

## ОБ ОДНОМ ИЗ ВИДОВ НЕЛИНЕЙНОЙ ФАЗОВОЙ ОШИБКИ, ПОЯВЛЯЮЩЕЙСЯ ПРИ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЧАСТОТЫ

Г. И. ЛЕВАШКИН

(Представлено научным семинаром радиотехнического факультета)

Значение преобразования частоты в современной радиотехнике трудно переоценить. Особенно широко применяются преобразующие устройства в различных областях приборостроения. В зависимости от назначения аппаратуры, в которой применяются преобразователи частоты, определяются требования к спектру преобразованного сигнала, к устойчивости фазы (или частоты) и т. д. Так, при создании специальных эталонов частоты и фазоизмерительной аппаратуры основное внимание уделяется устранению хаотических флюктуаций фазы и различного рода нелинейных фазовых ошибок, возникающих в блоке преобразователя частоты.

В ряде работ [1, 2, 3] показано, что при преобразовании частоты колебаний с целочисленным соотношением смешиваемых частот проявляется зависимость амплитуды и фазы разностной частоты от вида нелинейности и амплитуд смешиваемых сигналов. Можно показать, что такая зависимость справедлива не только для разностной частоты, но и для всех остальных спектральных составляющих, в том числе и для суммарной частоты.

Если характеристика нелинейного элемента описывается степенным полиномом  $i = i_0 + i_1 U_0 + i_2 U_0^2 + i_3 U_0^3 + i_4 U_0^4 + i_5 U_0^5 + \dots$ , а воздействующее на нелинейный элемент управляющее напряжение  $U_0 = U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos(\omega_2 t + \varphi)$ , то мы получим ток, спектр которого можно определить с помощью ряда Фурье<sup>1)</sup>

$$i(\omega) = J_0 + \sum_{p=1}^{\infty} V \sqrt{a_p^2 + b_p^2} \cos \left( p \omega_0 t + \arctg \frac{b_p}{a_p} \right), \quad (1)$$

$$\text{где } J_0 = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} i(U_0) dt, \quad a_p = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} i(U_0) \cos p \omega_0 t dt,$$

<sup>1)</sup> Нахождение спектра тока смесителя с помощью (1) можно производить также при очень больших целочисленных соотношениях смешиваемых частот также при иррациональных соотношениях с той или иной степенью приближения.

$$b_p = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} i(U_0) \sin p \omega_0 t dt.$$

Величина  $T_0$  определяется из соотношения смешиваемых частот. Аналитические выражения амплитуд и фаз разностного и суммарного колебаний при малочисленном соотношении смешиваемых частот, когда характеристика нелинейного элемента аппроксимирована полиномом пятой степени, помещены в таблицах 1 и 2.

В таблицах 1 и 2 использованы следующие обозначения:

$$i_a = U_1 \left[ i_1 + \frac{3}{4} i_3 (U_1^2 + 2 U_2^2) + \frac{5}{8} i_5 (U_1^4 + 3 U_2^4 + 6 U_1^2 U_2^2) \right];$$

$$i_b = U_2 \left[ i_1 + \frac{3}{4} i_3 (U_2^2 + 2 U_1^2) + \frac{5}{8} i_5 (U_2^4 + 3 U_1^4 + 6 U_1^2 U_2^2) \right];$$

$$i_{a,b} = U_1 U_2 \left[ i_2 + \frac{3}{2} i_4 (U_1^2 + U_2^2) \right]; \quad i_{2a} = \frac{U_1^2}{2} [i_2 + i_4 (U_1^2 + 3 U_2^2)];$$

$$i_{2b} = \frac{U_2^2}{2} [i_2 + i_4 (U_2^2 + 3 U_1^2)]; \quad i_{3a} = \frac{U_1^3}{4} [i_3 + \frac{5}{4} i_5 (U_1^2 + 4 U_2^2)];$$

$$i_{3b} = \frac{U_2^3}{4} \left[ i_3 + \frac{5}{4} i_5 (U_2^2 + 4 U_1^2) \right]; \quad i_{4a} = \frac{U_1^4}{8} i_4;$$

