

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ПОВОРОТЕ ГЛАВНЫХ ОСЕЙ ТЕНЗОРА НАПРЯЖЕНИЙ

Г. А. ДОЩИНСКИЙ, Н. В. ПОГОЖЕВА

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Влияние поворота осей тензора напряжений на пластическое состояние материалов является в теории пластичности почти не изученным, несмотря на большое количество исследований пластической деформации с реализацией программы нагружений типа  $P-M$  и  $P-M-q$  [1], [2], [3] и др. Осуществлявшийся в названных работах поворот главных осей напряжений сопровождался изменением и других характеристик напряженного состояния, что не позволило выделить в чистом виде роль поворота главных осей в процессе пластической деформации и, следовательно, установить закономерности последней, связанные с этим поворотом.

Напряженное состояние материала при реализуемой в экспериментах плоской схеме полностью определяется двумя скалярными величинами главных напряжений и одним углом поворота  $\alpha$  главных осей. Условие постоянства главных напряжений соответствует неизменности второго и третьего инвариантов девиатора напряжений

$$I_2(S_{ij}) = \text{const}, \quad I_3(S_{ij}) = \text{const}. \quad (1)$$

Первый инвариант девиатора напряжений (с учетом общепринятого допущения о невлиании среднего давления на процесс формоизменения) равен нулю.

$$I_1(S_{ij}) = 0 \quad (2)$$

Условия (1), в свою очередь, определяют неизменность интенсивности напряжений и вида напряженного состояния

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2} = \frac{1}{2} \sqrt{I_2(S_{ij})} = \text{const}, \quad (3)$$

$$\text{tg } \alpha_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{I_3(S_{ij})}{[2I_2(S_{ij})]^{3/2}}.$$

Следовательно, сложное нагружение, реализуемое при условии (3), позволяет выявить закономерности пластического поведения материалов, обусловленные изменением только угла поворота осей тензора напряжений. Значения всех остальных параметров нагружения остаются при этом неизменными.

Реализация сложного нагружения такого вида была осуществлена в опытах  $P-q-M$  на тонкостенных трубчатых образцах [4], [5], [6], [7], [8]. Угол поворота главных осей в этих работах лежал в диапазоне  $\alpha = 0 \div 90^\circ$ . В результате этих экспериментов при различных  $\sigma_i = \text{Const}$

наблюдался в процессе поворота осей прирост пластической деформации, приблизительно пропорциональный углу поворота (или дуге траектории нагружения). Степень прироста пластической деформации была тем больше, чем меньше реализуемые соотношения главных напряжений —  $\sigma_2/\sigma_1$ .

Цель описываемых в данной статье исследований: проследить характер прироста пластических деформаций при больших углах поворота осей ( $\alpha = 0 \div 180^\circ$ ), а также изучить векторные свойства приращений пластических деформаций в данных условиях нагружения. В опытах использовались медные трубки ( $D = 35 \text{ мм}$ ,  $t = 1,5 \text{ мм}$ ) и стальные (ст. 35, ст. 45) трубчатые образцы ( $D = 30 \text{ мм}$ ,  $t = 1 \text{ мм}$ ).

По результатам экспериментов, проведенных по методике, описанной в работах [5], [6], были построены графики прироста интенсивности пластической деформации в зависимости от угла поворота осей (рис. 1, 2, 3), показывающие приблизительную пропорциональность прироста пластической деформации углу поворота осей, что было отмечено и ранее [5], [6], [7], [8].

Однако в этих экспериментах, благодаря большому углу поворота, выявилось новое обстоятельство, заключающееся в том, что отмеченная пропорциональность имеет место лишь на участке, ограниченном углом поворота осей в  $90^\circ$ .

Дальнейшее вращение главных осей показывает значительное замедление прироста пластической деформации. Угол  $\alpha = 90^\circ$  является переломной точкой в кривых  $\Delta \varepsilon_i = f(\alpha)$ .

На некоторых медных образцах после осуществления поворота главных осей напряжений

на  $180^\circ$  и полного разрушения образца производилось повторное нагружение по той же программе. При этом обнаруживается продолжение прироста пластических деформаций, закономерность которого сходна с закономерностью прироста при первом повороте, но степень его в последнем случае значительно ниже (рис. 2). Это явление нуждается в более подробном изучении и объяснении.

