

РАСЧЕТ ИНДУКТИВНОСТИ ЛОБОВЫХ ЧАСТЕЙ УДАРНОГО ГЕНЕРАТОРА ПРИ НАЛИЧИИ ТОКОПРОВОДЯЩИХ ЭКРАНОВ

Л. О. ОГАНЯН

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин
и общей электротехники)

Индуктивное сопротивление рассеяния в зоне лобовых частей обмотки статора синхронного генератора составляет значительную часть его сверхпереходного сопротивления. Уменьшение потоков лобового рассеяния обмотки статора в ударных генераторах достигается либо выбором такого типа обмотки, при котором поток рассеяния минимальный, либо заключением лобовых частей машины в экраны из материалов с большой электропроводностью, когда вследствие наведения вихревых токов в стенках экрана поле рассеяния в зоне лобовых частей ослабляется, что приводит к снижению индуктивности рассеяния.

Оценка влияния токопроводящих экранов на индуктивность рассеяния обмотки статора ударного генератора представляет практический интерес на стадии его проектирования.

В настоящей статье эта задача решается путем интегрирования уравнений Максвелла для электромагнитного поля в экранируемом пространстве [1]:

$$\operatorname{rot} \bar{B} = \mu \bar{j}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0. \quad (2)$$

Токами смещения в зоне лобовых частей пренебрегаем.

Схема рассматриваемой системы приведена на рис. 1, а. Стержень высотой b и шириной a установлен в прямоугольном экране с внутренними размерами H и T . Расстояние между стержнем и внутренней поверхностью экрана определяется толщиной изоляции Δ . При решении задачи приняты следующие допущения:

1. Материалом экрана служит идеальный проводник. Под идеальным проводником понимается проводник, удельная проводимость которого равна бесконечности ($\gamma = \infty$, $\mu = 1$). В этом случае ток на поверхности экрана ограничивает магнитное поле в экранируемой области.

2. В целях уравнивания электромагнитных усилий между стержнем и экраном принята симметричная установка стержня в экране [2].

3. Удельная проводимость материала стержня принята равной 1 ($\mu = 1$).

При принятой конфигурации рассматриваемой системы удобно электромагнитное поле рассматривать в декартовой системе координат. А так как система расположена симметрично относительно оси x ,

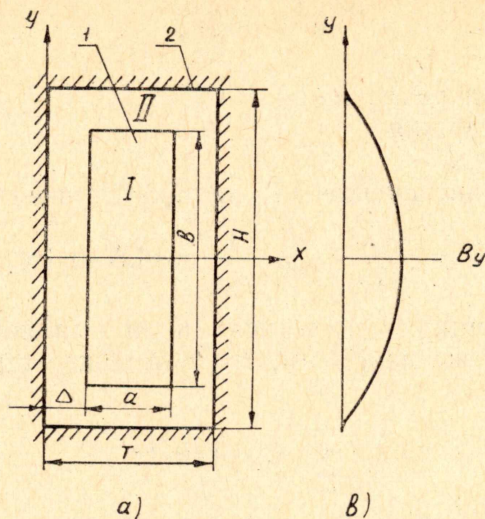


Рис. 1. Расчетная схема решения задачи: а) взаимное расположение элементов 1 — стержень, 2 — экран; б) распределение индукции по поверхности экрана

то достаточно рассчитать и исследовать поле только в одной из частей рассматриваемого пространства.

Исследование проводится с помощью функции векторного потенциала магнитного поля. Уравнения (1) и (2) записываются в виде

$$\text{rot} \bar{A} = \bar{B}, \quad (1a)$$

$$\text{div} \bar{A} = 0. \quad (2a)$$

Распределение индукции в экранируемом пространстве можно найти, предварительно определив векторный потенциал магнитного поля как функцию координат.

В выбранной системе уравнения (1a) и (2a) записываются следующим образом:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -\mu_0 \delta, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0, \quad (4)$$

где δ — плотность тока.

