

**РАСЧЕТ ФАКТИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СДВИГУ
ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЯ УПРОЧНЯЮЩИХСЯ
МАТЕРИАЛОВ НА КРУЧЕНИЕ**

К. К. ПАХОТИН, Л. М. СЕДОВ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Весьма важной характеристикой механических свойств пластичных материалов является сопротивление сдвигу, которое для упрочняющихся материалов зависит от степени деформации. Определение этой характеристики по результатам кручения тонкостенных трубок, в стенках которых напряженно-деформированное состояние можно принять однородным, невозможно, так как такие образцы быстро теряют устойчивость [1].

При кручении сплошных круглых стержней возникают дополнительные трудности, связанные с неоднородностью напряженно-деформированного состояния и наличием упругого ядра в центре образца. Использование толстостенных труб позволяет исключить влияние упругого ядра, но требует уточнения расчетных зависимостей.

В настоящее время имеется три метода обработки экспериментальных данных по кручению цилиндрических стержней:

- а) Метод П. Людвига, который положен в основу ГОСТа 3565-58.
- б) Метод двух образцов.
- в) Метод средних значений.

Все три метода основаны на двух гипотезах:

1. Плоские сечения в процессе деформации остаются плоскими, т. е. осевая деформация (ε_z) не изменяется вдоль радиуса образца (ρ):

$$\varepsilon_z(\rho) = \text{const.} \quad (1)$$

2. Прямые радиусы остаются прямыми в процессе деформирования. Это означает, что максимальный условный относительный сдвиг (γ) изменяется пропорционально радиусу по сечению

$$\gamma = \gamma_R \frac{\rho}{R}, \quad (2)$$

где

γ_R , R — максимальный условный относительный сдвиг на периферии и наружный радиус сечения.

В методе Людвига обязательным является применение графического дифференцирования экспериментальной кривой «крутящий момент — угол закручивания».

При кручении толстостенных труб сопротивление сдвигу определяется [2]

$$\tau_R - \tau_r \left(\frac{r}{R}\right)^3 = \frac{3}{2\pi R^3} \left(M + \frac{\gamma_R}{3} \frac{dM}{d\gamma_R} \right), \quad (3)$$

где

τ_R, τ_r — соответственно касательные напряжения в наружных и внутренних волокнах трубы,

r — внутренний радиус поперечного сечения трубы,

M — крутящий момент.

При $r = 0$ формула (3) преобразуется в формулу Людвики [3], при $r \approx R$ формулу (3) можно переписать

$$\tau_R = \frac{3M}{2\pi R^3 \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^3 \right]}.$$

В методе двух образцов используются результаты испытания двух сплошных образцов несколько различающихся диаметров [4].

Разность диаграмм кручения двух образцов соответствует диаграмме кручения тонкостенной «трубки» с радиусами r и R . Сопротивление сдвигу в этом случае определяется по формуле (4).

Метод средних значений [5] основан на замене упрочняющегося материала идеально пластичным, а также на приведении деформированного состояния к однородному вдоль радиуса сечения образца.

При кручении толстостенных труб средние касательные напряжения $\tau_{\text{ср}}$ в сечении определяются

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{3M}{2\pi R^3 \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^3 \right]}, \quad (5)$$

а средний по объему максимальный условный относительный сдвиг $\gamma_{\text{ср}}$ на основании (2) равен

$$\gamma_{\text{ср}} = \frac{2\gamma_R}{R(R^2 - r^2)} \int_r^R \rho^2 d\rho = \frac{2}{3} \gamma_R \left[1 + \frac{r^2}{R(R+r)} \right]. \quad (6)$$

При $r = 0$ получаются формулы:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{\text{ср}} &= \frac{3M}{2\pi R^3} \\ \gamma_{\text{ср}} &= \frac{2}{3} \gamma_R \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Ниже дано сопоставление и анализ описанных выше методов по кручению сплошных круглых стержней из материалов с различной упрочняемостью m . m — показатель упрочнения при аппроксимации диаграммы сдвига степенной функцией (см. табл. 1).

