

## ИССЛЕДОВАНИЕ КВАЗИУСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ПИТАНИИ ОТ ИНВЕРТОРА С НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ

В. И. ИВАНЧУРА, Б. П. СОУСТИН

(Представлена кафедрой электрооборудования)

При питании трехфазных двигателей переменного тока от статических полупроводниковых преобразователей очень трудно, а порой и невозможно получить синусоидальное напряжение. Несинусоидальность напряжения статора приводит к искажению токов и потоков, что вызывает пульсации момента двигателя. При постоянной скорости вращения ротора и затухших электромагнитных переходных процессах тока, потокосцепления и момент можно выразить через обобщенный вектор напряжения:

$$\bar{U} = \frac{2}{3} (U_A + \bar{a}U_B + \bar{a}^2U_C),$$

считая известными коммутационные функции статического преобразователя. Для получения выражений токов, потокосцеплений и моментов используется дискретное преобразование Лапласа.

Выходное напряжение инвертора без нулевого провода не зависит от нагрузки, если выполняется условие

$$\tau_{1A} + \tau_{2A} = \tau_{1B} + \tau_{2B} = \tau_{1C} + \tau_{2C} = \tau = \frac{T}{N}, \quad (1)$$

$\tau_1, \tau_2$  — времена включенного состояния элементов верхней и нижней групп инвертора соответственно для фаз  $A, B$  и  $C$ ;

$\tau$  — период модуляции, если она существует;

$T$  — период выходной частоты;

$N$  — число импульсов модуляции за период выходной частоты.

В этом случае выходное напряжение однозначно выражается через коммутационные функции управления  $F_A, F_B, F_C$ ,

причем

$$F = 1, \quad 0 < t < \tau_1$$

$$F = -1, \quad \tau_1 < t < \tau.$$

Линейные напряжения

$$U_A = -\frac{1}{2} E_n (F_A - F_B),$$

$$U_{BC} = \frac{1}{2} E_n (F_B - F_C), \quad 2$$

$$U_{CA} = \frac{1}{2} E_n (F_C - F_A)$$

Фазные напряжения определяются из матричного уравнения

$$\begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{AB} \\ U_{BC} \end{bmatrix}$$

и имеют вид

$$\begin{aligned} U_A &= \frac{1}{2} E_n \frac{2F_A - F_B - F_C}{3}, \\ U_B &= \frac{1}{2} E_n \frac{2F_B - F_C - F_A}{3}, \\ U_C &= \frac{1}{2} E_n \frac{2F_C - F_A - F_B}{3}. \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда обобщенный вектор трехфазного напряжения

$$\bar{U} = \frac{1}{2} E_n \frac{2}{3} (F_A + \bar{a}F_B + \bar{a}^2F_C) = \frac{1}{2} E_n \bar{F}, \quad (4)$$

где

$\bar{F}$  — обобщенный коммутационный вектор;  
 $E_n$  — напряжение источника питания на входе инвертора, которое считается неизменным на рассматриваемом интервале времени.

Коммутационные функции являются потенциальными функциями точек  $A, B, C$  и взяты двуполярными.

В схеме с нулевым проводом фазное напряжение соответствует виду коммутационной функции.

Из (3) видно, что первые гармоники фазных напряжений равны первым гармоникам соответствующих коммутационных функций, умноженным на  $0,5 E_n$ .

Коммутационные функции образуют симметричную трехфазную систему. Чтобы высшие гармоники, кратные несущей частоте, исчезали из фазного напряжения, необходимо совпадение периодов модуляции [1] для всех фаз. Реализация этого условия на практике приводит к упрощению схемы управления инвертором [2]. В частном случае, если  $N$  целое число,  $\frac{N}{3}$  также должно быть целым.

На рис. 1 (см. стр. 186) приведены коммутационные функции фаз инвертора:

- 1, а — для инверторов со  $180^\circ$  управлением;
- 1, б — при широтно-импульсной модуляции (ШИМ) и одинаковой ширине импульсов напряжения,  $N=6$ ;
- 1, в — ШИМ по синусоидальному закону,  $N=6$ .

Векторы потокосцеплений асинхронного двигателя  $\bar{\Psi}_1$  и  $\bar{\Psi}_2$  можно представить как выход импульсных разомкнутых систем, на вход которых поступает единичное воздействие периода  $T$  (рис. 2)  $X(n)=1$ , где  $n$  — текущее значение

$$\bar{\Psi}_{1(2)}^*(q, \varepsilon) = X^*(q, 0) K_{1(2)}^*(q, \varepsilon). \quad (4)$$

Здесь  $\bar{\Psi}_{1(2)}^*$  — изображение векторов потокосцеплений при использовании дискретного преобразования Лапласа

$K_{1(2)}^*(q, \varepsilon)$  — передаточные функции потокосцеплений;

$X^*(q, 0)$  — изображение входного воздействия;

$q, \varepsilon$  — параметр преобразования и вещественный параметр.