Допущение 1 не дает возможности исследовать поле внутри тела экрана. Определение векторного потенциала производится в двух областях, на которые разбивается исследуемое пространство [3].

В области I справедливо уравнение Пуассона (3), в области II — уравнение Лапласа (4). При указанном расположении рассматриваемой системы относительно осей координат плотность тока в стержне представим в виде тригонометрического ряда

$$\delta = \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n(y) \sin kx, \quad (5)$$

где коэффициент $\delta_n(y)$ в общем случае зависит от y и определяется известными формулами Фурье:

$$\delta_n(y) = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \delta_0 \sin kx \, dx = \frac{4}{n\pi} \frac{I}{ab} \cos kx \quad (n = 1, 3, 5, \dots), \quad (6)$$

$$k = \frac{n\pi}{T},$$

T — полупериод разложения;

ab — сечение стержня;

I — ток в стержне.

Следовательно, выражение (5) запишется в виде

$$\delta = \frac{4I}{\pi ab} \sum_{n=1,3} \frac{1}{n} \cos k\Delta \sin kx. \quad (7)$$

векторный потенциал магнитного поля является периодической функцией от x с тем же периодом, что и δ , общее выражение для A будет

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(y) \sin kx. \quad (8)$$

Подставив (7) и (8) в (3), а (8) в (4), получаем выражения для определения $A_n(y)$ соответственно в областях I и II

$$A_n''(y) - k^2 A_n(y) = -\mu_0 \frac{4I}{n\pi ab} \cos k\Delta, \quad (9)$$

$$A_n''(y) - k^2 A_n(y) = 0. \quad (10)$$

Решение уравнений (9) и (10) получаем в виде

$$A_n(y) = C_1 e^{ky} + C_2 e^{-ky} + \frac{4\mu_0}{(\pi n)^3} \frac{I}{ab} \cdot T^2 \cos k\Delta, \quad (11)$$

$$A_n(y) = F_1 e^{ky} + F_2 e^{-ky}. \quad (12)$$

При определении постоянных интегрирования исходим из следующих граничных условий:

1. В плоскости $y=0$ отсутствует тангенциальная составляющая индукции

$$\frac{\partial A_I}{\partial y} = 0.$$

2. На границе областей должны быть непрерывны касательные и нормальные составляющие индукции магнитного поля

$$\text{при } y = \frac{b}{2}.$$

$$\frac{\partial A_I}{\partial y} = \frac{\partial A_{II}}{\partial y}; \quad \frac{\partial A_I}{\partial x} = \frac{\partial A_{II}}{\partial x}.$$

3. При $y = \frac{H}{2}$ значение векторного потенциала равно 0.

Рассмотренные выше граничные условия дают систему из четырех алгебраических уравнений для определения коэффициентов интегрирования C_1 , C_2 , F_1 и F_2 .

Решив систему и подставив значения коэффициентов в уравнения (11) и (12), получаем следующие выражения для $A_n(y)$ в области I

$$A_n(y) = \frac{4\mu_0}{(\pi n)^3} \frac{I}{ab} \cos k\Delta \left(1 - \frac{\operatorname{ch} k\Delta}{\operatorname{ch} k \frac{H}{2}} \operatorname{ch} ky \right), \quad (13)$$

в области II

$$A_n(y) = \frac{4\mu_0}{(\pi n)^3} \frac{I}{ab} \cos k\Delta \frac{\operatorname{sh} k \frac{b}{2}}{\operatorname{ch} k \frac{H}{2}} \operatorname{sh} k \left(\frac{H}{2} - y \right). \quad (14)$$

Соответственно подставив значения $A_n(y)$ из (13) и (14) в формулу (8), получаем общее выражение для векторной потенциальной функции:

для области I

$$A = \frac{4\mu_0}{\pi^3} \frac{I}{ab} T^2 \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^3} \cos k\Delta \left(1 - \frac{\operatorname{ch} k\Delta}{\operatorname{ch} k \frac{H}{2}} \operatorname{ch} ky \right) \sin kx, \quad (15)$$

