

**СООТВЕТСТВИЕ ГУСТОТЫ РАЗВЕДОЧНЫХ ТОЧЕК
ХАРАКТЕРУ ЗАКОНОМЕРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ ПРИЗНАКА¹
КАК ГЛАВНЫЙ ФАКТОР В ЧИСЛЕННОЙ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ
РАЗВЕДКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ**

Л. М. ПЕТРОВСКИЙ

(Представлена научным семинаром кафедры геологии
и разведки месторождений полезных ископаемых)

Многообразие и сложность изменчивости признаков тел полезных ископаемых, как известно, определяются: 1) характером и интенсивностью проявления закономерных (координированных) изменений и 2) степенью проявления случайных изменений.

Количественная оценка изменчивости признака может базироваться на основе как закономерных [14], так и случайных [4, 5, 8, 13, 16] изменений, однако главным и неперемным условием оценки изменчивости в любом случае должно быть достаточное выявление характера закономерных изменений признака. Для расчета численных показателей случайных или закономерных изменений признака необходимо также достаточно полное отделение случайных изменений от закономерных.

Несмотря на исключительно большое прикладное значение вопросов, связанных с количественной оценкой изменчивости признаков, их изученность все еще остается недостаточной. Так, если по вопросам численной оценки случайных изменений признака и отделения их от закономерных еще имеется несколько специальных исследований [2, 4, 7, 8, 11, 14, 16], то главный вопрос — критерии полноты выявления в процессе разведки характера закономерных изменений признака — практически оказался не изученным. Не случайно поэтому, что очень часто в процессе разведки остается неясным вопрос — при какой густоте (начиная с какой минимальной густоты) разведочных точек можно получить достаточно объективную оценку степени случайных изменений признака по величине, например, среднего квадратического отклонения S сглаженных значений признака [4] или характера закономерных изменений его на основе построенных кривых регрессии. В этой связи ниже сделана попытка решения проблемы установления в процессе разведки достаточного соответствия густоты разведочных точек характеру разведываемой залежи.

Численная оценка погрешности расчета среднего значения признака в контуре той или иной категории запасов базируется на первостепенной роли числа произведенных наблюдений [2, 4, 5, 6, 7, 13, 14]. При этом вероятностно-статистическая погрешность расчета средней определяется числом только более или менее равномерно расположенных единичных разведочных точек, образующих вполне определенное число

¹ Под признаком тела полезного ископаемого здесь и в дальнейшем понимаются мощность, содержание или объемный вес полезного ископаемого.

единичных элементов интерполирования и единичных узловых разведочных блоков [2, 7, 9]. В зависимости от конкретного числа N таких единичных разведочных блоков и величины заданной предельно допустимой погрешности $\Delta_{\text{пр}}$, расчета общей средней или суммарного запаса данной категории, предельно допустимая погрешность расчета средней или определения запаса той же категории в единичном блоке Δ оценивается по известному из теории вероятности и математической статистики [2] выражению

$$\Delta_{\text{пр}}^{\text{бл}} = \frac{\Delta_{\text{пр}}}{3} \sqrt{N}. \quad (1)$$

Очевидно, что с увеличением или уменьшением числа единичных разведочных блоков N величина допустимой погрешности расчета средней в единичном блоке $\Delta_{\text{пр}}^{\text{бл}}$, при заданной общей допустимой погрешности $\Delta_{\text{пр}}$, может быть соответственно увеличена или уменьшена (требуемая точность определения запаса в блоке соответственно уменьшится или увеличится). Следствием этого, как известно, является необходимость регулирования оптимально достаточной фактической точности определения средних значений признака в единичном разведочном блоке путем изменения расстояния между образующими единичный блок выработками в направлении падения и простирания для разных по размерам тел полезных ископаемых: необходимое уменьшение расстояния при разведке мелких и возможное увеличение его при разведке крупных тел. При этом надо иметь в виду, что рост детальности исследования от начала разведки до ее завершения происходит не только пропорционально необходимому повышению точности оценки запасов в целом, но и в связи с переходом к меньшему участку исследования, вследствие так называемой регрессии категорий запасов [1].

