ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМЕНИ С. М. КИРОВА

Том 236 1976 г.

О ВЛИЯНИИ ТРЕЩИН В ЦЕМЕНТНОМ КОЛЬЦЕ НА ПРИТОКИ В НЕФТЯНЫЕ СКВАЖИНЫ

Л. А. ПУХЛЯКОВ

(Представлена профессором А. В. Аксариным)

Допустим, что некоторая скважина прошла нефтеносный пласт небольшой мощности h, в котором оказалось одно отверстие в колонне, и что через это отверстие параллельно оси скважины прошла трещина в цементном кольце длиной h и шириной $2u$. Очевидно, сопротивление движению нефти внутри самой трещины будет во много раз меньше сопротивления на пути подхода к ней. На этом основании можно пренебречь первым из них и рассмотреть лишь второе. Для этого прежде всего необходимо определить площадь фильтрации на различных расстояниях от оси трещины.

Нетрудно видеть, что за пределами двух радиусов скважины эта площадь будет выражаться соотношением

$$F_1 = 2\pi\rho h, \qquad (1)$$

где ρ — расстояние от оси трещины. Таким образом, для выражения перепада давлений в этой зоне будет справедлива формула Дюпюи, которая запишется в следующем виде:

$$P_0 - P_1 = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R}{2r} \qquad (2)$$

где Q — приток в скважину в пластовых условиях в см³/сек, k — проницаемость пласта в дарси, h — мощность пласта (и длина трещины) в см; R — радиус влияния скважины в см; r — радиус скважины до спуска в нее обсадной колонны (половина диаметра долота) в см.

В зоне, примыкающей непосредственно к трещине, перепад давлений будет иметь более сложный вид. Для установления математического выражения его, во-первых, необходимо определить площадь, которую вырезает тело цементного кольца в цилиндре, описанном радиусом ρ вокруг оси трещины. С этой целью обратимся к рис. 1. На этом рисунке видно, что половина дуги, отсекаемой цементным кольцом в окружности описанного радиуса, может быть определена через радиус ρ и угол $\angle O_1O_2C$, выраженный в радианах

$$\frac{1}{2} x = \rho \angle O_1O_2C. \qquad (3)$$

Но угол этот не является постоянным, поэтому для производства с ним различных преобразований его нужно выразить через арккосинус. В таком случае выражение (3) принимает вид

$$\frac{1}{2} x = \rho \arccos \frac{\rho}{2r}. \qquad (4)$$

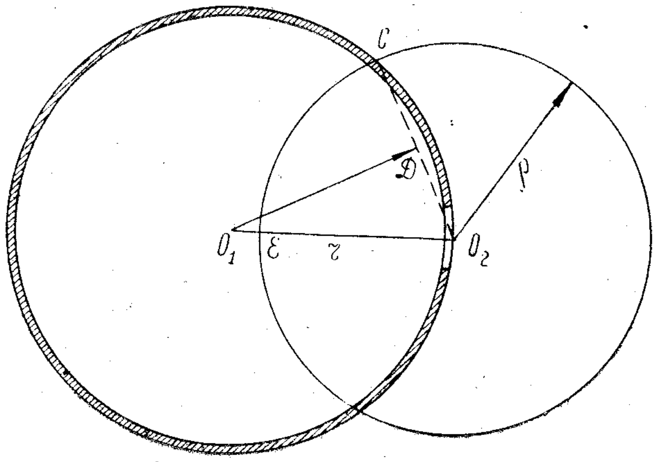

Рис. 1. Элементы, определяющие площадь выреза, сделанного в цилиндре, когда ось одного из них находится на поверхности другого.

