

## О ВЛИЯНИИ ТРЕЩИН В ЦЕМЕНТНОМ КОЛЬЦЕ НА ПРИТОКИ В НЕФТЯНЫЕ СКВАЖИНЫ

Л. А. ПУХЛЯКОВ

(Представлена профессором А. В. Аксариним)

Допустим, что некоторая скважина прошла нефтеносный пласт небольшой мощности  $h$ , в котором оказалось одно отверстие в колонне, и что через это отверстие параллельно оси скважины прошла трещина в цементном кольце длиной  $h$  и шириной  $2u$ . Очевидно, сопротивление движению нефти внутри самой трещины будет во много раз меньше сопротивления на пути подхода к ней. На этом основании можно пренебречь первым из них и рассмотреть лишь второе. Для этого прежде всего необходимо определить площадь фильтрации на различных расстояниях от оси трещины.

Нетрудно видеть, что за пределами двух радиусов скважины эта площадь будет выражаться соотношением

$$F_1 = 2\pi\rho h, \quad (1)$$

где  $\rho$  — расстояние от оси трещины. Таким образом, для выражения перепада давлений в этой зоне будет справедлива формула Дюпюи, которая запишется в следующем виде:

$$P_0 - P_1 = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R}{2r} \quad (2)$$

где  $Q$  — приток в скважину в пластовых условиях в см<sup>3</sup>/сек,  $k$  — проницаемость пласта в дарси,  $h$  — мощность пласта (и длина трещины) в см;  $R$  — радиус влияния скважины в см;  $r$  — радиус скважины до спуска в нее обсадной колонны (половина диаметра долота) в см.

В зоне, примыкающей непосредственно к трещине, перепад давлений будет иметь более сложный вид. Для установления математического выражения его, во-первых, необходимо определить площадь, которую вырезает тело цементного кольца в цилиндре, описанном радиусом  $\rho$  вокруг оси трещины. С этой целью обратимся к рис. 1. На этом рисунке видно, что половина дуги, отсекаемой цементным кольцом в окружности описанного радиуса, может быть определена через радиус  $\rho$  и угол  $\angle O_1O_2C$ , выраженный в радианах

$$\frac{1}{2} x = \rho \angle O_1O_2C. \quad (3)$$

Но угол этот не является постоянным, поэтому для производства с ним различных преобразований его нужно выразить через арккосинус. В таком случае выражение (3) принимает вид

$$\frac{1}{2} x = \rho \arccos \frac{\rho}{2r}. \quad (4)$$

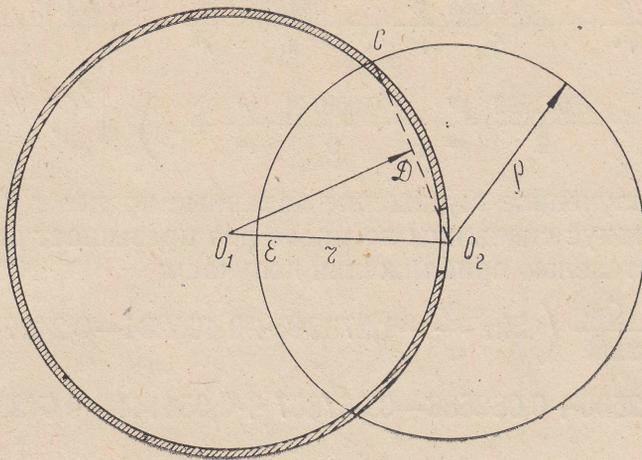


Рис. 1. Элементы, определяющие площадь выреза, сделанного в цилиндре, когда ось одного из них находится на поверхности другого.

Отсюда площадь выреза можно записать в следующем виде:

$$F' = 2\rho h \cdot \arccos \frac{\rho}{2r} \quad (5)$$

и площадь фильтрации

$$F_2 = 2\pi\rho h - 2\rho h \cdot \arccos \frac{\rho}{2r} \quad (6)$$

Разлагая арккосинус в ряд, получаем

$$F_2 = 2\pi\rho h - 2\rho h \left[ \frac{\pi}{2} - \left( \frac{\rho}{2r} + \frac{\rho^3}{6 \cdot 8 \cdot r^3} + \frac{3 \rho^5}{40 \cdot 32 \cdot r^5} + \frac{15 \rho^7}{336 \cdot 128 \cdot r^7} + \dots \right) \right], \quad (7)$$

или после соответствующих преобразований

$$F_2 = h \left( \pi\rho + \frac{\rho^2}{r} + 0,0416667 \frac{\rho^4}{r^3} + 0,0046875 \frac{\rho^6}{r^5} + 0,0006975 \frac{\rho^8}{r^7} + \dots \right) \quad (8)$$