Передаточные функции  $K_{1(2)}^*(q, \varepsilon)$  и  $K_{2(2)}^*(q, \varepsilon)$  есть дискретное пре-

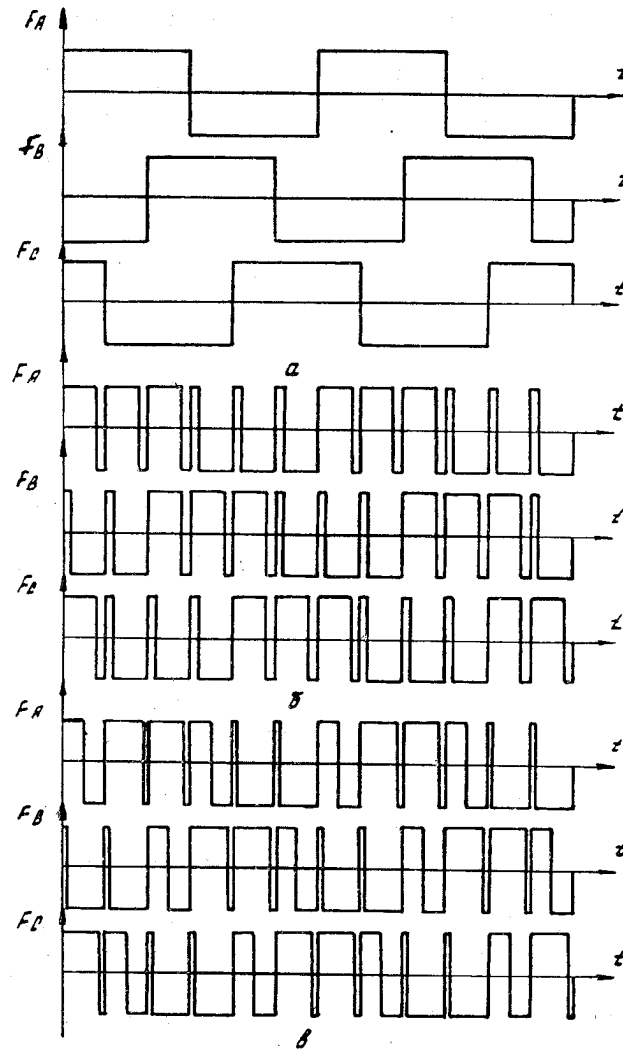


Рис. 1.

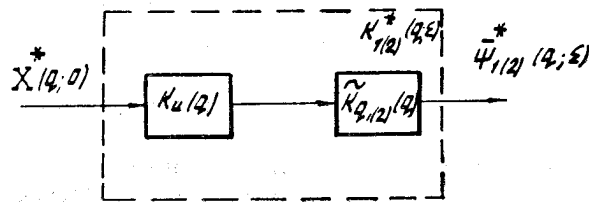


Рис. 2

образование соответствующих импульсных характеристик  $K_1 [n, \varepsilon]$  и  $K_2 [n, \varepsilon]$ .

$$K_{1(2)}^* (q, \varepsilon) = D \{ K_{1(2)} [n, \varepsilon] \}. \quad (5)$$

В свою очередь импульсные характеристики выражаются как обратные преобразования передаточных функций приведенной непрерывной части в безразмерных величинах

$$K_{1(2)} [n, \varepsilon] = L^{-1} \{ K_{1(2)} (q) \}. \quad (6)$$

В данном случае

$$K_{1(2)} (q) = K_u(q) \tilde{K}_{g1(2)} (q). \quad (7)$$

Здесь  $K_u(q)$  — передаточная функция устройства, формирующего вектор напряжения в безразмерных величинах,

$$K_u(q) = \frac{E_n}{2} F(q) ,$$

$\tilde{K}_{g1(2)}(q)$  — передаточные функции двигателя, связывающие вектор напряжения и вектора потокосцеплений.

При совместном решении (4), (5), (6), (7) находятся потокосцепления

$$\Psi^*_{1(2)}(q, \varepsilon) = X^*(q, o) \cdot D \left\{ L^{-1} \left[ \frac{E_n}{2} \bar{F}(q) \tilde{K}_{g1(2)}(q) \right] \right\} . \quad (8)$$

Векторы потокосцеплений можно разложить на две составляющие: квазиустановившегося процесса  $\bar{\Psi}_{1(2)}(\infty, \varepsilon)$  и переходной составляющей  $\Psi_{1(2)n}(n, \varepsilon)$ .