Таблица 1

Материал	Р18	Р12	Р6М3	45	Ст3	Медь	Латунь
Показатель m	0,10	0,11	0,13	0,18	0,23	0,37	0,44

Диаграммы кручения этих материалов строились в координатах « M — γ », и по ним рассчитывалось сопротивление сдвигу по описанным

выше методам. Кривые сдвига приведены на рис. 1 и 2. Как видно из рисунков, кривые сдвига (III), построенные по методу средних значений, идут несколько выше соответствующих кривых (I), построенных по ме-

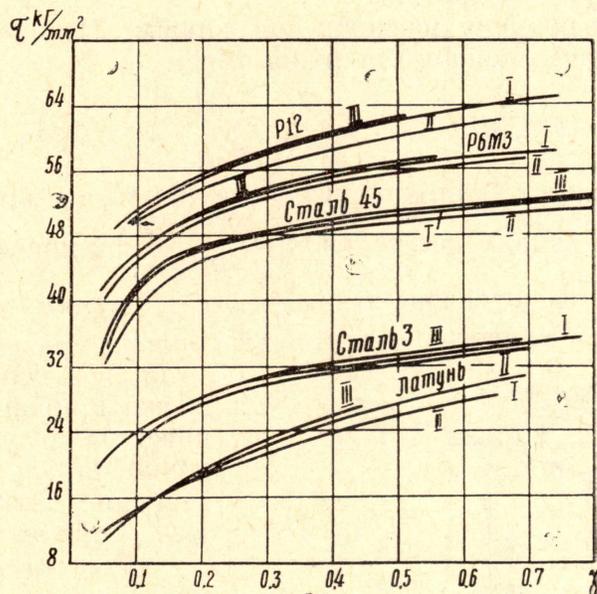


Рис. 1. Кривые сдвига по результатам кручения сплошных круглых стержней

туду Людвика, а кривые (II), построенные по методу двух образцов, проходят ниже кривых (I), причем занижение изменяется в широких пределах — от 1% (P18) до 15% (медь).

Правильность расчета фактического сопротивления сдвигу при кручении по методу двух образцов зависит от толщины стенки «трубки», упрочняемости m , неоднородности материала и ошибок опыта. Аппроксимируя диаграмму сдвига степенной функцией, отклонение Δ диаграммы сдвига по методу двух образцов от кривой сдвига, по методу Людвика, с учетом влияния перечисленных выше факторов, получим

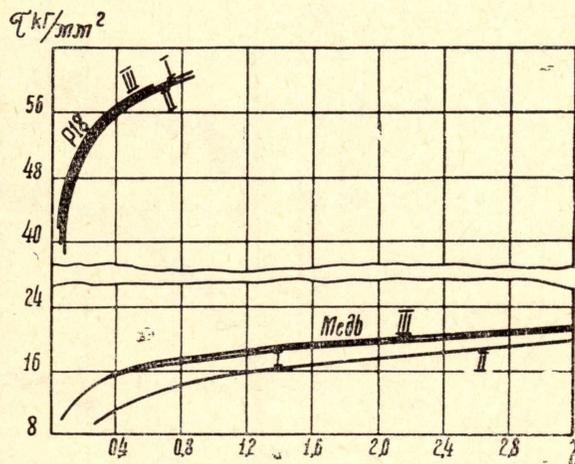


Рис. 2. Кривые сдвига по результатам кручения сплошных круглых стержней

$$\Delta = 1 - \frac{3}{3+m} \frac{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{3+m}}{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^3} \pm \frac{\Delta_{\text{л}}}{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{3+m}}, \quad (8)$$

где

$\Delta_{\text{л}}$ — характеристика неоднородности материала и ошибок опыта.

С увеличением отношения r/R значительно возрастает третий член в правой части выражения (8), отражающий неоднородность материала

ла, поэтому в случае малой толщины стенок «трубки» необходимо, чтобы материал исходных образцов был максимально однородным. В описываемых опытах толщина стенки «трубки» изменялась так, что отношение r/R было не меньше 0,7.

Рассмотрим причину расхождения кривых (I) и (III). По формулам (3) и (7) для сплошного стержня имеем

$$\tau_R(\gamma_R) - \tau_{cp} = \frac{3}{2\pi R^3} \frac{dM}{d\gamma_R} (\gamma_R - \gamma_{cp}). \quad (9)$$

Из выражения (9) видно, что значения τ_{cp} на кривой сдвига получаются пересечением касательной $\left(\frac{3}{2\pi R^3} \frac{dM}{d\gamma_R}\right)$ к кривой сдвига и перпендикуляра к оси сдвигов, отложенного из точки γ_{cp} (рис. 3). Чем больше кривизна кривой « $\tau-\gamma$ », тем

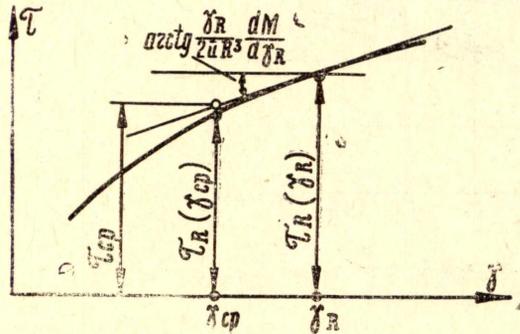


Рис. 3. Сопоставление метода средних значений с методом Людвика

больше разница между τ_{cp} и $\tau_R(\gamma_{cp})$, в свою очередь, кривизна кривой сдвига увеличивается с увеличением упрочнения m . Теоретическое значение отклонения τ_{cp} от $\tau_R(\gamma_{cp})$ при $m=0,5$ равно 4,9%.