$$i_{4b} = \frac{U_2^4}{8} i_4; \quad i_{5a} = \frac{U_1^5}{16} i_5; \quad i_{5b} = \frac{U_2^5}{16} i_5; \quad i_{2(a,b)} = \frac{3}{4} U_1^2 U_2^2 i_4;$$

$$i_{2a,b} = \frac{U_1^2 U_2}{4} \left[ 3 i_3 + \frac{5}{2} i_5 (2 U_1^2 + 3 U_2^2) \right]; \quad i_{3a,b} = \frac{U_1^3 U_2}{2} i_4;$$

$$i_{a,3b} = \frac{U_1 U_2^3}{2} i_4;$$

$$i_{a,2b} = \frac{U_1 U_2^2}{4} \left[ 3 i_3 + \frac{5}{2} i_5 (2 U_2^2 + 3 U_1^2) \right]; \quad i_{4a,b} = \frac{5}{16} U_1^4 U_2 i_5;$$

$$i_{a,4b} = \frac{5}{16} U_1 U_2^4 i_5;$$

$$i_{3a,2b} = \frac{5}{8} U_1^3 U_2^2 i_5; \quad i_{2a,3b} = \frac{5}{8} U_1^2 U_2^3 i_5.$$

Зависимость амплитуд и фаз разностной и суммарной составляющих спектра для смешиваемых частот с большим целочисленным соотношением также будет иметь место, но она определится коэффициентами степенного ряда при больших степенях, т. е. при большей кривизне рабочего участка характеристики нелинейного элемента. По формулам таблиц 1 и 2 были определены величины фазовой по-

Таблица 1

## Для разностной частоты

$\alpha/\beta$	Амплитуда	Фаза
1/2	$\frac{\sqrt{i_a^2 + i_{\alpha\beta}^2 + i_{3\alpha,\beta}^2 + i_{3\alpha,2\beta}^2 + 2[i_a(i_{\alpha\beta} + i_{3\alpha,\beta}) + i_{\alpha\beta} \cdot i_{3\alpha,2\beta}] \cos \varphi + 2(i_a \cdot i_{3\alpha,2\beta} + i_{3\alpha,\beta} \cdot i_{\alpha\beta}) \times \cos 2\varphi + 2i_{3\alpha,\beta} \cdot i_{3\alpha,2\beta} \cos 3\varphi}}{}$	$-\arctg \frac{(i_{\alpha\beta} - i_{3\alpha,\beta}) \sin \varphi + i_{3\alpha,2\beta} \sin 2\varphi}{i_a + (i_{\alpha\beta} + i_{3\alpha,\beta}) \cos \varphi + i_{3\alpha,2\beta} \cos 2\varphi}$
1/3	$\sqrt{i_{2\alpha}^2 + i_{\alpha\beta}^2 + 2i_{2\alpha} \cdot i_{\alpha\beta} \cos \varphi}$	$-\arctg \frac{i_{\alpha\beta} \sin \varphi}{i_{2\alpha} + i_{\alpha\beta} \cos \varphi}$
1/4	$\sqrt{i_{3\alpha}^2 + i_{\alpha\beta}^2 + 2i_{3\alpha} \cdot i_{\alpha\beta} \cos \varphi}$	$-\arctg \frac{i_{\alpha\beta} \sin \varphi}{i_{3\alpha} + i_{\alpha\beta} \cos \varphi}$
2/3	$\sqrt{i_{\alpha\beta}^2 + i_{2\alpha,\beta}^2 + 2i_{\alpha\beta} \cdot i_{2\alpha,\beta} \cos 2\varphi}$	$-\arctg \left( \frac{i_{\alpha\beta} - i_{2\alpha,\beta}}{i_{\alpha\beta} + i_{2\alpha,\beta}} \operatorname{tg} \varphi \right)$
3/4	$\sqrt{i_{\alpha\beta}^2 + i_{3\alpha,2\beta}^2 + 2i_{\alpha\beta} \cdot i_{3\alpha,2\beta} \cos 3\varphi}$	$-\arctg \frac{i_{\alpha\beta} \sin \varphi - i_{3\alpha,2\beta} \sin 2\varphi}{i_{\alpha\beta} \cos \varphi + i_{3\alpha,2\beta} \cos 2\varphi}$

