ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 246 1974

ОЦЕНКА ПЕРИОДА КВАНТОВАНИЯ АВАРИЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ С УЧЕТОМ ВОЗМОЖНЫХ ПОТЕРЬ

Ю. М. АГЕЕВ, Ф. Ф. ИДРИСОВ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры автоматики и телемеханики)

Одной из задач централизованного контроля является определение периода квантования параметра. Эта задача может решаться при помощи уравнений Фоккера—Планка—Колмогорова [1, 2], либо при помощи теории выбросов [3, 4]. Указанные методы предполагают наличие достаточно полной статистики о параметре, что не всегда возможно. Кроме того, некоторые технологические процессы характеризуются величинами, при достижении которыми критического уровня возникает предаварийная или аварийная ситуация.

В данной работе решается задача определения периода квантования параметров с учетом их особенностей и недостаточности исходных статистических данных. При недостаточной исходной статистике необходимо произвести наилучшую оценку неизвестных статистических характеристик аварийного параметра. Однако методы максимального правдоподобия, максимума апостериорной вероятности и др. не учитывают потери от неточных оценок. Байесовский же подход позволяет строить оценки статистических характеристик с учетом потерь от ошибок.

Предположим, что аварийный параметр является стационарным случайным процессом с функцией корреляции

$$K_x(\tau) = \sigma_x^2 \cdot e^{-\alpha^2 \tau^2}, \qquad (1)$$

где

σ_x^2 — дисперсия процесса,

τ — время корреляции.

Будем считать, что появление последовательных выбросов аварийного параметра за пределы критического значения a является независимыми редкими событиями, т. е. время между моментами пересечения значительно больше времени корреляции. Тогда, считая процесс центрированным и предполагая, что число выбросов в течение времени T подчиняется закону Пуассона, имеем, согласно [4], выражение для вероятности P_0 того, что за время T не произойдет ни одного выброса

$$P_0 = \exp\left\{-\frac{T}{2\pi}\sqrt{-\frac{\ddot{K}_x(\tau)}{K_x(\tau)}}\Bigg|_{\tau=0} \cdot \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_x^2}\right)\right\}, \qquad (2)$$

где $\ddot{K}_x(\tau)$ — вторая производная функции корреляции.

Задавшись вероятностью P_0 и принимая во внимание (1), получим выражение для времени неосдтижения:

$$T = -\frac{\sqrt{2}}{\alpha}\pi \ln P_0 \exp\left(\frac{a^2}{2\sigma_x^2}\right). \tag{3}$$

Очевидно, что ошибка в нахождении T определяется, главным образом, ошибкой оценки σ_x^2. Учитывая характер последствий от ошибок при оценках статистических характеристик для аварийных параметров, примем простую функцию потерь

$$\Pi(\hat{\sigma}_x^2, \sigma_x^2) = c - \delta(\hat{\sigma}_x^2 - \sigma_x^2), \tag{4}$$

где c — некоторая постоянная,

$\delta(\cdot)$ — дельта-функция Дирака.

Принимая во внимание асимптотическую независимость апостериорного распределения от априорного [5], зададим априорное распределение дисперсии по экспоненциальному закону с параметром σ_{x0}^2 [6]:

$$W(\sigma_x^2) = \frac{1}{\sigma_{x0}^2}\exp\left(-\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{x0}^2}\right). \tag{5}$$

Для нахождения оценки, соответствующей простой функции потерь, уравнение правдоподобия запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial\sigma_x^2}\ln W(\sigma_x^2) + \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial\sigma_x^2}\ln W(\sigma_{xi}^2/\sigma_{x0}^2) = 0, \tag{6}$$

где $\ln W(\sigma_x^2)$ — функция правдоподобия.

Решая уравнение (6) и подставляя результат в (2), получаем

$$T \approx -\frac{\sqrt{2}}{\alpha}\pi \ln P_0 \exp\left\{\frac{a^2}{n\,\sigma_{x0}^2\left[\sqrt{1+\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\sigma_{xi}}{\sigma_{x0}}\right)^2}-1\right]}\right\}. \tag{7}$$

Выражение (7) позволяет корректировать оценку $\hat{T}$ по мере поступления информации о параметре. Если в системе контроля находится вычислительное устройство, то формула (7) может быть запрограммирована и величина $\hat{T}$ будет периодически уточняться в процессе работы системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Л. Стратонович. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. «Сов. радио», 1961.
2. В. С. Зарицкий. Определение вероятности надежной работы системы в течение заданного промежутка времени. Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, № 1, 1966.
3. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. «Сов. радио», т. I, 1966.
4. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций. Изд. «Наука», 1968.
5. Дж. Нейман. Два прорыва в теории выбора статистических решений. Пер. с англ. « Математика», 8:2, 1964.
6. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. «Сов. радио», т. 2, 1968.