Отсюда площадь выреза можно записать в следующем виде:

$$F' = 2\rho h \cdot \arccos \frac{\rho}{2r} \tag{5}$$

и площадь фильтрации

$$F_2 = 2\pi\rho h - 2\rho h \cdot \arccos \frac{\rho}{2r}\,. \tag{6}$$

Разлагая арккосинус в ряд, получаем

$$F_2 = 2\pi\rho h - 2\rho h \left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\rho}{2r} + \frac{\rho^3}{6\cdot 8\cdot r^3} + \frac{3\ \rho^5}{40\cdot 32\cdot r^5} + \frac{15\ \rho^7}{336\cdot 128\cdot r^7} + \ldots\right)\right], \tag{7}$$

или после соответствующих преобразований

$$F_2 = h\left(\pi\rho + \frac{\rho^2}{r} + 0{,}0416667\frac{\rho^4}{r^3} + 0{,}0046875\frac{\rho^6}{r^5} + 0{,}0006975\frac{\rho^8}{r^7} + \ldots\right) \tag{8}$$

Очевидно, исходное выражение для определения перепада давлений будет иметь вид

$$dP = \frac{Q\mu}{kh\left(\pi\rho + \frac{\rho^2}{r} + 0{,}0416667\frac{\rho^4}{r^3} + 0{,}0046875\frac{\rho^6}{r^5} + 0{,}0006975\frac{\rho^8}{r^7} + \ldots\right)}\,d\rho\,. \tag{9}$$

или после приведения к виду, удобному для интегрирования,

$$dP = \frac{Q\mu}{2\pi kh}\left(\frac{2}{\rho} - 0{,}636620\frac{1}{r} + 0{,}202640\frac{\rho}{r^2} - 0{,}091028\frac{\rho^2}{r^3} + \right.$$
$$+ 0{,}037420\frac{\rho^3}{r^4} - 0{,}017564\frac{\rho^4}{r^5} + 0{,}007752\frac{\rho^5}{r^6} - 0{,}003712\frac{\rho^6}{r^7} +$$
$$\left. + 0{,}001692\frac{\rho^7}{r^8} - 0{,}000744\frac{\rho^8}{r^9} + \ldots\right) dp. \tag{10}$$

Интегрируя выражение (10) в пределах $u < \rho < 2r$, где u — половина ширины трещины в см, получаем

$$P_1 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi kh}\left(2\ln\rho - 0{,}636620\frac{\rho}{r} + \frac{0{,}202640}{2}\frac{\rho^2}{r^2} - \frac{0{,}091028}{3}\frac{\rho^3}{r^3} + \right.$$

$$+\frac{0{,}037420}{4}\frac{\rho^4}{r^4}-\frac{0{,}017564}{5}\frac{\rho^5}{r^5}+\frac{0{,}007752}{6}\frac{\rho^6}{r^6}-\frac{0{,}003712}{7}\frac{\rho^7}{r^7}+$$

$$+\frac{0{,}001692}{8}\frac{\rho^8}{r^8}-\frac{0{,}000744}{9}\frac{\rho^9}{r^9}+\ldots\Bigg)\Bigg|_u^{2r}. \qquad (11)$$

Подставляя в полученное выражение заданные пределы и принимая во внимание, что радиус скважины во много раз превышает ширину трещины, с известной степенью приближения получаем

$$P_1-P_2=\frac{Q\mu}{2\pi kh}\left(2\ln\frac{2r}{u}-1{,}273240+0{,}405284-0{,}242740+\right.$$

$$\left.+0{,}149680-0{,}112536+0{,}082688-0{,}067867+0{,}054144-0{,}042324+\ldots\right) \qquad (12)$$

$$P_1-P_2=\frac{Q\mu}{2\pi kh}\left(2\ln\frac{2r}{u}-1{,}04692\right), \qquad (13)$$

Если расчет описанным методом продолжать до более высоких степеней ρ, то второй член в скобках выражения (13) окажется равным 1,024. И кроме того, если допустить, что длина трещины l не равна мощности пласта, то выражение (13) необходимо записать в следующем виде

$$P_1-P_2=\frac{Q\mu}{2\pi kl}\left(2\ln\frac{2r}{u}-1{,}024\right). \qquad (14)$$