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_{1(2)}(\infty, \varepsilon) &= \lim_{q \rightarrow 0} [(e^q - 1) \bar{\Psi}^*_{1(2)}(q, \varepsilon)] , \\ \Psi_{1(2)n}(n, \varepsilon) &= \sum_{q \neq 0} \text{Res}_{e^{qV}} [\bar{\Psi}^*_{1(2)}(q, \varepsilon)] e^{q(n-1)} \end{aligned} \quad (9)$$

При широтно-импульсной модуляции выходного напряжения инвертора, когда  $N$  целое число, кратное трем, считается, что закон изменения коммутационных функций задан:

$$\begin{aligned} F_A(q) &= \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1 - e^{-\gamma_{1A}(k)q}}{q} \cdot e^{-k\gamma q} - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1 - e^{-\gamma_{2A}(k)q}}{q} \cdot e^{-[k\gamma + \gamma_{1A}(k)]q} , \\ F_B(q) &= \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1 - e^{-\gamma_{1B}(k)q}}{q} \cdot e^{-k\gamma q} - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1 - e^{-\gamma_{2B}(k)q}}{q} \cdot e^{-[k\gamma + \gamma_{1B}(k)]q} , \\ F_C(q) &= \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1 - e^{-\gamma_{1C}(k)q}}{q} \cdot e^{-k\gamma q} - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1 - e^{-\gamma_{2C}(k)q}}{q} \cdot e^{-[k\gamma + \gamma_{1C}(k)]q} . \end{aligned} \quad (11)$$

После преобразований

$$\bar{F}(q) = - \frac{4}{3q} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-\gamma_A(k)q} + \bar{a} e^{-\gamma_B(k)q} + \bar{a}^2 e^{-\gamma_C(k)q} . \quad (12)$$

Здесь

$$\gamma_{1A} = \frac{\tau_{1A}(k)}{T} ; \quad \gamma_{1B}(k) = \frac{\tau_{1B}(k)}{T} ; \quad \gamma_{1C}(k) = \frac{\tau_{1C}(k)}{T} ;$$

$$\gamma = \frac{\tau}{T} ; \quad \gamma_A(k) = \gamma k + \gamma_{1A}(k) ; \quad \gamma_B(k) = \gamma k + \gamma_{1B}(k) ; \quad \gamma_C(k) = \gamma k + \gamma_{1C}(k) ,$$

$k$  — порядковый номер интервала коммутации.

Тогда передаточная функция звена формирования вектора напряжения будет иметь вид

$$K_u(q) = - \frac{E_n \cdot 2}{3q} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-\gamma_A(k)q} + \bar{a} e^{-\gamma_B(k)q} + \bar{a}^2 e^{-\gamma_C(k)q} . \quad (13)$$

Выражение (13) справедливо для ШИМ по любому закону.  
Наиболее применимые законы ШИМ:

1. При одинаковой ширине фазных импульсов

$$\gamma_A(k) = k\gamma + \frac{\gamma}{2}(1 + \mu), \quad 0 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1;$$

$$\gamma_A(k) = k\gamma + \frac{\gamma}{2}(1 - \mu), \quad \frac{N}{2} \leq k \leq N - 1.$$

2. При изменении ширины импульсов по синусоидальному закону

$$\gamma_A(k) = k\gamma + \frac{\gamma}{2} \left( 1 + \mu \sin k \cdot \frac{2\pi}{N} \right).$$

Здесь  $\mu$  — глубина модуляции  $0 \leq \mu \leq 1$ .

Передаточные функции двигателя  $\tilde{K}_{1(2)}(q)$  получаются из векторных уравнений [4] при постоянной скорости вращения ротора и неподвижной координатной системе

$$\bar{U}_1(p) = (p + \omega_0 \alpha'_s) \bar{\Psi}_1(p) - \omega_0 \alpha_s k_r \bar{\Psi}_2(p), \quad (14)$$

$$0 = -\omega_0 \alpha'_r k_s \bar{\Psi}_1(p) + (p + \omega_0 \alpha'_r - j\omega) \bar{\Psi}_2(p),$$

$$\text{где } \alpha'_s = \frac{\alpha_s}{\sigma}; \alpha_s = \frac{r_1}{x_s}; k_s = \frac{x_0}{x_s}; \sigma = 1 - k_r \cdot k_s;$$

$$\alpha'_r = \frac{\alpha_r}{\sigma}; \alpha_r = \frac{r_2}{x_r}; k_r = \frac{x_0}{x_r};$$

$r_1$  ( $r_2$ ) — активное сопротивление статора (ротора);

$\omega_0$  — базовая номинальная частота;

$x_s$  ( $x_p$ ) — синхронное реактивное сопротивление обмотки статора (ротора);

$\omega$  — угловая скорость вращения ротора в эл. рад/сек.