для области II

$$A = \frac{4\mu_0}{\pi^3} \frac{I}{ab} T^2 \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^3} \cos k\Delta \frac{\operatorname{sh} k \frac{b}{2}}{\operatorname{ch} k \frac{H}{2}} \operatorname{sh} k \left(\frac{H}{2} - y \right) \sin kx. \quad (16)$$

Из выражений (15) и (16) можно получить формулы для расчета всех технических характеристик рассматриваемой системы: распределение индукции, энергии поля, индуктивности, усилий взаимодействия между стержнем и экраном и т. д.

Составляющие магнитной индукции равны:

в области I

$$B_{xI} = \frac{\partial A_I}{\partial y} = -\frac{4\mu_0}{\pi^2} \frac{I}{ab} T \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2} \cos k\Delta \frac{\operatorname{ch} k\Delta}{\operatorname{ch} k \frac{H}{2}} \operatorname{sh} ky \sin kx, \quad (17)$$

$$B_{yI} = -\frac{\partial A_I}{\partial x} = -\frac{4\mu_0}{\pi^2} \frac{I}{ab} T \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2} \cos k\Delta \left(1 - \frac{\operatorname{ch} k\Delta}{\operatorname{ch} k \frac{H}{2}} \operatorname{ch} ky \right) \cos kx;$$

в области II

$$B_{xII} = \frac{\partial A_{II}}{\partial y} = -\frac{4\mu_0}{\pi^2} \frac{I}{ab} T \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2} \cos k\Delta \frac{\operatorname{sh} k \frac{b}{2}}{\operatorname{ch} k \frac{H}{2}} \operatorname{ch} k \left(\frac{H}{2} - y \right) \sin kx, \quad (18)$$

$$B_{yII} = -\frac{\partial A_{II}}{\partial x} = -\frac{4\mu_0}{\pi^2} \frac{I}{ab} T \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^2} \cos k\Delta \frac{\operatorname{sh} k \frac{b}{2}}{\operatorname{sh} k \frac{H}{2}} \operatorname{sh} k \left(\frac{H}{2} - y \right) \cos kx.$$

Картина распределения индукции по поверхности экрана $x=0$ для случая $a=1$, $b=3a$, $\Delta=0,5a$ показана на рис. 16. Аналогичная картина распределения индукции имеет место для остальных поверхностей.

Индуктивность рассматриваемой системы определяется через энергию магнитного поля

$$L = \frac{2}{\mu_0 I^2} \int_V E^2 dV. \quad (19)$$

После интегрирования получаем следующее выражение для расчета индуктивности экранированной лобовой части на единицу ее длины:

$$L = \frac{8\mu_0}{\pi^5} \frac{T^4}{(ab)^2} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^5} \cos k\Delta (2N_I + N_{II}), \quad (20)$$

где

$$N_I = \frac{kb}{2} + \frac{\operatorname{chk}\Delta \operatorname{sh}k \frac{b}{2}}{\operatorname{chk} \frac{H}{2}} \left(\frac{\operatorname{chk}\Delta \operatorname{chk} \frac{b}{2}}{\operatorname{chk} \frac{H}{2}} - 2 \right),$$

$$N_{II} = \frac{\operatorname{sh}^2 k \frac{b}{2}}{\operatorname{ch}^2 k \frac{H}{2}} - \operatorname{sh} 2k\Delta.$$

Полученная формула (20) дает возможность рассчитать индуктивность экранированных стержней лобовых соединений обмотки статора в зависимости от геометрических размеров элементов рассматриваемой системы.

Анализ полученного выражения для расчета индуктивности показывает, что эффект экранирования зависит в основном от расстояния между экраном и поверхностью меди лобовой части и от отношения сторон $\frac{b}{a}$.