Наконец, складывая выражение (14) с выражением (2), получаем

$$P_1-P_2=\frac{Q\mu}{2\pi k}\left(\frac{2}{l}\ln\frac{2r}{u}-\frac{1{,}024}{l}+\frac{1}{h}\ln\frac{R}{2r}\right). \qquad (15)$$

А теперь допустим, что у нас имеется скважина, радиус которой перед спуском обсадной колонны был равен 10 см, радиус ее влияния (R) 210 м, вязкость нефти 0,52 спз, проницаемость пласта 91,6 миллидарси, мощность пласта на одно отверстие 14,286 см, приток в пластовых условиях 18,3 см^3/сек на отверстие и посмотрим, каким у нас окажется перепад давлений, если пуля перфоратора сделала отверстие лишь в колонне, а в цементном кольце создала трещину длиной 14,286 см и шириной 0,4 мм ($u=0{,}02$ см). При наличии отверстия и отсутствии трещины в цементном кольце в таких условиях перепад давлений оказался равным 33 атм [1].

В результате подстановки перечисленных данных в формулу (15) получаем

$$P_0-P_2=\frac{18{,}3\cdot 0{,}52}{2\pi 0{,}0916\cdot 14{,}286}\left(2\ln\frac{20}{0{,}02}-1{,}024+\ln\frac{21000}{20}\right)$$

или после соответствующих преобразований

$$P_0-P_2=\frac{9{,}51652}{8{,}22215}\,(2\ln 1000-1{,}024+\ln 1050),$$

$$P_0-P_2=1{,}157424\,(2\cdot 6{,}90775-1{,}024+6{,}9566)=22{,}857 \text{ ат.} \qquad (16)$$

Итак, по сравнению с притоком через отверстие приток через трещину требует несколько меньшего перепада давлений, однако разница между ними не слишком велика. Она едва превышает 30%. Больше того, сопоставляя между собой отдельные члены заключенной в скобки части выражения (16), нетрудно видеть, что и при наличии трещин основное сопротивление движению жидкости создает зона, непосредственно примыкающая к стволу скважины. Оно почти вдвое превышает сопротивление зоны плоско-радиального потока. Таким образом, продольные трещины в цементном кольце, пока ширина их остается небольшой, на приток в скважину влияют слабо.

Рассмотрим, как дело обстоит с кольцевыми трещинами. Для этого выберем трещину такой же ширины $2u$ и пласт мощностью h, в пределах которого как раз против его средины имеется одно-единственное отверстие в колонне. Имеется в виду, что рассматриваемая трещина соединяется с отверстием.

Для выражения площади фильтрации в зоне влияния трещины выберем в ней элементарную полоску. Длина этой полоски выразится соотношением

$$x=2\pi(r+\rho\sin\alpha), \tag{17}$$

где ρ — расстояние от трещины по прямой, проходящей через ось скважины и α — угол, образованный этой прямой и осью скважины (рис. 2). Ширина полоски выразится соотношением