При нулевых начальных условиях, решая (14) с заменой  $P$  на  $\frac{q}{T}$  находятся:

$$\tilde{K}_{g1}(q) = T \frac{q + 2\pi\alpha'_r a - j2\pi b}{(q - q_1)(q - q_2)} = K_{g1}(q)T,$$

$$\tilde{K}_{g2}(q) = T \frac{2\pi\alpha'_r a k_s}{(q - q_1)(q - q_2)} = K_{g2}(q)T. \quad (15)$$

$$q_1 = p_1 T; q_2 = p_2 T; a = \frac{\omega_0 T}{2\pi}; b = \frac{\omega T}{2\pi}.$$

$p_1$  и  $p_2$  — корни характеристического уравнения системы (14) находятся методом, описанным в [4].

Изображение входного воздействия

$$X^*(q, 0) = D \{1[n]\} = \frac{e^q}{e^q - 1}. \quad (16)$$

По выражениям (10), используя (13), (15) и (16), находится квази-установившийся процесс при ШИМ по любому закону:

$$\bar{\Psi}_{1(2)}(\varepsilon) = \frac{E_n}{2} \cdot T \cdot \lim_{q \rightarrow 0} D \{L^{-1} [\bar{F}(q) \cdot K_{g1(2)}(q)]\}. \quad (17)$$

Дискретное преобразование от выражения в фигурных скобках зависит от  $\varepsilon$ , так как имеются сдвигающие звенья

$$\sum_{k=0}^{N-1} e^{-\gamma_A(k)q} + \bar{a} e^{-\gamma_B(k)q} + \bar{a}^2 e^{-\gamma_C(k)q}.$$

$\bar{\Psi}_{1(2)}(\varepsilon)$  нетрудно получить для любого  $\varepsilon$ , например, при  $\varepsilon = m\gamma$

$$\bar{\Psi}_{1(2)}(m\gamma) = \frac{E_n}{2} T \sum_{v=1}^2 C_{v, 1(2)} \left\{ \frac{e^{q_v}}{1 - e^{q_v}} \sum_{k=0}^{N-1} (e^{q_v[m\gamma - \gamma_A(k)]} + \bar{a} e^{q_v[m\gamma - \gamma_B(k)]} + a^{-2} e^{q_v[m\gamma - \gamma_C(k)]} + \sum_{k=0}^{m-1} (e^{q_v[m\gamma - \gamma_A(k)]} + \bar{a} e^{q_v[m\gamma - \gamma_A(k)]} + a^{-2} e^{q_v[m\gamma - \gamma_A(k)]}) \right\} \quad (18)$$

Здесь

$$C^{1(2)}_v = \lim_{q \rightarrow q_v} [(q - q_v) \cdot -\frac{4}{3q} K_{g1(2)}(q)] .$$

Момент машины в квазиустановившемся режиме

$$M(\varepsilon) = \frac{3}{2} z_p \frac{\omega_0 k_r}{x_s \cdot \sigma} \operatorname{Im} [\bar{\Psi}_1(\varepsilon) \cdot \bar{\Psi}_2(\varepsilon)] , \quad (19)$$

где  $z_p$  — число пар полюсов.

Ток статора асинхронной машины:

$$i_A(\varepsilon) = \frac{\omega_0 \alpha'}{r_1} s [\Psi_{a1}(\varepsilon) - \Psi_{a2}(\varepsilon)] = i_{a1} \quad (20)$$

где

$$\Psi_{a1} = \operatorname{Re} \bar{\Psi}_1; \quad \Psi_{a2} = \operatorname{Re} \bar{\Psi}_2 .$$

Выражения (17), (18), (19) и (20) дают возможность проанализировать на ЭЦВМ токи, потоки, момент конкретной машины в функции закона, глубины и частоты модуляции в квазиустановившемся режиме.

### Выводы

1. Показано, что обобщенный вектор напряжения, фазные и линейные напряжения просто выражаются через коммутационные функции в инверторах с независимым управлением.

2. Получены выражения для квазиустановившихся процессов с использованием дискретного преобразования Лапласа.

3. Квазиустановившийся режим при питании асинхронного двигателя от инвертора с несинусоидальным выходным напряжением целесообразно исследовать с помощью ЭЦВМ.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Schönung A., Stemmler H., Seregelter Drehstrom. Umkehrantrieb mit gesteuerten Umrichter nach dem Unterchwingsverfahren, BBC Mitt., 1964, № 8/9, S. 555—577.
2. А. С. Сандлер, Ю. М. Гусяцкий. Тиристорные инверторы с широтно-импульсной модуляцией. «Энергия», 1968.
3. Я. З. Цыпкин. Теория линейных импульсных систем. М., Физматгиз, 1963.
4. М. М. Соколов, Л. П. Петров, Л. Б. Масандинов. Электромагнитные переходные процессы в асинхронном электроприводе. М., «Энергия», 1967.