Очевидно, исходное выражение для определения перепада давлений будет иметь вид

$$dP = \frac{Q\mu}{kh \left( \pi\rho + \frac{\rho^2}{r} + 0,0416667 \frac{\rho^4}{r^3} + 0,0046875 \frac{\rho^6}{r^5} + 0,0006975 \frac{\rho^8}{r^7} + \dots \right)} d\rho \quad (9)$$

или после приведения к виду, удобному для интегрирования,

$$dP = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \left( \frac{2}{\rho} - 0,636620 \frac{1}{r} + 0,202640 \frac{\rho}{r^2} - 0,091028 \frac{\rho^2}{r^3} + \right. \\ \left. + 0,037420 \frac{\rho^3}{r^4} - 0,017564 \frac{\rho^4}{r^5} + 0,007752 \frac{\rho^5}{r^6} - 0,003712 \frac{\rho^6}{r^7} + \right. \\ \left. + 0,001692 \frac{\rho^7}{r^8} - 0,000744 \frac{\rho^8}{r^9} + \dots \right) d\rho \quad (10)$$

Интегрируя выражение (10) в пределах  $u < \rho < 2r$ , где  $u$  — половина ширины трещины в см, получаем

$$P_1 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \left( 2\ln\rho - 0,636620 \frac{\rho}{r} + \frac{0,202640}{2} \frac{\rho^2}{r^2} - \frac{0,091028}{3} \frac{\rho^3}{r^3} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{0,037420}{4} \frac{\rho^4}{r^4} - \frac{0,017564}{5} \frac{\rho^5}{r^5} + \frac{0,007752}{6} \frac{\rho^6}{r^6} - \frac{0,003712}{7} \frac{\rho^7}{r^7} + \\
& + \frac{0,001692}{8} \frac{\rho^8}{r^8} - \frac{0,000744}{9} \frac{\rho^9}{r^9} + \dots \Bigg| \frac{2r}{u} \quad (11)
\end{aligned}$$

Подставляя в полученное выражение заданные пределы и принимая во внимание, что радиус скважины во много раз превышает ширину трещины, с известной степенью приближения получаем

$$P_1 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \left( 2\ln \frac{2r}{u} - 1,273240 + 0,405284 - 0,242740 + \right. \\
\left. + 0,149680 - 0,112536 + 0,082688 - 0,067867 + 0,054144 - 0,042324 + \dots \right) \quad (12)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \left( 2\ln \frac{2r}{u} - 1,04692 \right), \quad (13)$$

Если расчет описанным методом продолжать до более высоких степеней  $\rho$ , то второй член в скобках выражения (13) окажется равным 1,024. И кроме того, если допустить, что длина трещины  $l$  не равна мощности пласта, то выражение (13) необходимо записать в следующем виде

$$P_1 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi kl} \left( 2\ln \frac{2r}{u} - 1,024 \right). \quad (14)$$

Наконец, складывая выражение (14) с выражением (2), получаем

$$P_1 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi k} \left( \frac{2}{l} \ln \frac{2r}{u} - \frac{1,024}{l} + \frac{1}{h} \ln \frac{R}{2r} \right). \quad (15)$$

А теперь допустим, что у нас имеется скважина, радиус которой перед спуском обсадной колонны был равен 10 см, радиус ее влияния ( $R$ ) 210 м, вязкость нефти 0,52 спз, проницаемость пласта 91,6 миллидарси, мощность пласта на одно отверстие 14,286 см, приток в пластовых условиях 18,3 см<sup>3</sup>/сек на отверстие и посмотрим, каким у нас окажется перепад давлений, если пуля перфоратора сделала отверстие лишь в колонне, а в цементном кольце создала трещину длиной 14,286 см и шириной 0,4 мм ( $u=0,02$  см). При наличии отверстия и отсутствии трещины в цементном кольце в таких условиях перепад давлений оказался равным 33 атм [1].