$$y=\rho d\alpha. \tag{18}$$

Отсюда площадь ее

$$dF=2\pi(r+\rho\sin\alpha)\rho d\alpha \tag{19}$$

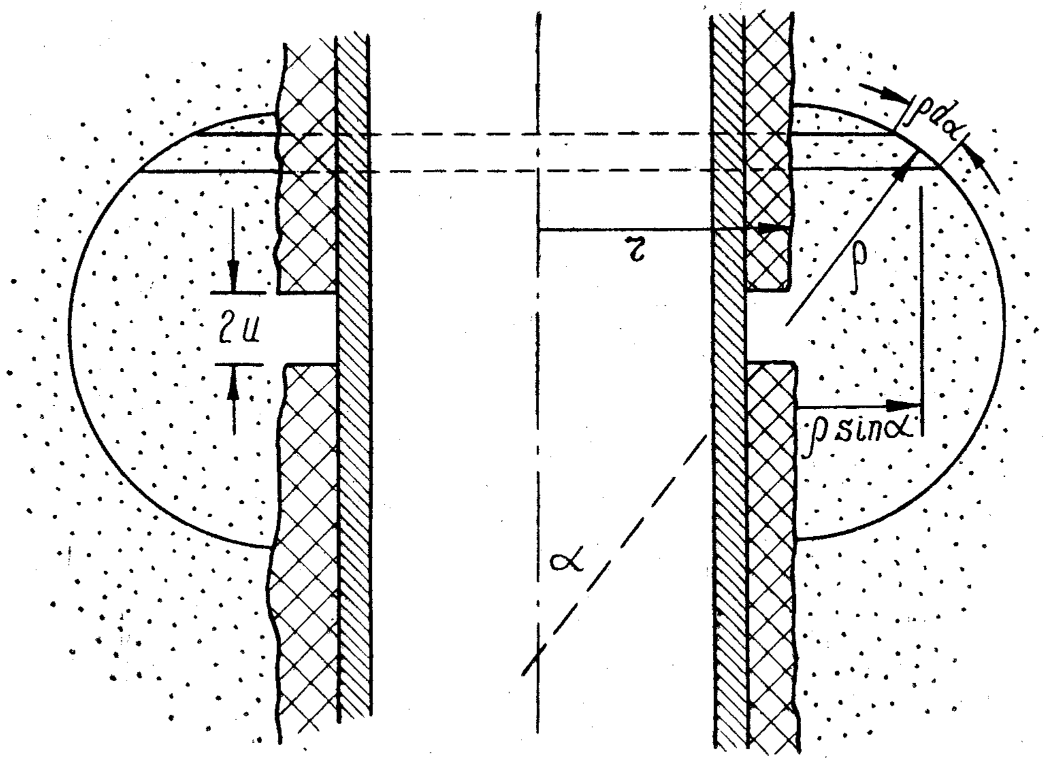

Рис. 2. Элементы, определяющие площадь фильтрации на расстоянии ρ от кольцевой трещины при притоке через эту трещину. Косой штриховкой заштриховано тело обсадной колонны, клеточной — цементное кольцо. $2u$ — ширина трещины, $\rho d\alpha$ — ширина элементарной полоски рассматриваемой поверхности.

и площадь верхней половины поверхности фильтрации, ограниченной пределами $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, можно выразить через интеграл от выражения (19)

$$\frac{1}{2}F=2\pi\rho r\int_0^{\pi/2} d\alpha+2\pi\rho^2\int_0^{\pi/2}\sin\alpha d\alpha, \tag{20}$$

$$\frac{1}{2}F=2\pi\rho r\alpha\Big|_0^{\pi/2}-2\pi\rho^2\cos\alpha\Big|_0^{\pi/2}, \tag{21}$$

$$\frac{1}{2} F=2\pi\rho r \frac{\pi}{2}+2\pi\rho^2. \qquad (22)$$

Таким образом, полная площадь поверхности фильтрации выразится соотношением

$$F=2\pi^2\rho r+4\pi\rho^2 \qquad (23)$$

и исходное выражение для определения перепада давлений в рассматриваемом случае будет иметь вид

$$dP=\frac{Q\mu}{k\,2\pi(\pi\rho r+2\rho^2)}\,d\rho. \qquad (24)$$

Приводя выражение (24) к виду, удобному для интегрирования, получаем

$$dP=\frac{Q\mu}{2\pi k\cdot 2\rho\left(\frac{1}{2}\pi r+\rho\right)}\,d\rho \qquad (25)$$

и после интегрирования

$$P_1-P_2=\frac{Q\mu}{2\pi k\cdot 2}\left(-\frac{1}{\frac{1}{2}\pi r}\ln\frac{\frac{1}{2}\pi r+\rho}{\rho}\right)\Bigg|_u^{\frac{h}{2}} \qquad (26)$$

$$P_1-P_2=\frac{Q\mu}{2\pi k}\cdot\frac{1}{\pi r}\left(\ln\frac{\pi r+2u}{2u}-\ln\frac{\pi r+h}{h}\right), \qquad (27)$$

$$P_1-P_2=\frac{Q\mu}{2\pi k}\cdot\frac{1}{\pi r}\ln\frac{(\pi r+2u)h}{2u(\pi r+h)}. \qquad (28)$$

