ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА имени С. М. Кирова

Том 242 1972

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОЙ НЕСИММЕТРИИ РОТОРА НА ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В МАШИНАХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В. С. ГРИНБЕРГ, Е. В. КОНОНЕНКО

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин
и общей электротехники)

Переходные процессы в электрических машинах переменного тока оказывают большое влияние как на работу самих электрических машин, так и на работу электроприводов и энергосистем, в которых применяются эти машины. Поэтому этот вопрос был и остается объектом пристальных научных исследований.

Электрические машины переменного тока подразделяются на два основных типа: 1) синхронные машины и 2) асинхронные машины. Они отличаются по конструкции, применению и т. п. Основное же отличие этих двух типов машин переменного тока с точки зрения теории заключается в том, что ротора синхронных машин обладают в общем случае магнитной и электрической несимметрией, тогда как ротора асинхронных машин являются симметричными в том и в другом отношении [1]. Однако в литературе вопрос о влиянии несимметрии ротора (как магнитной, так и электрической) на переходные процессы освещен недостаточно. Поэтому детальное исследование влияния несимметрии ротора на переходные процессы электрических машин переменного тока представляет определенный интерес.

Процессы, протекающие в машинах переменного тока, очень сложны и разнообразны. С целью упрощения аналитических исследований удобно воспользоваться общепринятыми допущениями, проверенными многолетним опытом [2, 3 и др.]:

1) фазные обмотки статора симметричны; ротор симметричен относительно своих продольной (d) и поперечной (q) осей;

2) учитываются только первые гармонические пространственного распределения намагничивающих сил и магнитных полей, созданных обмотками;

3) магнитные цепи не насыщены;

4) отсутствуют потери в стали, механические потери и вытеснение тока в обмотках;

5) машина со стороны статора включена в сеть бесконечно большой мощности; напряжение сети синусоидально и симметрично;

6) токи нулевой последовательности равны нулю.

При указанных допущениях вместо реальной электрической машины анализируется идеализированная электрическая машина. В связи с этим можно рассматривать некоторую обобщенную электрическую машину, частным случаем которой является синхронная или асинхронная машина и составлять дифференциальные уравнения, используемые для анализа обоих типов машин. Однако отличие синхронных и асинхронных машин, заключающееся в наличии симметрии роторов, отразится на их аналитическом исследовании. Несимметрия ротора синхронных машин обусловливает составление исходных дифференциальных уравнений в координатной системе, неподвижной относительно ротора, так как только в этой системе исключаются периодические коэффициенты. Для достижения этой же цели исходные дифференциальные уравнения асинхронных машин, т. е. машин с симметричным ротором, достаточно записать в координатной системе, вращающейся с любой скоростью относительно ротора. Число уравнений машины с симметричным ротором можно уменьшить в два раза, если записать их в векторной форме. Число же уравнений синхронной машины в векторной форме из-за несимметрии ее ротора будет равно числу уравнений с вещественными коэффициентами. Последним отдается предпочтение, так как они более удобны при решении, чем уравнение в векторной форме [1].

Реальные переходные процессы электрических машин переменного тока являются электромеханическими процессами, т. е. сопровождаются изменением скорости вращения во времени. В настоящей работе рассматривается включение в сеть электрической машины, вращающейся с постоянной скоростью, т. е. рассматриваются только электромагнитные переходные процессы. Симметричные переходные режимы в машинах переменного тока при постоянной скорости вращения и постоянных параметрах описываются системой линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. При этом уравнения равновесий напряжений электрических контуров можно рассматривать независимо от уравнения движения ротора.

В общем случае несимметрии ротора машины переменного тока уравнение равновесия напряжения обмоток статора в системе относительных единиц при условии, что ось q ротора опережает ось d на 90 электрических градусов, в осях, неподвижных относительно ротора, в режиме двигателя имеют вид

$$\begin{aligned} U_d &= [px_d(p) + r]\,i_d - x_q(p)(1 - s)\,i_q\,, \\ U_q &= x_d(p)(1 - s)\,i_d + [px_q(p) + r]\,i_q\,. \end{aligned} \tag{1}$$

Напряжения U_d и U_q можно представить в виде

$$\begin{aligned} U_d &= U\cos(st + \delta_0)\,; \\ U_q &= U\sin(st + \delta_0)\,, \end{aligned} \tag{2}$$

где

U — амплитуда фазного напряжения, приложенного к обмотке статора,

δ_0 — угол, образованный результирующим вектором напряжения с осью d ротора в момент включения ($t=0$).

