ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 241 1975

К ВОПРОСУ ОБ ОЦЕНКЕ ВЕСА РЕДУКТОРА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВЕЛИЧИНАХ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ШИРИНЫ ЗУБЧАТОГО ВЕНЦА

А. Е. БЕЛЯЕВ

(Представлена научным семинаром кафедры прикладной механики)

В настоящее время в СССР выпускается стандартный ряд редукторов типа РЦО, РЦД и др. Одним из параметров, принятых при формировании этих рядов, является относительная ширина зубчатого венца $\Psi = \frac{B}{A} = 0{,}4$. Однако ряд экспериментальных работ, проведенных в лаборатории зубчатых передач (ЛЗП) при Ленинградском механическом институте (ЛМИ), а также опыт проектирования новых редукторов в СКБ при ЛМИ показали, что при уменьшении величины φ можно проектировать редукторы с лучшими конструктивными и экономическими параметрами. К сожалению, до настоящего времени нет общепринятой оценки изменения веса редуктора при варьировании исходных параметров и, в частности, в зависимости от величины ψ.

Ниже сделана попытка установить аналитические зависимости, связывающие изменение веса редуктора при переходе с $\psi = 0{,}4$ на $\psi = 0{,}3$.

В качестве объекта сравнения взят двухступенчатый серийный редуктор типа РЦД со стандартными значениями передаточного числа, угла зацепления, угла наклона зуба, конфигурации зубчатых колес и корпуса редуктора.

1. Геометрические и силовые соотношения

Согласно [1], межцентровое расстояние A редуктора может быть определено по следующей формуле

$$A = (i + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{M_1 \cdot \kappa}{2 \cdot i \cdot \psi \cdot [C_\kappa] \cdot \vartheta_\kappa \cdot \varphi_\kappa}} . \tag{1}$$

В выражении 1 при прочих равных условиях (сравнение ведем при $(M_1)_{0,4} = (M_1)_{0,3}$ и $[C_\kappa]_{0,4} = [C_\kappa]_{0,3}$[1] и т. п.) величина A зависит от ψ и, следовательно,

$$\frac{A^3_{0,3}}{A^3_{0,4}} = \frac{\psi_{0,3}}{\psi_{0,4}} .$$

И окончательно

$$A_{0,3} = \sqrt[3]{\frac{\psi_{0,4}}{\psi_{0,3}}}\, A_{0,4} = \sqrt[3]{\frac{0{,}4}{0{,}3}} \cdot A_{0,4} = 1{,}1\, A_{0,4} , \tag{2}$$

[1] Здесь и далее индекс 0,3 и 0,4 будет соответствовать редукторам с $\psi = 0{,}3$ и $\psi = 0{,}4$ соответственно.

что справедливо для любой ступени редуктора.

Поскольку величина диаметра делительной окружности d_∂ (шестерни и колеса) пропорциональна $A\left(d_\partial = \frac{2 \cdot A}{i+1} \Omega \cdot A\right)$, то и соотношение

$$\frac{(d_\partial)_{0,3}}{(d_\partial)_{0,4}} = \frac{A_{0,3}}{A_{0,4}} = 1{,}1 \ . \qquad (3)$$

Соотношение ширин B оказывается $\frac{B_{0,3}}{B_{0,4}} = \frac{\psi_{0,3} \cdot A_{0,3}}{\psi_{0,4} \cdot A_{0,4}} = 0{,}825.$

Приведенные выражения позволяют считать, что и усилия, возникающие в зацеплении (при равенстве геометрических параметров зацепления α, β и т. п.), оказываются в соотношении, обратно пропорциональном зависимости (3).

При одинаковых крутящих моментах, но различных длинах валов реакции опор (и диаметры валов) будут определяться действующими на них изгибающими моментами.

$$M_{\Sigma \text{изг}} = R_\Sigma \cdot l_{\text{изг}},$$

где $l_{\text{изг}}$ — плечо приложения силы относительно опоры вала, рассматриваемого как балка на двух опорах.