Наконец, исключая из числителя выражения (28) $2u$, поскольку эта величина (ширина трещины) всегда несоизмеримо меньше πr (половины окружности скважины по наружному диаметру), и прибавляя к полученному выражению геометрическую характеристику зоны плоско-радиального потока, получаем

$$P_0-P_2=\frac{Q\mu}{2\pi k}\left[\frac{1}{\pi r}\ln\frac{\pi rh}{2u(\pi r+h)}+\frac{1}{h}\ln\frac{R}{r+0{,}5h}\right]. \qquad (29)$$

Как известно, основное сопротивление своему движению жидкость испытывает в непосредственной близости трещины. Поэтому, если трещина в цементном кольце будет занимать не всю окружность скважины, а лишь часть ее и если длину ее выразить через l, то без большой ошибки выражение притока в рассматриваемую скважину можно записать в следующем виде:

$$P_0-P_2=\frac{Q\mu}{2\pi k}\left[\frac{2}{l}\ln\frac{lh}{2u(l+2h)}+\frac{1}{h}\ln\frac{R}{r+0{,}5h}\right]. \qquad (30)$$

А теперь посмотрим, насколько перепад давлений на продольных трещинах отличается от перепада давлений на поперечных трещинах. Для этого проведем расчет по формуле (30), подставив в нее в качестве l 14,286 см, а в качестве остальных — те же величины, которые употреблялись при расчете по формуле (15). Кстати, величина 14,286 см при расчете по формуле (15) выражала не только мощность пласта, но также и длину трещины. В результате подстановки этих величин в формулу (30) получаем

$$P_0-P_2=\frac{18{,}3\cdot 0{,}52}{6{,}28318\cdot 0{,}0916}\left[\frac{2}{14{,}286}\ln\frac{14{,}286\cdot 14{,}286}{2\cdot 0{,}02(14{,}286+28{,}372)}+\right.$$

$$+\frac{1}{14,286}\ln\frac{21000}{10+7,143}\Big],$$

$$P_0-P_2=\frac{9,516}{0,57554}(0,14\ln 119,05+0,07\ln 1224,98),$$

$$P_0-P_2=16,476(0,66913+0,49777)=19,226 \text{ атм.} \qquad (31)$$

При расчете по формуле (15) мы получили 22,857 атм. Расхождение является сравнительно небольшим и может быть полностью объяснено тем, что в зоне влияния трещины при расчете по формуле (15) мы исходили из того, что длина трещины соответствовала ширине потока, а при расчете по формуле (30) длина трещины была все время меньше ширины потока. В связи с изложенным для определения перепада давлений при притоке в скважину, у которой через каждое отверстие проходит по одной трещине в цементном кольце, можно пользоваться следующей формулой, за основу которой взята формула (15)

$$P_0-P_2=\frac{Q\mu}{2\pi kn}\left(\frac{2n}{l}\ln\frac{2r}{u}-\frac{1,024n}{l}+\frac{n}{h}\ln\frac{R}{2r}\right). \qquad (32)$$

где Q — приток в скважину в пластовых условиях в см³/сек, μ — вязкость нефти в пластовых условиях в сантипуазах, k — проницаемость пласта в дарси, n — число отверстий в колонне, h — мощность пласта в см, l — средняя длина трещин в см.

При больших размерах трещин эта формула будет справедлива и в случаях, когда отверстие в колонне будет одновременно и отверстием в цементном кольце. В случаях же, когда при тех же условиях размеры трещин будут небольшими, то для расчета перепада давлений и других параметров нужно поступать следующим образом.