Выразив общее число единичных узловых разведочных блоков N , образуемых скважинами (шурфами), через произведение среднего числа n элементов интерполирования в направлении падения и среднего числа m элементов интерполирования в направлении простирания тела полезного ископаемого, представим формулу (1) в виде

$$\Delta_{\text{пр}}^{\text{бл}} = \frac{\Delta_{\text{пр}}}{3} \sqrt{n \cdot m}. \quad (2)$$

Тогда допустимая погрешность определения среднего значения признака в разведочном профиле в направлении падения $\Delta_{\text{пр}}^n$ и в направлении простирания $\Delta_{\text{пр}}^m$, в случае разведки скважинами, определится как

$$\Delta_{\text{пр}}^n = \frac{\Delta_{\text{пр}}^{\text{бл}}}{\sqrt{m}} = \frac{\Delta_{\text{пр}}}{3} \sqrt{n}, \quad \Delta_{\text{пр}}^m = \frac{\Delta_{\text{пр}}^{\text{бл}}}{\sqrt{n}} = \frac{\Delta_{\text{пр}}}{3} \sqrt{m}. \quad (3)$$

В случае разведки месторождения подземными горными выработками, т. е. при наличии горноразведочных подсчетных блоков, расчет допустимой погрешности определения среднего значения признака в горной выработке усложняется. Дело в том, что при разведке горными системами среднее значение признака в контуре той или иной категории запасов является средней третьего и более высокого порядка. Обозначив через $\Delta_{\text{пр}}$ величину заданной предельной допустимой погрешности расчета общей средней третьего порядка, в соответствии с формулой (2) можно определить допустимую погрешность средней второго порядка, т. е. допустимую погрешность определения среднего значения признака в отдельном горноразведочном блоке $\Delta_{\text{пр}1}^{\text{бл}}$, при числе таких блоков N , как $\Delta_{\text{пр}1}^{\text{бл}} = \frac{\Delta_{\text{пр}}}{3} \sqrt{N}$.

В свою очередь допустимая погрешность определения значения признака в условном единичном опробовательском блоке $\Delta_{\text{пр}}^{\text{бл}}$ может

быть определена как $\Delta_{\text{пр}}^{\text{бл}} = \frac{\Delta_{\text{пр}}^{\text{бл}_1}}{3} \sqrt{n \cdot m}$,

где m — число единичных элементов интерполирования на участке горной выработки, ограничивающем горно-разведочный блок по простиранию тела полезного ископаемого;

n — то же по падению тела полезного ископаемого.

Тогда допустимая погрешность определения среднего значения признака на участке горной выработки, ограничивающем горно-разведочный блок в направлении падения $\Delta_{\text{пр}}^n$ и в направлении простирания $\Delta_{\text{пр}}^m$, в случае разведки горными системами определится как

$$\Delta_{\text{пр}}^n = \frac{\Delta_{\text{пр}} \sqrt{N}}{9} \sqrt{n}, \quad \Delta_{\text{пр}}^m = \frac{\Delta_{\text{пр}} \sqrt{N}}{9} \sqrt{m}. \quad (4)$$

Необходимость дифференцированной оценки точности разведки месторождений полезных ископаемых подчеркивалась неоднократно. Наиболее успешную, на наш взгляд, попытку в этом направлении применительно к пластовым месторождениям сделал А. И. Осецкий [7]. Однако методика А. И. Осецкого не нашла широкого распространения, прежде всего, из-за того, что в ней не был обоснован выбор допустимой величины погрешности расчета средней в единичном разведочном блоке (допустимой величины «показателя соответствия достигнутой густоты разведочных точек характеру разведываемой залежи»). Кроме того, определяемая по А. И. Осецкому величина «показателя соответствия достигнутой густоты разведочных точек характеру разведываемой залежи» (величина «красного числа») практически не дает представления о степени такого соответствия с точки зрения закономерных изменений признака. Наконец, оценку степени соответствия достигнутой густоты разведочных точек характеру разведываемой залежи нельзя произвести с помощью какого-нибудь одного общего «показателя соответствия», точно так же, как нельзя этого сделать в отношении оценки изменчивости признака: неоднократные попытки исследователей в этом направлении, как известно [8], не увенчались успехом.