Исходя из принятых в практике для двухступенчатых редукторов конструктивных соотношений, можно считать, что $l_{\text{изг}}$ можно всегда выразить в долях B. Учтя тот факт, что d_∂ пропорционально A, а величину $d_{\partial 1}$ (и $d_{\partial 2}$) можно представить как $d_{\partial 1} = \frac{B}{0{,}5 \cdot (i+1) \cdot \psi}$, то значение суммарных реакций на опорах сводится к виду (при $l_{\text{изг}} = \varkappa B$)

$$R_\Sigma = P_{\text{окр}} \cdot B \left(\operatorname{tg} \beta_\partial \frac{1}{(i+1) \cdot \psi} + \varkappa \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_\partial} \right) . \qquad (4)$$

В последнем выражении $\varkappa$ будет разной для различных ступеней (например, для тихоходной $\varkappa = 1{,}7$), но при сравнении одинаковых ступеней с различными ψ эту величину также можно считать постоянной. При сравнении $(R_\Sigma)_{0.3}$ с $(R_\Sigma)_{0,4}$ оказывается, что

$$\frac{(R_\Sigma)_{0.3}}{(R_\Sigma)_{0.4}} = \frac{(P_{\text{окр}})_{0,3} \cdot B_{0,3}}{(P_{\text{окр}})_{0,4} \cdot B_{0,4}} = 1{,}1 \cdot 0{,}825 \approx 0{,}91. \qquad (5)$$

Анализ показывает (рис. 1), что помимо уменьшения опорных реакций по абсолютной величине, они еще и более равномерно перераспределяются между опорами. Это позволяет считать, что при прочих равных условиях опоры у редуктора с $\psi = 0{,}3$ будут меньше нагружены или (что более важно для проектировщика) может оказаться возможным переход на меньший размер подшипника качения, исходя из принятого коэффициента работоспособности, что влечет за собой и бóльшую компактность бобышек и крышек подшипника.

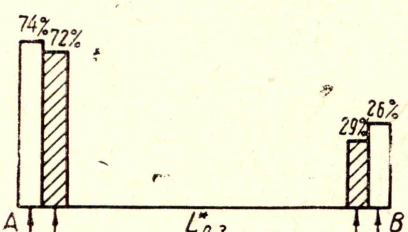

Рис. 1. Распределение нагрузок на опоры быстроходного вала двухступенчатого редуктора в процентах (заштрихованные — для $\psi = 0{,}3$, незаштрихованные — для $\psi = 0{,}4$)
L^* — расстояние между опорами вала

II. Определение веса редуктора

1. Определение веса корпуса редуктора.

Если не учитывать бобышек, (считая стенку I гладкой, рис. 2 а, б), то, в общем случае, вес стенок I (передней и задней, $2 \cdot G_1$) у редукторов со сравниваемыми параметрами будет

$$2\,(G_1)_{0,3} = 2\cdot(G_1)_{0,4}\cdot\left(\frac{A_{0,3}}{A_{0.4}}\right)^2. \tag{6}$$

Здесь $(G_1)_{0,3}$ — вес стенки I у редуктора с $\psi = 0{,}3$;

$(G_1)_{0,4}$ — тоже для $\psi = 0{,}4$.

Вес стенок II (G_2) может определиться как произведение периметра Π указанной стенки на ширину Y (рис. 2),