В опытах, приведенных на рис. 1 и 2, наибольшее расхождение кривых (I) и (III) было обнаружено для латуни — 3,6% ($m=0,44$). Для остальных материалов кривые (I) и (III) практически совпали.

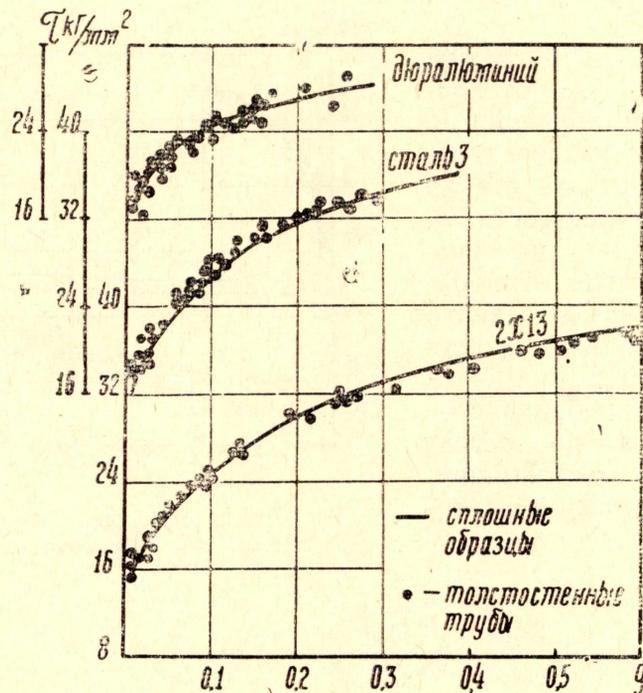


Рис. 4. Кривые сдвига по результатам кручения толстостенных труб

Для приведенных результатов опытов (рис. 4) по кручению толстостенных труб из материалов 2Х13 ($m=0,25$) Ст3 ($m=0,23$) и дю-

ралюминия ($m = 0,28$) не удалось произвести сопоставление всех трех методов по следующим причинам:

а) формула (3) не может быть использована для определения фактического сопротивления сдвигу, так как неизвестными в ней являются две величины — τ_R и τ_r , и требует знания аппроксимации диаграммы сдвига материала;

б) метод двух образцов неприменим для толстостенных труб с отверстиями разных диаметров и, кроме того, он не имеет преимуществ перед другими методами (упругого ядра нет).

Поэтому кривые сдвига строились по методу средних значений и сопоставлялись с кривыми сдвига, построенными по методу средних значений и по методу Людвига для сплошных образцов, которые практически совпали (рис. 4). На рис. 4 сплошными линиями показаны кривые сдвига для сплошных образцов, отдельными точками — кривые сдвига для трубчатых образцов. Разброс кривых сдвига таков, что не удалось найти зависимости сопротивления сдвига от толщины стенки трубы, отношения r/R и т. д.

Для трубчатых образцов толщина стенок изменялась от 4 мм до 8,6 мм, а отношение r/R — от 0,45 до 0,80.

Среднеквадратическое отклонение сопротивления сдвигу от его среднего значения составило в среднем для дюралюминия 5%, для СтЗ — 4%, для 2Х13 — 3%.

Выводы

1. Метод Людвига неприменим для расчета фактического сопротивления сдвигу при кручении толстостенных труб, а для сплошных стержней требует громоздкого графического дифференцирования.
2. Метод двух образцов дает значительные погрешности, так как по этому методу сравниваются близкие по величине крутящие моменты.
3. Метод средних значений прост при расчете фактического сопротивления сдвигу и самого сдвига, не требует трудоемких выкладок и применим для обработки результатов кручения сплошных и пустотелых (толстостенных и тонкостенных) образцов.
4. Хорошее совпадение кривых сдвига по методу Людвига и кривых сдвига по методу средних значений позволяет рекомендовать последний для внедрения в широкую практику.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Д. Пономарев и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Т. 1, Машгиз, М., 1956.
2. И. А. Норичин и П. Е. Кислый. Свободное пластическое кручение круглых стержней. Изв. вузов «Машиностроение», № 11, стр. 34—48, 1960.
3. P. Ludw i k und R. Sche u. Stahl und Eisen, Bd 45, S. 373, 1925.
4. В. И. Максак. Автореферат кандидатской диссертации. Томск, 1966.
5. Л. М. Седоков. Сопротивление материалов большим пластическим деформациям. Томск, 1966.