## Для суммарной частоты

$\alpha \varphi$	Амплитуда	Фаза
1 2	$  \frac{I_{30}^2 + I_{05}^2}{I_{05}^2} + I_{05}^2 + 2I_{05}(I_{30} + I_{025}) \cos \varphi + 2I_{30} \cdot I_{025} \cos 2\varphi$	$\arctg \frac{I_{05} \sin \varphi + I_{025} \sin 2\varphi}{I_{30} + I_{05} \cos \varphi + I_{025} \cos 2\varphi}$
1 3	$  I_{10}^2 + I_{05}^2 + I_{2005}^2 + 2I_{05}(I_{10} + I_{2005}) \cos \varphi + 2I_{10} \cdot I_{2005} \cos 2\varphi$	$\arctg \frac{I_{05} \sin \varphi + I_{2005} \sin 2\varphi}{I_{10} + I_{05} \cos \varphi + I_{2005} \cos 2\varphi}$
1 4	$  I_{30}^2 + I_{05}^2 + I_{30025}^2 + 2I_{05}(I_{30} + I_{30025}) \cos \varphi + 2I_{30} \cdot I_{30025} \cos 2\varphi$	$\arctg \frac{I_{05} \sin \varphi + I_{30025} \sin 2\varphi}{I_{30} + I_{05} \cos \varphi + I_{30025} \cos 2\varphi}$
2 3	$  I_{2005}^2 + I_{05}^2 + I_{405}^2 + 2I_{05}(I_{105} + I_{2005}) \cos 2\varphi + 2I_{105} \cdot I_{2005} \cos 4\varphi$	$\arctg \frac{(I_{05} + I_{105}) \sin \varphi + I_{2005} \sin 3\varphi}{(I_{205} + I_{105}) \cos \varphi + I_{2005} \cos 3\varphi}$
3 4	$\sim I_{05}$	$\sim \varphi$

грешности промежуточной частоты в зависимости от разности фаз смешиваемых сигналов для различных соотношений частот и амплитуд:

$$\gamma_1 = \varphi_{np} - \varphi.$$

Здесь  $\varphi_{np}$  — фаза промежуточной частоты, а  $\varphi$  — разность фаз смешиваемых сигналов.

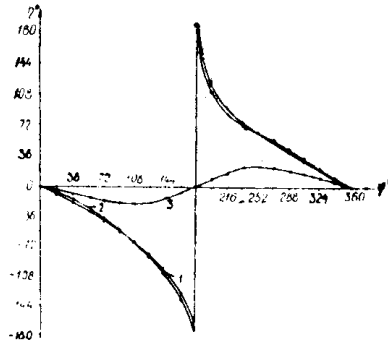


Рис. 1. Фазовая погрешность разностной частоты при  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$ .

$$\frac{1}{2}$$

1.  $U_H = 50_{\text{мВ}}, U_B = 10_{\text{мВ}}$ ;
2.  $U_H = U_B = 50_{\text{мВ}}$ ;
3.  $U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}}$ .

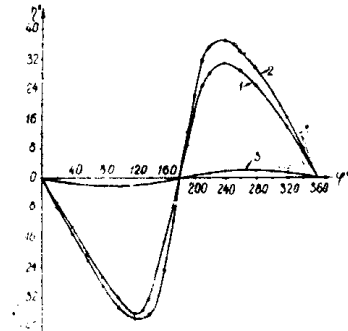


Рис. 2. Фазовая погрешность разностной частоты при  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{3}$ .

$$\frac{1}{3}$$

1.  $U_H = 50_{\text{мВ}}, U_B = 10_{\text{мВ}}$ ;
2.  $U_H = U_B = 50_{\text{мВ}}$ ;
3.  $U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}}$ .