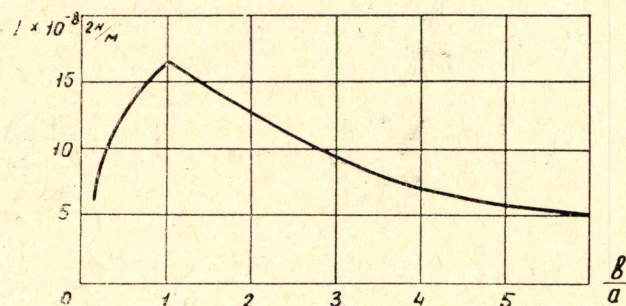


Рис. 2. Изменение L в зависимости от отношения $\frac{b}{a}$ при постоянном значении сечения стержня и $\Delta = 0,5a$

На рис. 2 приведена зависимость индуктивности лобовой части от отношения размеров $\frac{b}{a}$ при постоянном сечении стержня и отношении $\frac{\Delta}{a} = 0,5$. Наибольшей индуктивностью обладает система, в которой отношение $\frac{b}{a} = 1$. Чем больше данное отношение отклоняется от 1, тем меньше индуктивность. При $\frac{\Delta}{a} = 6$ индуктивность снижается примерно вдвое.

Эффект экранирования в большой степени зависит от отношения

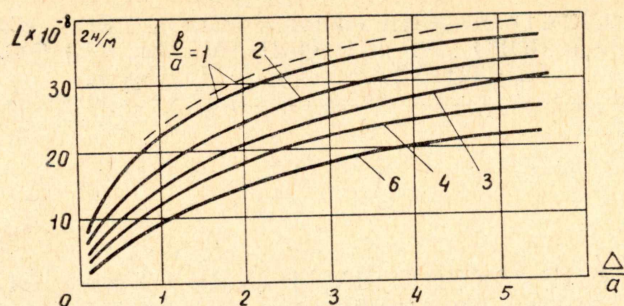


Рис. 3. Изменение в зависимости от расстояния между стержнем и поверхностью экрана при различных отношениях $\frac{b}{a}$

$\frac{\Delta}{a}$. На рис. 3 показан характер изменения индуктивности экранированных стержней лобовой части в зависимости от расстояния до поверхности экрана при различных отношениях $\frac{b}{a}$. Очевидно, что чем

меньше величина $\frac{\Delta}{a}$, тем эффект экранирования сказывается сильнее.

Это подтверждается экспериментально. На рис. 3 пунктиром проведена экспериментальная кривая зависимости индуктивности лобовой части от отношения $\frac{\Delta}{a}$. Она получена при отношении сторон стержня

$\frac{b}{a} = 1$ и частоте питающей сети 1000 гц. Толщина экрана 6 мм. Результаты эксперимента дали удовлетворительное совпадение с теоретическими выкладками.

Расчеты показывают исключительное влияние величины Δ на индуктивность рассеяния лобовой части. Так, увеличение Δ с 0,1а ($\Delta = 0,1а$ соответствует минимально допустимой толщине изоляции лобовой части обмотки) до 0,5а приводит к возрастанию индуктивности лобовой части в 2—3 раза. При $\Delta = 5-6а$ индуктивность лобовой части достигает своего наибольшего значения. Следует считать это значение собственной индуктивностью лобовой части в воздухе при отсутствии экранов. Таким образом, пользуясь приведенными зависимостями, можно оценить в первом приближении демпфирующее действие токопроводящих экранов на индуктивность лобового рассеяния, сравнивая между собой индуктивность при принятых значениях Δ с индуктивностью при $\Delta_{\max}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Шимони. Теоретическая электротехника. «Мир», 1964.
2. R. Radulet, A. Timotin. Shielding of parallel conductors by electromagnetic shields in the form of a rectangular prism. Rev. Roum. Sci. Techn — Electro-techn of Energ. t 12, № 3, 437—453, 1967.
3. К. Бинс, П. Лауренсон. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. «Энергия», 1970.