В настоящее время практически единственным² способом контроля в процессе разведки соответствия густоты разведочных точек характеру разведываемой залежи оказывается ограничение для каждой категории запасов аналитической величины фактической случайности погрешности Δ ($\Delta^{\text{бл}}$, Δ^n , Δ^m), т. е. выполнение известного требования

$$\Delta \leq \Delta_{\text{пр}}, \quad \Delta^n \leq \Delta_{\text{пр}}^n, \quad \Delta^{\text{бл}} \leq \Delta_{\text{пр}}^{\text{бл}}, \quad \Delta \leq \Delta_{\text{пр}}^m \quad (5)$$

Соответственно этому допускается, что оценка изменчивости признака так же может быть проведена на основе учета только случайных изменений [4, 5]. Однако одного контрольного требования (5) для выявления в процессе разведки характера изменчивости признака обычно оказывается достаточно лишь при разведке наиболее простых объектов, на которых характер закономерных изменений, по [14], будет определяться горизонтальной либо наклонной линиями. В большинстве же других случаев, в том числе и в условиях получения запасов категории А ($\Delta_{\text{пр}} = 10-15\%$), выполнение одного этого требования не гарантирует соответствующего выявления характера закономерных изменений, а следовательно, не дает правильного представления об изменчивости признака в целом.

² Если не считать методику оценки точности геологических разрезов по Д. А. Зенкову [3], не предусматривающую численного выражения оценки.

Расчет абсолютной величины фактической случайной погрешности $\Delta^{n, m}$ выборочной средней, как известно, ведется по формуле

$$\Delta^n = \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}, \quad \Delta^m = \frac{\sigma_m}{\sqrt{m}}. \quad (6)$$

Недостатки, связанные с использованием стандарта отклонения σ (коэффициента вариации V) для характеристики случайной составляющей изменчивости признака, хорошо известны [4, 5, 6, 8, 14]. Наиболее строгая в свете этих недостатков численная оценка случайных изменений признака возможна с помощью среднего квадратического отклонения S сглаженных значений признака от исходных [4, 5, 14]. Исследование показало, что возможность и целесообразность уточнения численной оценки случайных изменений признака на основе показателя S обуславливается наличием достаточного числа полных пересечений тела полезного ископаемого в основных направлениях его разведки (не менее 15 пересечений в случае проведения не более трех приемов сглаживания исходных значений признака). В случаях, не удовлетворяющих этому условию, более или менее точная количественная оценка случайных изменений признака может быть получена либо на основе стандарта отклонения σ , либо на основе среднего квадратического отклонения H первых последовательных разностей значений признака.

Л. И. Четвериков [14] рекомендует применять в качестве уточненной (по отношению к стандарту σ), а также наиболее простой и удобной в практическом отношении количественной оценки случайных изменений признака тел полезных ископаемых величину среднего квадратического отклонения H первых последовательных разностей. Действительно, более целесообразное по сравнению с σ применение показателя H может иметь место в условиях проявления тенденции роста (убывания) значений признака в исходном выборочном ряду [16] или малого изменения в генеральном среднем между двумя последовательными наблюдениями признака в нем при отсутствии такой тенденции [15]. С точки зрения обоих указанных условий предпочтительное использование показателя H для оценки случайных изменений признака возможно лишь для месторождений I и II групп [6].