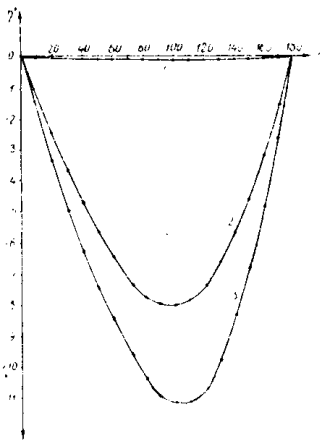


Рис. 3. Фазовая погрешность разностной частоты при  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{4}$ .

$$\frac{1}{4}$$

1.  $U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}}$ ;
2.  $U_H = U_B = 50_{\text{мВ}}$ ;
3.  $U_H = 50_{\text{мВ}}, U_B = 10_{\text{мВ}}$ .

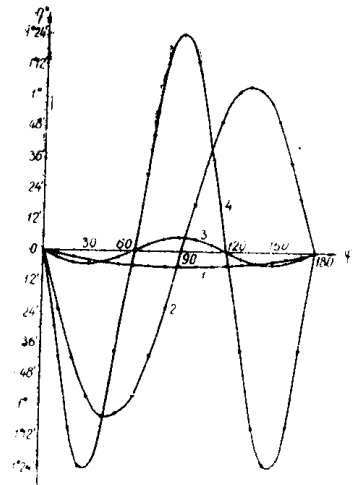


Рис. 4. Фазовая погрешность разностной частоты:

$$\text{при } \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{4}$$

- 1 —  $U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}}$ ;

$$\text{при } \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2}{3}$$

- 2 —  $U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}}$ ;

$$\text{при } \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{3}{4}$$

- 3 —  $U_H = 50_{\text{мВ}}, U_B = 10_{\text{мВ}}$ ;
- 4 —  $U_H = U_B = 50_{\text{мВ}}$ .

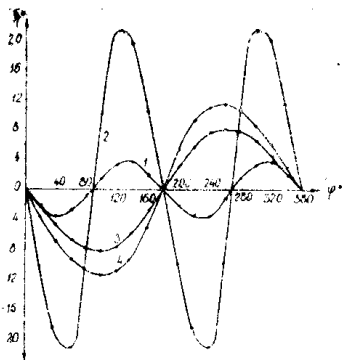


Рис. 5. Фазовая погрешность разностной частоты:

при  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2}{3}$

$$\begin{cases} 1 - U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}}; \\ 2 - U_H = 50_{\text{мВ}}, U_B = 10_{\text{мВ}}; \end{cases}$$

при  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{4}$

$$\begin{cases} 3 - U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}}; \\ 4 - U_H = 50_{\text{мВ}}, U_B = 10_{\text{мВ}}. \end{cases}$$

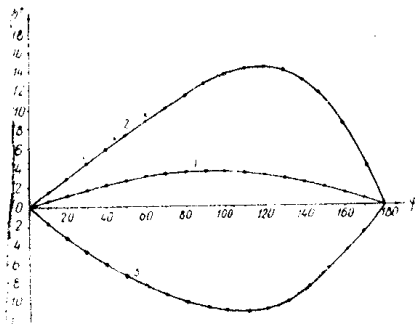


Рис. 6. Фазовая погрешность суммарной частоты при  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$ .

1.  $U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}};$
  2.  $U_H = U_B = 50_{\text{мВ}};$
  3.  $U_H = 50_{\text{мВ}}, U_B = 10_{\text{мВ}};$
- × — значения фазовой погрешности, проверенные экспериментально.

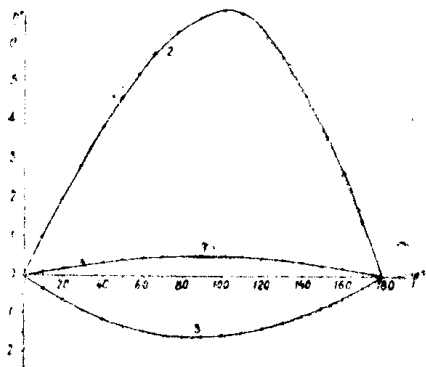


Рис. 7. Фазовая погрешность суммарной частоты при  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{3}$ .