$$G_2 = \Pi\cdot Y. \tag{7}$$

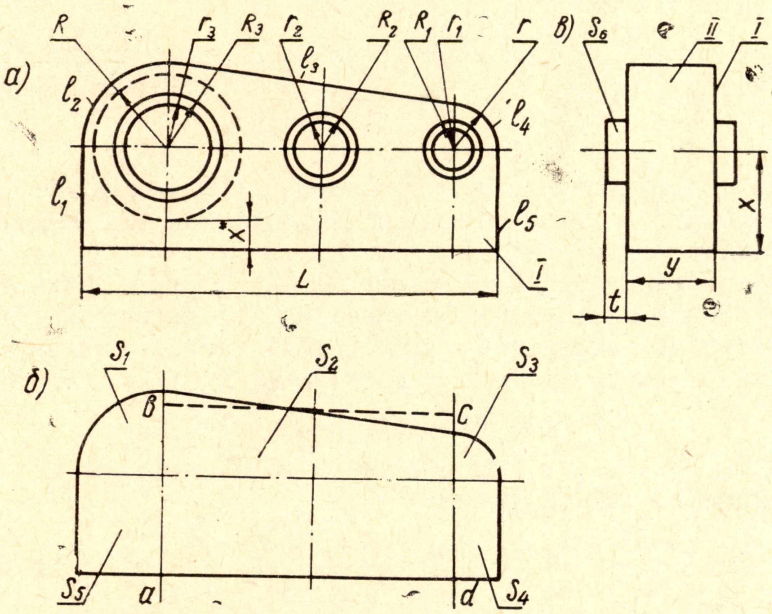

Рис. 2. К расчету веса корпуса редуктора: а и в) — упрощенный вид контура редуктора; б) — определение веса передней (и задней) стенки редуктора без учета бобышек по площадям S_1, S_2, S_3, S_4, S_5; t — толщина бобышек; l_1. l_2, l_3, l_4, l_5 — составляющие периметра корпуса редуктора

Величину Y можно получить, учтя ширину колес всех ступней и зазоры между колесами и корпусом (последнее при сравнении можно оценить коэффициентом пропорциональности Θ, который для редукторов со сравниваемыми величинами ψ можно принять одинаковым)

$$Y = \Theta\,(B_{\text{Т}} + B_{\text{Б}}) = \Theta\,(A_{\text{Т}}\,\psi + A_{\text{Б}}\,\psi) = \Theta\,\psi A, \tag{8}$$

где

$B_{\text{т}}$ и $B_{\text{Б}}$ — ширина колес тихоходной и быстроходной ступеней соответственно (у стандартных редукторов $\psi = \dfrac{B}{A} = \text{const}$ для всех ступеней);

$A_{\text{т}}$ и $A_{\text{Б}}$ — межцентровое расстояние тихоходной и быстроходной ступени редуктора соответственно.

Следовательно, учтя (8),

$$\frac{y_{0,3}}{y_{0,4}} = \frac{\Theta\cdot\psi_{0,3}\cdot A_{0,3}}{\Theta\cdot\psi_{0,4}\cdot A_{0,4}} = \frac{0{,}3}{0{,}4}\cdot 1{,}1 = 0{,}825\,. \tag{9}$$

Учитывая пропорциональность величин Π и A^2, соотношение между весом стенок II в общем виде окажется

---

[2]) Это, видимо, справедливо, так как длина L и A связаны $L = \nu\cdot A$ и их отношение

$$\frac{L_{0,3}}{L_{0,4}} = \frac{\nu\cdot A_{0,3}}{\nu\cdot A_{0,4}} = 1{,}1\,.$$

$$(G_2)_{0,3} = (G_2)_{0,4} \cdot \frac{A_{0,3}}{A_{0,4}} \cdot \frac{y_{0,3}}{y_{0,4}} . \qquad (10)$$

Таким образом, общий вес корпуса редуктора (см. 6 и 7) (например, для редуктора с $\psi = 0{,}4$)

$$(G)_{0,4} = 2 \cdot (G_1)_{0,4} + (G_2)_{0,4} . \qquad (11)$$

Тогда соотношение веса корпусов (принимая во внимание выражения 6, 9, 10 и 11) будет следующим

$$\frac{(G)_{0,4}}{(G)_{0,3}} = \frac{2 \cdot (G_1)_{0,4} + (G_2)_{0,4}}{2 \cdot (G_1)_{0,4} \cdot \left(\frac{A_{0,3}}{A_{0,4}}\right)^2 + (G_2)_{0,4} \cdot \frac{A_{0,3}}{A_{0,4}} \cdot \frac{y_{0,3}}{y_{0,4}}} = \frac{2 \cdot (G_1)_{0,4} + (G_2)_{0,4}}{2{,}42\,(G_1)_{0,4} + 0{,}906 (G_2)_{0,4}} . \qquad (12)$$

Однако непосредственно из выражения (12), которое только что приведено, получить соотношение веса нельзя, так как неизвестно соотношение между весом стенок I и II.

Очевидно, в определенном масштабе вес стенок I можно выразить через A (не учитывая пока вес бобышек), т. е. определить через суммарное межцентровое расстояние площадь этой стенки, считая ее толщину равной единице. Тогда площадь стенки I (рис. 2, б)

$$S^{\mathrm{I}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 , \qquad (13)$$

где S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 — составляющие общей площади I.

