного из сигналов, образующих интерференционную картину, не влияет на результаты измерения.

4. Небольшие нелинейные искажения исследуемого сигнала не приводят к существенной ошибке при измерении.

5. Предлагаемый метод измерения малых индексов фазовой модуляции не требует предварительной градуировки и отличается простотой используемого оборудования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шульженко К. М. и Супьян В. Я. Измерение малых индексов фазовой модуляции с помощью электроно-лучевой трубки. Известия ТПИ, том 105, 1960.

2. Щеголев Е. Н. О разности фаз периодических процессов с рациональным отношением частот и об измерении ее с помощью катодного осциллографа, ЖТФ, том IV, 1934.

3. Мосс Н. Метод фигур Лиссажу для осциллографического сравнения частот и фазы. Современный катодный осциллограф, ч. 1, 1951.