В том случае, когда рассматривается установившийся режим, оператор дифференцирования по времени p заменяется на js, и система уравнений (1) решается с учетом (2) комплексным методом [3]. При исследовании же переходных режимов широко используется операторный метод, позволяющий получать решение неоднородных дифференциальных уравнений в один прием.

Переходя от действительных величин к их изображениям, уравнение (1) с учетом (2) в операционной форме при нулевых начальных электромагнитных условиях можно записать в виде

$$\begin{aligned} U\cdot\frac{p^2\cos\delta_0 - sp\sin\delta_0}{p^2 + s^2} &= [px_d(p) + r]\,i_d(p) - x_q(p)(1 - s)\,i_q(p)\,, \\ U\cdot\frac{p^2\sin\delta_0 - sp\cos\delta_0}{p^2 + s^2} &= x_d(p)(1 - s)\,i_d(p) + [px_q(p) + r]\,i_q(p)\,. \end{aligned} \tag{3}$$

Под электромагнитными начальными условиями здесь понимаются начальные условия для величин токов или потокосцеплений. В уравнениях (3) используется преобразование Карсона. В настоящей работе рассматривается влияние только магнитной несимметрии ротора на переходные процессы. Под магнитной несимметрией ротора мы понимаем различие магнитных проводимостей по оси d и по оси q ротора. Примером только магнитной несимметрии ротора машины переменного тока является синхронный реактивный двигатель без обмоток на роторе [3]. В этом случае

$$x_d(p) = x_d \quad \text{и} \quad x_q(p) = x_q\ . \tag{4}$$

Характеристическое уравнение системы (3) с учетом (4) имеет вид

$$p^2 + (\alpha_d + \alpha_q)\,p + \alpha_d \cdot \alpha_q + (1 - s)^2 = 0\,, \tag{5}$$

где.

$$\alpha_d = \frac{r}{x_d} \quad \text{и} \quad \alpha_q = \frac{r}{x_q}\ .$$

Решая (3), можно записать изображение токов i_d и i_q:

$$i_d(p) = \frac{Ц}{x_d x_q}\,p\,\frac{(p\cos\delta_0 - s\sin\delta_0)(px_q + r) + x_q(1-s)(p\sin\delta_0 + s\cos\delta_0)}{(p^2 + s^2)(p - p_1)(p - p_2)}\ ;$$

$$i_q(p) = \frac{U}{x_d x_q}\cdot p\,\frac{(p\sin\delta_0 + s\cos\delta_0)(px_d + r) - (p\cos\delta_0 - s\sin\delta_0)\,x_d(1-s)}{(p^2 + s^2)(p - p_1)(p - p_2)}\ , \tag{6}$$

где p_1 и p_2 — корни характеристического уравнения (5).

Изображения токов i_d и i_q (6) представляют собой дробно-рациональные функции относительно p. Для перехода к оригиналам здесь удобно воспользоваться теоремой разложения, которую можно использовать при отсутствии кратных и нулевых корней [4 и др.]. Поэтому предварительно исследуем характер корней характеристического уравнения (5). Решая его относительно P, находим выражение для корней p_1 и p_2

$$p_{1,2} = -\frac{r(x_d + x_q)}{2x_d x_q} \pm \sqrt{\left[\frac{r(x_d - x_q)}{2x_d x_q}\right]^2 - \omega^2} = \alpha \pm z\,, \tag{7}$$

где

$\omega = (1 - s)$ — скорость вращения ротора;

$$\alpha = -\frac{r(x_d + x_q)}{2x_d x_q}\,, \tag{7а}$$

$$z = \sqrt{\left[\frac{r(x_d - x_q)}{2x_d x_q}\right]^2 - \omega^2} = \frac{\lambda}{2x_d x_q}\ . \tag{7б}$$

Первое слагаемое α обоих корней p_1 и p_2 определяется только параметрами машины. Оно всегда вещественно и отрицательно. Второе слагаемое z определяется соотношением параметров и абсолютной величиной скорости, при которой происходит включение машины в сеть $|\omega_{вкл}|$. При условии

$$|\omega_{вкл}| < \frac{r(x_d - x_q)}{2x_d x_q}$$

корни p_1 и p_2 будут вещественными и различными. В этом случае зависимость корней p_1 и p_2 характеристического уравнения (5) описы-