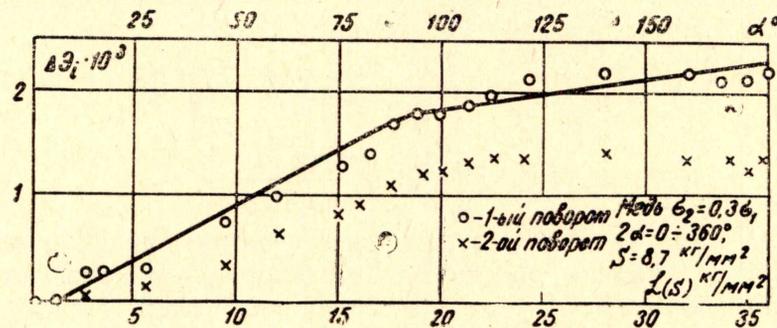


Рис. 2

Графическое дифференцирование полученных зависимостей  $\Delta \varepsilon_i = f(\alpha)$  позволяет сделать заключение о постоянстве модуля вектора приращений деформаций на протяжении всего процесса нагружения.

Для исследования векторных свойств приращений пластической деформации представим геометрически процесс нагружения в пространстве  $S_1—S_2—S_3$  пятимерного пространства А. А. Ильюшина. При выходе на кривую  $\sigma_{\lambda} = \text{const}$  простым нагружением  $P—q$  вектор напряжений  $S$  располагается целиком в плоскости  $S_1—S_2$ . При закручивании образца моментом  $M$  появляется третья компонента вектора напряжений  $S_3$  и он

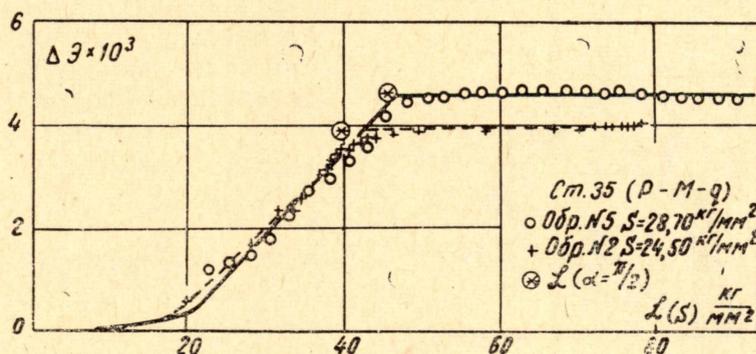


Рис. 3

начинает описывать коническую поверхность с вершиной в начале координат (причем угол конусности определяется осуществляемым соотношением главных напряжений  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = m$ ). Траектория нагружения будет изображаться окружностью, описываемой концом вектора  $S$ . Графическое дифференцирование экспериментальных кривых  $\Delta_j = f_j(\alpha)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) позволяет определить три составляющие вектора приращений пластических деформаций в каждой точке траектории нагружения. Из выражения скалярного произведения векторов напряжения и приращения деформации

$$\bar{S} \cdot d\bar{\Delta} = |S| \cdot |d\Delta| \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

угловое расхождение между векторами для совмещенных девиаторных подпространств напряжений и деформаций определится зависимостью

$$\cos \alpha = \frac{\bar{S} \cdot d\bar{\Delta}}{|S| \cdot |d\Delta|} = \frac{S_1 \cdot d\Delta_1 + S_2 \cdot d\Delta_2 + S_3 \cdot d\Delta_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \cdot \sqrt{d\Delta_1^2 + d\Delta_2^2 + d\Delta_3^2}} \quad (5)$$

При подстановке в эту формулу приращений деформаций  $d\Delta_1, d\Delta_2, d\Delta_3$ , полученных графическим дифференцированием, а также соответствующих значений  $S_1, S_2, S_3$ , определялось угловое расхождение  $\alpha$ , которое оказалось практически постоянным на всей длине траектории нагружения. Однако отмеченное постоянство углового расхождения между векторами  $\bar{S}$  и  $d\bar{\Delta}$  еще не определяет полностью ориентацию вектора приращения пластической деформации, так как процесс нагружения деформации отражается не плоской, а пространственной геометрической картиной. Для полного выяснения векторных свойств приращения пластической деформации строились пространственные образы процессов нагружений. Схематическое изображение такого образа процесса в пространстве  $S_1(\Delta_1), S_2(\Delta_2), S_3(\Delta_3)$  показано на рис. 4, а. При построении образов процессов и их анализе стало ясно, что векторы приращения пластической деформации лежат в плоскостях, касательных к конической поверхности в данной точке нагружения. Картина процесса, получаемая на развертке конической поверхности (рис. 4, б), подтверждает что векторы приращений деформаций постоянны по модулю, а направ-