В результате подстановки перечисленных данных в формулу (15) получаем

$$P_0 - P_2 = \frac{18,3 \cdot 0,52}{2\pi \cdot 0,0916 \cdot 14,286} \left( 2\ln \frac{20}{0,02} - 1,024 + \ln \frac{21000}{20} \right)$$

или после соответствующих преобразований

$$P_0 - P_2 = \frac{9,51652}{8,22215} (2\ln 1000 - 1,024 + \ln 1050),$$

$$P_0 - P_2 = 1,157424 (2 \cdot 6,90775 - 1,024 + 6,9566) = 22,857 \text{ ат.} \quad (16)$$

Итак, по сравнению с притоком через отверстие приток через трещину требует несколько меньшего перепада давлений, однако разница между ними не слишком велика. Она едва превышает 30%. Больше того, сопоставляя между собой отдельные члены заключенной в скобки части выражения (16), нетрудно видеть, что и при наличии трещин основное сопротивление движению жидкости создает зона, непосредственно прилегающая к стволу скважины. Оно почти вдвое превышает сопротивление зоны плоско-радиального потока. Таким образом, продольные трещины в цементном кольце, пока ширина их остается небольшой, на приток в скважину влияют слабо,

Рассмотрим, как дело обстоит с кольцевыми трещинами. Для этого выберем трещину такой же ширины  $2u$  и пласт мощностью  $h$ , в пределах которого как раз против его середины имеется одно-единственное отверстие в колонне. Имеется в виду, что рассматриваемая трещина соединяется с отверстием.

Для выражения площади фильтрации в зоне влияния трещины выберем в ней элементарную полоску. Длина этой полоски выразится соотношением

$$x = 2\pi(r + \rho \sin \alpha), \quad (17)$$

где  $\rho$  — расстояние от трещины по прямой, проходящей через ось скважины и  $\alpha$  — угол, образованный этой прямой и осью скважины (рис. 2). Ширина полоски выразится соотношением

$$y = \rho d\alpha. \quad (18)$$

Отсюда площадь ее

$$dF = 2\pi(r + \rho \sin \alpha) \rho d\alpha \quad (19)$$

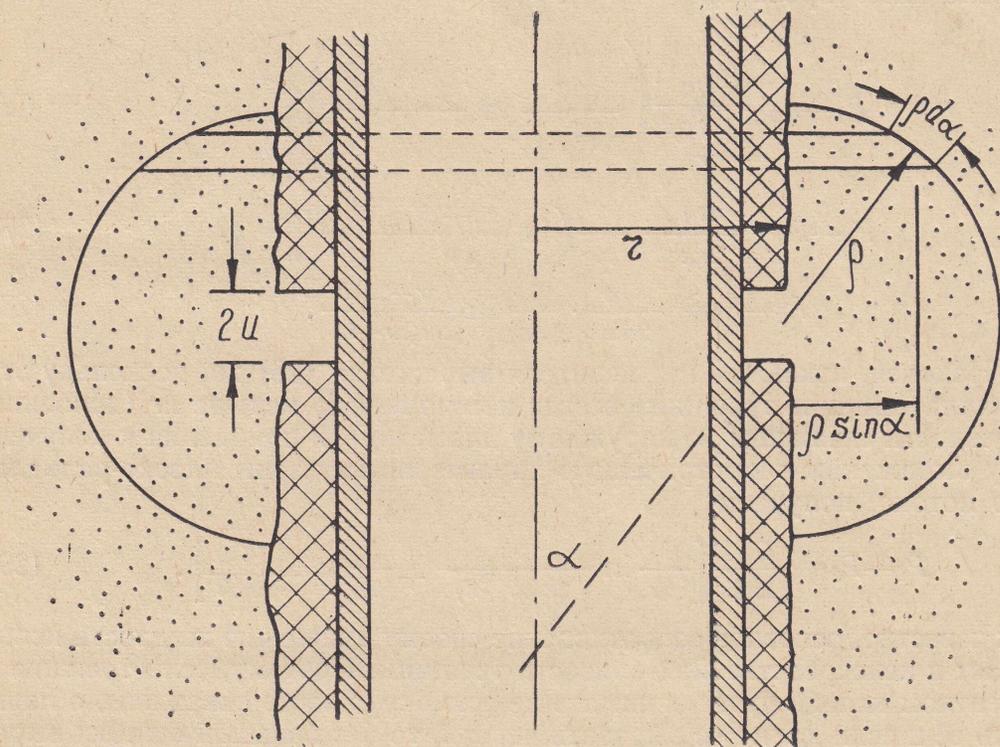


Рис. 2. Элементы, определяющие площадь фильтрации на расстоянии  $\rho$  от кольцевой трещины при притоке через эту трещину. Косой штриховкой заштриховано тело обсадной колонны, клеточной — цементное кольцо.  $2u$  — ширина трещины,  $\rho d\alpha$  — ширина элементарной полоски рассматриваемой поверхности.