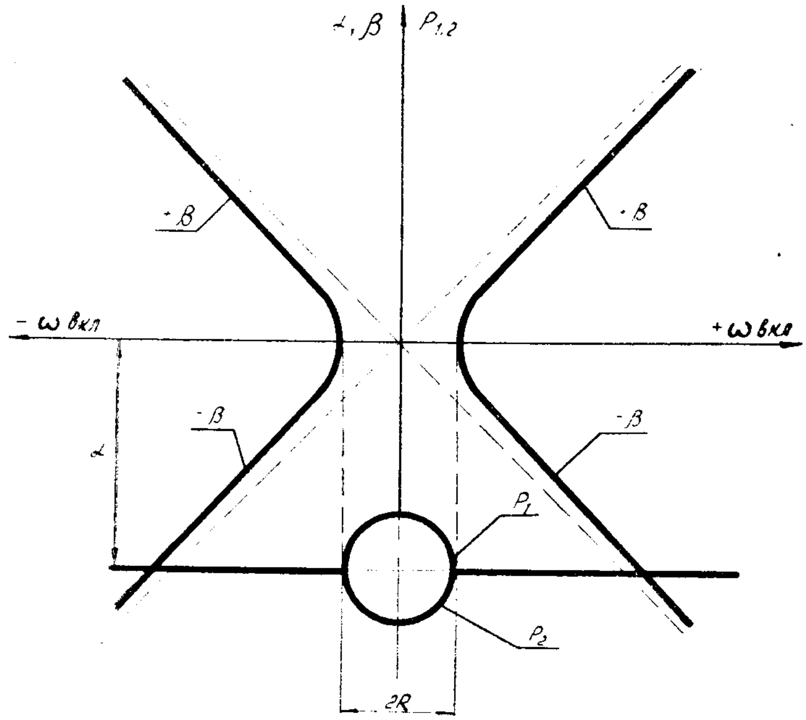

Рис. 1. Зависимость корней характеристического уравнения от скорости включения

вается уравнением окружности радиуса $R = \frac{r(x_d - x_q)}{2x_d x_q}$ в осях $\omega_{вкл}$—$p_{1,2}$ (рис. 1). При условии

$$|\omega_{вкл}| > \frac{r(x_d - x_q)}{2x_d x_q}$$

корни p_1 и p_2 будут комплексными и сопряженными. При этом вещественная часть корней p_1 и p_2 всегда отрицательна и равна α, а зависимость коэффициента β при мнимой части корней p_1 и p_2 в тех же осях описывается уравнением равнобочной гиперболы с расстоянием между вершинами, равным

$$2R = \frac{r(x_d - x_q)}{x_d x_q}.$$

При скорости включения

$$|\omega_{вкл}| = \frac{r(x_d - x_q)}{2x_d x_q}$$

корни будут вещественные, кратные, отрицательные:

$$p_1 = p_2 = \alpha.$$

Таким образом, при условии

$$|\omega_{вкл}| \neq \frac{r(x_d - x_q)}{2x_d x_q}$$

можно воспользоваться теоремой разложения для нахождения оригиналов $i_d(t)$ и $i_q(t)$.

После нахождения оригиналов и преобразований с учетом (7), (7а) и (7б) переходные токи $i_d(t)$ и $i_q(t)$ можно записать в виде:

$$i_d(t) = U\Big\{ [A_{d0}\cos(st+\delta_0) + B_{d0}\cdot\sin(st+\delta_0)] +$$

$$+ [[A_{d1}\cos\delta_0 - A_{d2}\sin\delta_0] \frac{\operatorname{sh}(zt)}{\lambda} - (A_{d0}\cos\delta_0 + B_{d0}\sin\delta_0)\operatorname{ch} zt)]e^{\alpha t}\Big\}, \tag{8}$$

$$i_q(t) = U\Big\{[A_{q0}\sin(st+\delta_0) - B_{q0}\cos(st+\delta_0)] +$$

$$+ [(A_{q1}\sin\delta_0 + A_{q2}\cos\delta_0)\frac{\operatorname{sh}(zt)}{\lambda} - (A_{q0}\sin\delta_0 - B_{q0}\cos\delta_0)\operatorname{ch} zt)]e^{\alpha t}\Big\}, \tag{9}$$