ления их составляют с направлениями соответствующих векторов напряжений некоторый угол  $\kappa$ , приблизительно постоянный по всей длине траектории нагружения:

$$|d\bar{\mathcal{E}}| \approx \text{Const}, \quad \kappa \approx \text{Const}. \quad (6)$$

Сопоставление средних значений угла показывает близость с углом  $\kappa^*$ , определяемым для соответственных условий при изменении вида

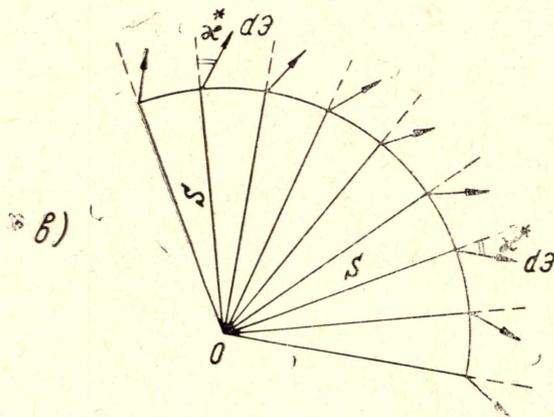
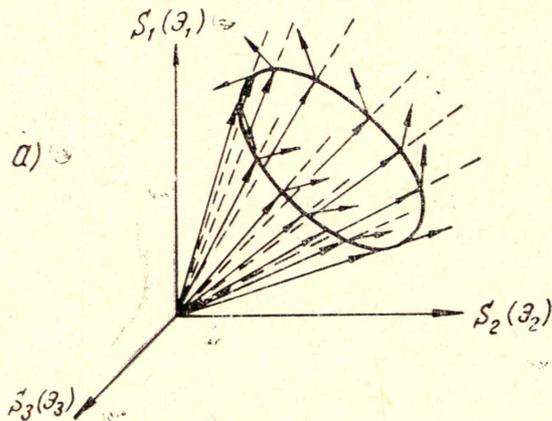


Рис. 4

напряженного состояния. Аналогичное сопоставление значений модулей приращений пластических деформаций с модулями, полученными в нагружениях для тех же материалов и той же величины  $\sigma_i = \text{Const}$ , но с изменением вида напряженного состояния, приводит к заключению  $|d\bar{\mathcal{E}}| = |d\bar{\mathcal{E}}|^*$

Принятие условий

$$\kappa = \kappa^* \quad |d\bar{\mathcal{E}}| = |d\bar{\mathcal{E}}|^* \quad (7)$$

позволяет сделать заключение о том, что переход от процесса простого нагружения к сложному при той же интенсивности напряжений изменением вида напряженного состояния при фиксированных главных осях, или поворотом главных осей, при фиксированных значениях  $\sigma_1 = \text{Const}$ ,  $\sigma_2 = \text{Const}$ , сопровождается приростом пластических деформаций, векторные и скалярные свойства которых в обоих случаях выражаются общими закономерностями. Эта общность, по-видимому, определяется единой

причиной — анизотропностью процесса упрочнения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Жуков. Пластическая деформация стали при сложном нагружении. Изв. АН СССР, ОТН, № 11, 1954.
2. А. М. Жуков. Пластические деформации изотропных металлов при сложном нагружении. Изв. АН СССР, ОТН, № 12, 1965.
3. Г. Б. Талыпов, В. И. Каменцев. Исследование границ текучести и некоторых других эффектов при сложном нагружении. Инж. бюлл., № 1, 1960.
4. В. И. Максак, Г. А. Дошинский. Экспериментальное исследование сложного нагружения с поворотом осей тензора напряжений при одноосном сжатии. Изв. ТПИ, т. 133, 1965.
5. Г. А. Дошинский, В. И. Максак. Пластическая деформация стали при сложном нагружении с постоянной интенсивностью напряжений. Инж. журнал «Механика твердого тела», № 3, М., 1966.
6. Г. А. Дошинский, В. И. Максак. Экспериментальное исследование пластических деформаций при сложном нагружении. Инж. журнал «Механика твердого тела», № 5, М., 1966.
7. В. И. Максак. Пластическая деформация стали при сложном нагружении. Изв. ТПИ, т. 139, 1966.
8. В. И. Максак, Г. А. Дошинский. Пластическая деформация латуни при сложном нагружении. Изв. ТПИ, т. 147, 1966.