Важно подчеркнуть, однако, что само понятие «изменчивость признака залежи», как это было показано Е. И. Поповым [11], является относительным. «Численное выражение ее не постоянно, определяется сложностью изучаемого признака и густотой разведочных точек, т. е. оно отражает степень нашего знания об изучаемом объекте».

Характеризуемая показателями H , S или σ мера случайных изменений признака определяет, в соответствии с формулой (5), так называемую главную случайную компоненту полной случайной составляющей погрешности аналогии. Назовем эту главную случайную компоненту полной случайной составляющей погрешности аналогии, известную в литературе в качестве случайной погрешности Δ выборочной средней, случайной погрешностью первого рода $\Delta_1 (\Delta_1^{6л}, \Delta_1^n)$; $\Delta^{n, m} = \Delta^{n, m} \cdot \Delta_1^m$

Вторая случайная компонента полной случайной составляющей погрешности аналогии, по нашему мнению, должна быть связана с случайным определением средней из-за случайного расположения системы разведочных пересечений по отношению к телу полезного ископаемого [12], т. е. должна определяться случайным характером выборки замеров признака [11]. Эту компоненту полной случайной составляющей погрешности аналогии, обусловленную случайным вариантом расположения системы разведочных пересечений, назовем случайной погрешностью второго рода $\Delta_2 (\Delta_2^{6л}, \Delta_2^n, \Delta_2^m)$. Ориентировочную оценку величины фактической случайной погрешности второго рода можно про-

известны на основе сравнения вариантных величин H или S , рассчитываемых по сетке в два раза реже. Практически определение случайной погрешности Δ_2 удобнее всегда проводить на основе сравнения вариантных величин показателя H . С этой целью необходимо проводить двухвариантную сравнительную оценку величин $H^{n/2}$ или $H^{m/2}$, получаемых по данным двукратно разреженного числа замеров признака в исходном выборочном ряду. Среднее квадратическое межвариантное приращение первых последовательных разностей значений признака $H^{n/2}$, например, уменьшенное в \sqrt{n} раз и будет являться искомой абсолютной величиной фактической случайной погрешности Δ_2^n

$$\Delta_2^n = \frac{H_{\Delta}^{n/2}}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\Sigma_{\max} (X_{i+1} - X_i)^2 - \Sigma_{\min} (X_{i+1} - X_i)^2}}{n}, \quad (7)$$

где $\Sigma_{\max} (x_{i+1} - x_i)^2$ и $\Sigma_{\min} (x_{i+1} - x_i)^2$ — большая и меньшая суммы квадратов первых последовательных разностей значений признака по двукратно разреженным рядам.

Полная фактическая случайная составляющая погрешности аналогии $\Delta^{n, m}$ по определению среднего значения признака в основных направлениях разведки, по-видимому, может быть определена суммой соответствующих случайных погрешностей первого и второго рода:

$$\Delta^n = \Delta_1^n + \Delta_2^n, \quad \Delta^m = \Delta_1^m + \Delta_2^m. \quad (8)$$

При этом здесь должны учитываться те величины Δ_1^n и Δ_2^n или соответственно H^n и $H_{\Delta}^{n/2}$, например, которые отвечают условиям достаточного соответствия достигнутой густоты точек пересечений в разведочной линии характеру закономерных изменений признака в данном направлении. На необходимость такого требования в случае аналитического определения погрешности аналогии указывается в ряде последних работ [10].

Исходя из понятия полной фактической случайной, составляющей погрешности аналогии, условие (5) ограничения фактических случайных погрешностей относительно предельно допустимых следует переписать в следующем виде:

$$\Delta \leq \Delta_{\text{пр}}, \quad \Delta^n \leq \Delta_{\text{пр}}^n, \quad \Delta^{\text{бл}} \leq \Delta_{\text{пр}}^{\text{бл}}, \quad \Delta^m \leq \Delta_{\text{пр}}^{m\text{п}}. \quad (9)$$

Очевидно, что при одних и тех же величинах предельно допустимых погрешностей аналогии требование (9), в отличие от требования (5), позволяет более полно контролировать в процессе разведки выявление характера изменчивости признака, однако и оно бывает недостаточно для однозначного установления фактического соответствия между достигнутой густотой точек и характером закономерных изменений признака в разведочных профилях.