где

$$A_{d0} = \frac{r\cdot a - s(1-2s)\,b\cdot x_q}{a^2 + s^2b^2}, \tag{10}$$

$$B_{d0} = \frac{srb + (1-2s)\,a x_q}{a^2 + s^2b^2}, \tag{11}$$

$$A_{d1} = \frac{-rb + (sb^2 + 2ac)\,x_q}{a^2 + s^2b^2}, \tag{12}$$

$$A_{d2} = \frac{sr(b^2 - 2x_d x_q a) + (1-2s)b\cdot x_q}{a^2 + s^2b^2}, \tag{13}$$

$$a = r^2 + x_d x_q(1-2s),$$
$$b = r(x_d + x_q), \tag{14}$$
$$c = r^2 + x_d x_q(1-s)(1-2s).$$

Коэффициенты A_{q0}, B_{q0}, A_{q1} и A_{q2} вычисляются по формулам (10), (11), (12) и (13) соответственно при замене в последних x_q на x_d. Выражение для переходного момента

$$M(t) = (x_d - x_q)\,i_d(t)\,i_q(t). \tag{15}$$

Подставляя (8) и (9) в (15), после некоторых преобразований переходный момент можно представить в виде

$$M(t) = M_c + M_{пул} + [M_u + M_{uk} + M_u\delta_0 + M_к\delta_0]\,e^{2\alpha t} + M_{s\beta}e^{\alpha t}, \tag{16}$$

где

M_c — постоянная составляющая момента в установившемся режиме $(t=\infty)$;

$M_{пул}$ — составляющая момента в установившемся режиме, пульсирующая с частотой удвоенного скольжения;

M_u — свободная составляющая, затухающая, с коэффициентом затухания 2α, ее начальное значение $(t=0)$ не зависит от угла δ_0, а характер изменения во времени не зависит от того, будут ли корни характеристического уравнения (5) комплексные или вещественные;

M_{uk} — свободная составляющая момента, в отличие от составляющей M_u ее начальное значение зависит от угла δ_0;

$M_u\delta_0$ — свободная составляющая, начальное значение которой не зависит от угла включения δ_0, но характер изменения во времени определяется характером корней; при $|\omega_{вкл}| < \frac{r(x_d - x_q)}{2x_d x_q}$ $M_u\delta_0$ представляет собой сумму двух апериодических составляющих, затухающих с коэффициентами затухания $2P_1$ и $2P_2$; при $|\omega_{вкл}| > \frac{r(x_d - x_q)}{2x_d x_q}$, $M_u\delta_0$

представляет собой периодическую составляющую, пульсирующую с частотой 2β и затухающую с коэффициентом 2α;

$M_к\delta_0$ — свободная составляющая момента; начальное значение которой, в отличие от составляющей $M_u\delta_0$, зависит от угла δ_0, при изменении характера корней изменяется во времени аналогично $M_u\delta_0$

$M_s\beta$ — свободная составляющая момента, закон изменения во времени которой определяется характером корней. Начальное значение $M_s\beta$ зависит от угла δ_0. При вещественных корнях $M_s\beta$ представляет из себя сумму двух периодических составляющих, пульсирующих с частотой скольжения и затухающих с коэффициентами затухания P_1 и P_2. При комплексных корнях $M_s\beta$ представляет из себя сумму двух периодических составляющих, пульсирующих с частотами $(s+\beta)$ и $(s-\beta)$ и затухающих с коэффициентом α.

Таким образом, характер изменения во времени свободных составляющих переходного момента, соответствующих $M_u\delta_0$, $M_k\delta_0$ и $M_s\beta$ в (16), определяется характером корней характеристического уравнения (5). Начальные значения свободных составляющих момента, соответствующих $M_{ик}$, $M_k\delta_0$ и $M_s\beta$ в (16), определяется углом δ_0. Характер изменения во времени и начальное значение свободной составляющей, соответствующей $M_и$ в (16), не зависят ни от характера корней, ни от угла δ_0.

Выводы

1. При постоянной скорости вращения степень магнитной несимметрии ротора электрической машины переменного тока определяет характер изменения во времени некоторых составляющих переходного электромагнитного момента.

2. При неизменной фазе включения напряжения начальные значения части свободных составляющих переходного момента определяются начальным положением несимметричного в магнитном отношении ротора относительно статора.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Трещев. Методы исследования электромагнитных процессов в машинах переменного тока. «Энергия», 1969.

2. А. И. Важнов. Основы теории переходных процессов синхронной машины. Госэнергоиздат, 1960.

3. Е. В. Кононенко. Синхронные реактивные машины. «Энергия», 1970.

4. С. Г. Гинзбург. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. М., 1967.