1.  $U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}};$
  2.  $U_H = U_B = 50_{\text{мВ}};$
  3.  $U_H = 50_{\text{мВ}}, U_B = 10_{\text{мВ}};$
- × — значения фазовой погрешности, проверенные экспериментально.

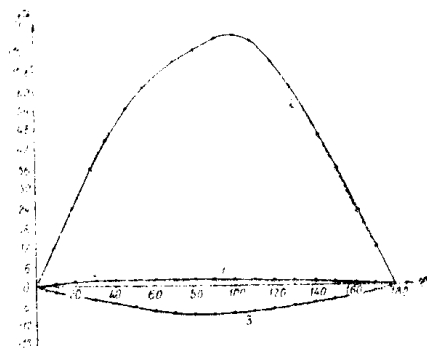


Рис. 8. Фазовая погрешность суммарной частоты при  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{4}$ .

1.  $U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}};$
  2.  $U_H = U_B = 50_{\text{мВ}};$
  3.  $U_H = 50_{\text{мВ}}, U_B = 10_{\text{мВ}};$
- × — значения фазовой погрешности, проверенные экспериментально.

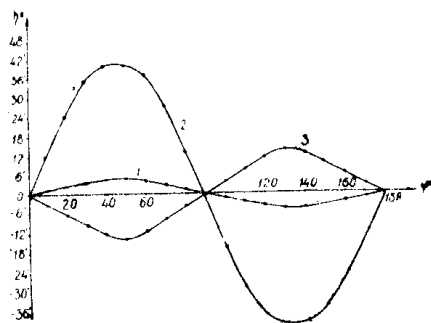


Рис. 9. Фазовая погрешность суммарной частоты при  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2}{3}$ .

1.  $U_H = 10_{\text{мВ}}, U_B = 50_{\text{мВ}};$
  2.  $U_H = U_B = 50_{\text{мВ}};$
  3.  $U_H = 50_{\text{мВ}}, U_B = 10_{\text{мВ}};$
- × — значения фазовой погрешности, проверенные экспериментально.

Для расчета были взяты данные аппроксимации нелинейной характеристики полупроводникового триода П-14. Эксперимент проводился с односеточным смесителем, собранным на указанном триоде. Для образования нужных целочисленных соотношений брались частоты 5 кГц, 10 кГц, 20 кГц, 30 кГц, 40 кГц от генератора сетки когерентных частот.

Измерение и контроль фазы промежуточной частоты проводились по фигурам Лиссажу, причем в качестве развертывающего напряжения бралось напряжение более высокой частоты (в 2-5 раз) от того же генератора сетки частот. Разность фаз смешиваемых сигналов задавалась с помощью простейшего фазовращателя для фазы более высокой частоты. Результаты расчета и эксперимента приведены на рис. 1-9. Они показывают, что проявление зависимости фазы комбинационного сигнала от вида характеристики и амплитуд входных сигналов будет заметнее и больше, если

а) для увеличения коэффициента передачи смесителя рабочая точка выбрана на участке характеристики нелинейного элемента с большей кривизной (т. е. рабочий участок аппроксимируется полиномом большей степени);

б) соотношение смешиваемых сигналов имеет тот же порядок, что и степень нелинейности рабочего участка характеристики ( $\alpha + \beta \ll n$ , наибольшего показателя степени  $n$ );

в) амплитуда сигнального напряжения (более высокая частота) меньше или равна амплитуде гетеродинного напряжения (частота ниже);

г) смешиваемые сигналы некогерентны ( $\varphi \neq 0$ ).

В общем случае влияние амплитуд смешиваемых сигналов и вида характеристики на фазу преобразованного колебания сказывается сильнее для разностной частоты, нежели для суммарной.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Д. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси. Авторское свидетельство кл. 21-а № 43685.

2. В. И. Юзвинский. О некоторых способах приема радиоволн с сохранением постоянства фазовых соотношений. ЖТФ, т. XI, вып. 1-2, 1941.

3. В. Г. Власов. Фазовые соотношения при преобразовании частоты колебаний с целочисленным соотношением частот. Ученые записки ЛВИМУ имени адмирала Макарова, вып. II, 1956.