и площадь верхней половины поверхности фильтрации, ограниченной пределами  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , можно выразить через интеграл от выражения (19)

$$\frac{1}{2} F = 2\pi r \int_0^{\pi/2} d\alpha + 2\pi \rho^2 \int_0^{\pi/2} \sin \alpha d\alpha, \quad (20)$$

$$\frac{1}{2} F = 2\pi r \alpha \Big|_0^{\pi/2} - 2\pi \rho^2 \cos \alpha \Big|_0^{\pi/2}, \quad (21)$$

$$\frac{1}{2} F = 2\pi r \frac{\pi}{2} + 2\pi r^2. \quad (22)$$

Таким образом, полная площадь поверхности фильтрации выразится соотношением

$$F = 2\pi^2 r + 4\pi r^2 \quad (23)$$

и исходное выражение для определения перепада давлений в рассматриваемом случае будет иметь вид

$$dP = \frac{Q\mu}{k 2\pi(\pi r + 2r^2)} dr. \quad (24)$$

Приводя выражение (24) к виду, удобному для интегрирования, получаем

$$dP = \frac{Q\mu}{2\pi k \cdot 2r \left( \frac{1}{2} \pi r + r \right)} dr \quad (25)$$

и после интегрирования

$$P_1 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi k \cdot 2} \left( -\frac{1}{\frac{1}{2} \pi r} \ln \frac{\frac{1}{2} \pi r + r}{r} \right) \Bigg|_u^{\frac{h}{2}} \quad (26)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi k} \cdot \frac{1}{\pi r} \left( \ln \frac{\pi r + 2u}{2u} - \ln \frac{\pi r + h}{h} \right), \quad (27)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi k} \cdot \frac{1}{\pi r} \ln \frac{(\pi r + 2u)h}{2u(\pi r + h)}. \quad (28)$$

Наконец, исключая из числителя выражения (28)  $2u$ , поскольку эта величина (ширина трещины) всегда несоизмеримо меньше  $\pi r$  (половины окружности скважины по наружному диаметру), и прибавляя к полученному выражению геометрическую характеристику зоны плоско-радиального потока, получаем

$$P_0 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi k} \left[ \frac{1}{\pi r} \ln \frac{\pi r h}{2u(\pi r + h)} + \frac{1}{h} \ln \frac{R}{r + 0,5h} \right]. \quad (29)$$

Как известно, основное сопротивление своему движению жидкостью испытывает в непосредственной близости трещины. Поэтому, если трещина в цементном кольце будет занимать не всю окружность скважины, а лишь часть ее и если длину ее выразить через  $l$ , то без большой ошибки выражение притока в рассматриваемую скважину можно записать в следующем виде:

$$P_0 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi k} \left[ \frac{2}{l} \ln \frac{lh}{2u(l+2h)} + \frac{1}{h} \ln \frac{R}{r+0,5h} \right]. \quad (30)$$

А теперь посмотрим, насколько перепад давлений на продольных трещинах отличается от перепада давлений на поперечных трещинах. Для этого проведем расчет по формуле (30), подставив в нее в качестве  $l$  14,286 см, а в качестве остальных — те же величины, которые употреблялись при расчете по формуле (15). Кстати, величина 14,286 см при расчете по формуле (15) выражала не только мощность пласта, но также и длину трещины. В результате подстановки этих величин в формулу (30) получаем

$$P_0 - P_2 = \frac{18,3 \cdot 0,52}{6,28318 \cdot 0,0916} \left[ \frac{2}{14,286} \ln \frac{14,286 \cdot 14,286}{2 \cdot 0,02(14,286 + 28,372)} + \right.$$

$$+ \frac{1}{14,286} \ln \frac{21000}{10+7,143} \Big],$$

$$P_0 - P_2 = \frac{9,516}{0,57554} (0,14 \ln 119,05 + 0,07 \ln 1224,98),$$

$$P_0 - P_2 = 16,476 (0,66913 + 0,49777) = 19,226 \text{ атм.} \quad (31)$$

При расчете по формуле (15) мы получили 22,857 атм. Расхождение является сравнительно небольшим и может быть полностью объяснено тем, что в зоне влияния трещины при расчете по формуле (15) мы исходили из того, что длина трещины соответствовала ширине потока, а при расчете по формуле (30) длина трещины была все время меньше ширины потока. В связи с изложенным для определения перепада давлений при притоке в скважину, у которой через каждое отверстие проходит по одной трещине в цементном кольце, можно пользоваться следующей формулой, за основу которой взята формула (15)

$$P_0 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi kn} \left( \frac{2n}{l} \ln \frac{2r}{u} - \frac{1,024n}{l} + \frac{n}{h} \ln \frac{R}{2r} \right). \quad (32)$$

где  $Q$  — приток в скважину в пластовых условиях в  $\text{см}^3/\text{сек}$ ,  $\mu$  — вязкость нефти в пластовых условиях в сантипуазах,  $k$  — проницаемость пласта в дарси,  $n$  — число отверстий в колонне,  $h$  — мощность пласта в см,  $l$  — средняя длина трещин в см.