На основании рис. 2 имеем

$$S^{\mathrm{I}} = \frac{\pi R^2}{4} + A\left(x + R - \frac{R-r}{2}\right) + \frac{\pi r^2}{4} + x \cdot r + x \cdot R .$$

Выразив $R = f(A)$, $r = f(A)$ и $x = f(A)$, получим (на основании последней зависимости)

$$2 \cdot S^{\mathrm{I}}_{0,4} = 3{,}7\, A^2_{0,4} \text{ и } 2 \cdot S^{\mathrm{I}}_{0,3} = 3{,}54\, A^2_{0,3} .$$

Проводим такой же расчет с целью определения веса стенки II. Периметр П складывается из следующих составляющих (рис. 2а)

$$\Pi = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + L,$$

причем

$$l_1 = l_5 = x; \quad l_2 = \frac{\pi R}{2}; \; l_3 = \sqrt{(R-r)^2 + A^2}\,; \; l_4 = \frac{\pi R}{2}; \; L = A + (R + r).$$

Выразив через A величины x, R, r, найдем, что вес стенок II у редукторов (согласно 7) будет

$$S^{\mathrm{II}}_{0,4} = \Pi_{0,4} \cdot y_{0,4} = 2{,}64 \cdot A^2_{0,4} \text{ и } S^{\mathrm{II}}_{0,3} = \Pi_{0,3} \cdot y_{0,3} = 2 \cdot A^2_{0,3} .$$

Таким образом, если считать стенки I гладкими, то вес корпуса редуктора окажется пропорциональным

$$S_{0,4} = 2 \cdot S^{\mathrm{I}}_{0,4} + S^{\mathrm{II}}_{0,4} = 6{,}34 \cdot A^2_{0,4} ; \qquad (14)$$

$$S_{0,3} = 2 \cdot S^{\mathrm{I}}_{0,3} + S^{\mathrm{II}}_{0,3} = 5{,}54\, A^2_{0,3} . \qquad (14')$$

Для упрощения учета веса бобышек (или соответственно площади $S^{\text{Б}}$) считаем величины t для сравниваемых редукторов одинаковыми (рис. 2). При этом вес бобышек можно считать пропорциональным площади кольца с толщиной, равной единице, $t = \mu 1$, где μ — число этих колец, укладывающихся в величине t.

Выразив все величины r_1; R_1; r_2; R_2; r_3; R_3 (радиусы наружных и внутренних окружностей бобышек, рис. 2, а) через величину A, и, учтя общее количество бобышек, получим соответственно для редукторов с $\psi = 0,4$ и $\psi = 0,3$:

$$S^{Б}_{0,4} = 1,69 \cdot A^2_{0,4}, \tag{15}$$

$$S^{Б}_{0,3} = 1,19\, A^2_{0,3}. \tag{15'}$$

На основании вышеприведенных зависимостей (14, 14′, 15, 15′) найдем общий вес корпуса редуктора при

$$\psi = 0,4 \quad (S_{общ})_{0,4} = S_{0,4} + S^{Б}_{0,4} = 8,03\ A^2_{0,4},$$

$$\psi = 0,3 \quad (S_{общ})_{0,3} = S_{0,3} + S^{Б}_{0,3} = 6,73\, A^2_{0,3}.$$

Соотношение веса корпусов

$$\frac{(S_{общ})_{0,3}}{(S_{общ})_{0,4}} = \frac{6,73 \cdot A^2_{0,3}}{8,03 \cdot A^2_{0,4}} = \frac{6,73}{8,03} \cdot (1,1)^2 = 1. \tag{16}$$

Таким образом, вес сравниваемых корпусов практически одинаков при различных ψ.

2. Определение веса зубчатых колес.

Вес зубчатого колеса оказывается пропорциональным

$$G_к = \Omega \cdot d^2_д \cdot B, \tag{17}$$

где

$d_д$ — диаметр делительной окружности,

Ω — коэффициент пропорциональности.

Взяв соотношение веса колес редукторов с $\psi = 0,3$ и $\psi = 0,4$ (на основании уравнений 3 и 17), получим

$$\frac{(G_к)_{0,3}}{(G_к)_{0,4}} = \frac{\Omega \cdot (d_д)^2_{0,3} \cdot B_{0,3}}{\Omega \cdot (d_д)^2_{0,4} \cdot B_{0,4}} = \frac{A^3_{0,3} \cdot \psi_{0,3}}{A^3_{0,4} \cdot \psi_{0,4}} = (1,1)^3 \frac{0,3}{0,4} = 1. \tag{18}$$

Таким образом, для достаточно простой конфигурации колес их вес от относительной ширины не зависит.