1. Два первых члена в скобках выражения (32) представляются в виде геометрической характеристики зоны влияния трещин

$$G_u=\frac{2n}{l}\ln\frac{2r}{u}-\frac{1,024n}{l} \qquad (33)$$

2. В соответствии с теорией притока в скважины, не имеющие трещин в цементном кольце [1, 2], определяется геометрическая характеристика зоны влияния отверстий. При высокой плотности перфорации, когда мощность пласта на одно отверстие не достигает 2,55 радиусов скважины, или 1,27 диаметра долота

$$\frac{h}{n}\leqslant 2,55r, \qquad (34)$$

расчет ведется по формуле

$$G\lambda=\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{s}-\frac{0,25}{r}\ln\frac{s}{\lambda}+0,0625\frac{s-\lambda}{r^2}-0,0117\frac{s^2-\lambda^2}{r^3}+$$

$$+0,0026\frac{s^3-\lambda^3}{r^4}-0,0008\frac{s^4-\lambda^4}{r^5}+0,0002\frac{s^5-\lambda^5}{r^6}-0,0001\frac{s^6-\lambda^6}{r^7}+\ldots \qquad (35)$$

где λ — радиус отверстия на внешнем срезе цементного кольца в см, s — радиус влияния отверстий, который при высокой плотности перфорации рассчитывается по формуле

$$S=0,5\sqrt{2\pi r\frac{h}{n}}, \qquad (36)$$

r — радиус скважины перед спуском обсадной колонны в см. При низкой плотности перфорации, когда левая часть выражения (34) превышает правую, вместо формул (35) и (36) употребляются другие [2].

3. После определения геометрической характеристики зоны влияния трещин $G_ц$ и зоны влияния отверстий G_λ определяется их общая геометрическая характеристика $G_{об}$. Расчет ведется по формуле

$$\frac{1}{G_{об}} = \frac{1}{G_ц} + \frac{1}{G_\lambda} \tag{37}$$

Если число трещин, проходящих через каждое отверстие, выражается числом i и все они примерно одинаковы, то формула (37) принимает вид

$$\frac{1}{G_{об}} = \frac{i}{G_ц} + \frac{1}{G_\lambda} \tag{38}$$

Общий перепад давлений в таком случае будет выражаться соотношением

$$P_0 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi kn}\left(G_{об} + \frac{n}{h}\ln\frac{R}{s+r}\right). \tag{39}$$

Допустим, что в некотором случае на каждое отверстие в фильтре приходится по две трещины, геометрическая характеристика каждой из которых равна 0,66913, а геометрическая характеристика зоны влияния отверстий без учета трещин $G\lambda$ выражается числом 1,5264. Допустим далее, что геометрическая характеристика зоны плоско-радиального потока, выражаемая соотношением

$$G_R = \frac{n}{h}\ln\frac{R}{r+s} \tag{40}$$

равна 0,49777, а прочие параметры потока те же, что и в выражениях (16) и (31). В таком случае расчет по формуле (38) дает

$$\frac{1}{G_{об}} = \frac{2{,}0}{0{,}66913} + \frac{1{,}0}{1{,}5264} = 2{,}989 + 0{,}655 = 3{,}644, \tag{41}$$

откуда $G_{об}$ оказывается равным 0,274. Подставляя же эту величину в выражение (31) вместо 0,66913, получаем

$$P_0 - P_2 = 16{,}476\,(0{,}274 + 0{,}49777) = 12{,}7 \text{ ати}. \tag{42}$$

При наличии одной трещины и игнорировании отверстия мы получали в одном случае 22,9, а в другом 19,2 ати (см. выражения 16 и 31), а при игнорировании трещин 33 ати [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Пухляков. Определение проницаемости пласта по притокам в скважину на установившихся режимах. Известия ТПИ, т. 177, 1971.

2. Л. А. Пухляков. Вывод формулы притока в гидродинамически несовершенную скважину. Известия ТПИ, т. 201, 1972.