При больших размерах трещин эта формула будет справедлива и в случаях, когда отверстие в колонне будет одновременно и отверстием в цементном кольце. В случаях же, когда при тех же условиях размеры трещин будут небольшими, то для расчета перепада давлений и других параметров нужно поступать следующим образом.

1. Два первых члена в скобках выражения (32) представляются в виде геометрической характеристики зоны влияния трещин

$$G_u = \frac{2n}{l} \ln \frac{2r}{u} - \frac{1,024n}{l} \quad (33)$$

2. В соответствии с теорией притока в скважины, не имеющие трещин в цементном кольце [1, 2], определяется геометрическая характеристика зоны влияния отверстий. При высокой плотности перфорации, когда мощность пласта на одно отверстие не достигает 2,55 радиусов скважины, или 1,27 диаметра долота

$$\frac{h}{n} \leq 2,55r, \quad (34)$$

расчет ведется по формуле

$$G\lambda = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{s} - \frac{0,25}{r} \ln \frac{s}{\lambda} + 0,0625 \frac{s-\lambda}{r^2} - 0,0117 \frac{s^2-\lambda^2}{r^3} +$$

$$+ 0,0026 \frac{s^3-\lambda^3}{r^4} - 0,0008 \frac{s^4-\lambda^4}{r^5} + 0,0002 \frac{s^5-\lambda^5}{r^6} - 0,0001 \frac{s^6-\lambda^6}{r^7} + \dots \quad (35)$$

где  $\lambda$  — радиус отверстия на внешнем срезе цементного кольца в см,  $s$  — радиус влияния отверстий, который при высокой плотности перфорации рассчитывается по формуле

$$S = 0,5 \sqrt{2\pi r \frac{h}{n}}, \quad (36)$$

$r$  — радиус скважины перед спуском обсадной колонны в см. При низкой плотности перфорации, когда левая часть выражения (34) превышает правую, вместо формул (35) и (36) употребляются другие [2].

3. После определения геометрической характеристики зоны влияния трещин  $G_u$  и зоны влияния отверстий  $G_\lambda$  определяется их общая геометрическая характеристика  $G_{об}$ . Расчет ведется по формуле

$$\frac{1}{G_{об}} = \frac{1}{G_u} + \frac{1}{G_\lambda} \quad (37)$$

Если число трещин, проходящих через каждое отверстие, выражается числом  $i$  и все они примерно одинаковы, то формула (37) принимает вид

$$\frac{1}{G_{об}} = \frac{i}{G_u} + \frac{1}{G_\lambda} \quad (38)$$

Общий перепад давлений в таком случае будет выражаться соотношением

$$P_0 - P_2 = \frac{Q\mu}{2\pi kn} \left( G_{об} + \frac{n}{h} \ln \frac{R}{s+r} \right). \quad (39)$$

Допустим, что в некотором случае на каждое отверстие в фильтре приходится по две трещины, геометрическая характеристика каждой из которых равна 0,66913, а геометрическая характеристика зоны влияния отверстий без учета трещин  $G_\lambda$  выражается числом 1,5264. Допустим далее, что геометрическая характеристика зоны плоско-радиального потока, выражаемая соотношением

$$G_R = \frac{n}{h} \ln \frac{R}{r+s} \quad (40)$$

равна 0,49777, а прочие параметры потока те же, что и в выражениях (16) и (31). В таком случае расчет по формуле (38) дает

$$\frac{1}{G_{об}} = \frac{2,0}{0,66913} + \frac{1,0}{1,5264} = 2,989 + 0,655 = 3,644, \quad (41)$$

откуда  $G_{об}$  оказывается равным 0,274. Подставляя же эту величину в выражение (31) вместо 0,66913, получаем

$$P_0 - P_2 = 16,476(0,274 + 0,49777) = 12,7 \text{ ати}. \quad (42)$$

При наличии одной трещины и игнорировании отверстия мы получали в одном случае 22,9, а в другом 19,2 ати (см. выражения 16 и 31), а при игнорировании трещин 33 ати [1].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Пухляков. Определение проницаемости пласта по притокам в скважину на установившихся режимах. Известия ТПИ, т. 177, 1971.
2. Л. А. Пухляков. Вывод формулы притока в гидродинамически несовершенную скважину. Известия ТПИ, т. 201, 1972.