3. Определение веса валов редуктора.

Вес валов у редукторов может быть определен как

$$G_в = \nu \cdot L^* \cdot d^2_в, \tag{19}$$

где

L^* — длина вала между опорами;

$d_в$ — средний диаметр вала;

ν — коэффициент пропорциональности.

Если предположить, что в сравниваемых редукторах диаметры валов будут одинаковыми ($d_{в0,4} = d_{в0,3}$), то и в этом случае вес вала у редуктора с $\psi = 0,3$ окажется меньше такого с $\psi = 0,4$;

$$(G_в)_{0,3} < (G_в)_{0,4}, \text{ так как } L^*_{0,3} < L^*_{0,4},$$

а именно (согласно 19 и 8):

$$\frac{(G_в)_{0,3}}{(G_в)_{0,4}} = \frac{\nu \cdot L^*_{0,3} \cdot (d_в)^2_{0,3}}{\nu \cdot L^*_{0,4} \cdot (d_в)^2_{0,4}} = \frac{L^*_{0,3}}{L^*_{0,4}} = \frac{\mu\,(B_{Б_{0,3}} + B_{Т_{0,3}})}{\mu\,(B_{Б_{0,4}} + B_{Т_{0,4}})} =$$

$$= \frac{\psi_{0,3} \cdot A_{Б_{0,3}} + \psi_{0,3} \cdot A_{Т_{0,3}}}{\psi_{0,4} \cdot A_{Б_{0,4}} + \psi_{0,4} \cdot A_{Т_{0,4}}} = \frac{\psi_{0,3} \cdot A_{0,3}}{\psi_{0,4} \cdot A_{0,4}} = \frac{0,3}{0,4} \cdot 1,1 = 0,825.$$

Следовательно, $(G_в)_{0,3} = 0,825 (G_в)_{0,4}$. Учтя тот факт, что валов в редукторе три, общее соотношение веса валов окажется еще выше.

Таким образом, общий вес редуктора с $\psi = 0,3$ окажется несколько меньшим, чем с $\psi = 0,4$ только из-за уменьшения веса валов, крышек и подшипников. Зная вес редуктора (в зависимости от межцентрового расстояния значение веса двухступенчатых редукторов приведено, на-

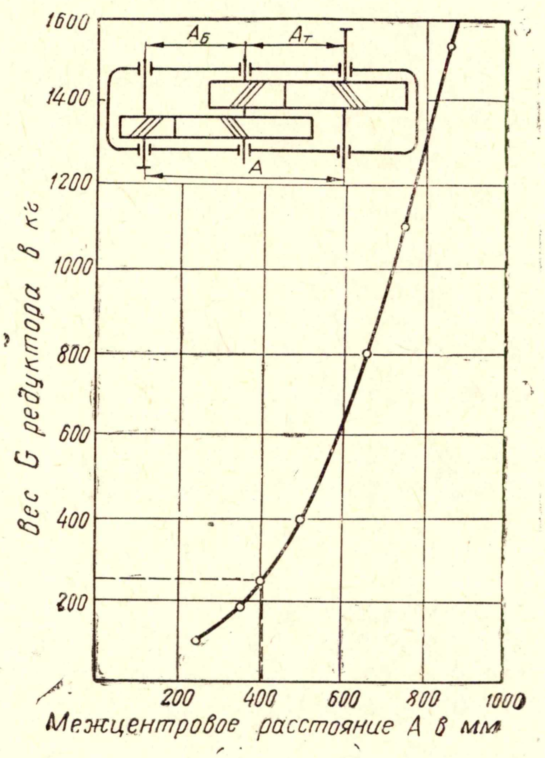

Рис. 3. Зависимость веса редуктора от суммарного межцентрового расстояния

пример, на рис. 3) и оценив составляющие веса нового редуктора, можно найти соотношение веса сравниваемых редукторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Кудрявцев. Упрощенные расчеты зубчатых передач. Машгиз, М., 1969.