Решение вопроса об однозначном установлении фактического соответствия достигнутой густоты точек характеру закономерных изменений признака в разведочном профиле может быть осуществлено на основе выявления подобия между двумя условно параллельными рядами, полученными в результате двукратного последовательного разрежения замеров признака в исходной однородной выборочной совокупности. С этой точки зрения практический интерес представляет оценка тесноты условной корреляционной связи между смежными парными значениями признака в исходном выборочном ряду. Так как любой из фиксированных замеров признака в выборочном ряду в одинаковой мере может рассматриваться в коррелированной последовательной паре либо с правым, либо с левым смежными замерами, то соответственно этим возможным двум вариантам необходимо рассчитывать [15] два условных

коэффициента корреляции r и два условных корреляционных отношения η .

Очевидно, что при достижении достаточно полного соответствия между густотой пересечений и характером закономерных изменений признака в исходном выборочном ряду по каждой разреженной выборке должно наблюдаться закономерное изменение величины последовательных разностей и закономерное чередование их знаков. В этом случае условная корреляционная связь по своему характеру должна быть строго прямой (положительной) и линейной. Наличие такой связи можно считать установленным, если один из двух рассчитываемых по каждому разведочному профилю коэффициентов r окажется $> +0,5$ (другой коэффициент r может быть $< 0,0$). В зависимости от конкретного числа замеров признака $\frac{n+1}{2}$ в двукратно разреженном ряду минимальные значимые $|r|$ должны быть следующими (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

$\frac{n+1}{2}$	3	4	5	7	10	15	22
$ r $	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5

Необходимо отметить, что при простом характере закономерных изменений признака (типа наклонной линии [14]), свойственном месторождениям I и II групп [5], получение значимых и близких к единице величин коэффициента r легко достижимо при ограниченном числе пересечений скважинами тела полезного ископаемого в разведочном профиле, т. е. уже по данным предварительной стадии буровой разведки. На объектах со сложным характером закономерных изменений признака (типа извилистой и сильно извилистой линий [14]), свойственным месторождениям III и IV групп [5], для получения значимых величин условного коэффициента r требуется значительно большее число замеров признака. Обычно такое большое число замеров признака по нескольким отдельным разведочным профилям, в контуре одной категории запасов, удается получить лишь при детальном опробовании подготовительно-нарезных горных выработок. Кроме того, из-за механизма последовательного разрежения в рядах с извилистой и сильно извилистой линиями закономерных изменений признака, на участках перегиба линии может наблюдаться отрицательная корреляционная связь и, как следствие, криволинейный характер условной корреляционной зависимости значений признака в исходном выборочном ряду. Поэтому оценку достаточного соответствия между достигнутой в процессе разведки густотой опробования и выявленным характером закономерных изменений признака на месторождениях III и IV групп следует производить на основе расчета условного корреляционного отношения η . Наличие достаточно тесной положительной корреляционной связи между однородными значениями признака в исходном выборочном ряду можно считать установленным, если η_{xy} и η_{yx} по одному из двух расчетных вариантов (по варианту η' или η'') окажется $> 0,5$ (соответствующий r' или r'' может быть $< 0,0$).

В условиях выявленного с достаточно высокой вероятностью (по данным не менее двух, трех разведочных профилей одного направления) характера проявления закономерных изменений признака становится возможной первая объективная численная оценка его случайных изменений. Показатель первой объективной численной оценки случайных изменений признака, во-первых, может быть положен в основу расчета аналитической величины полной фактической случайной состав-

ляющей погрешности аналогии $\Delta_{n,m}$ в основных направлениях разведки. После удовлетворения требования (8) относительно предрассчитанных величин $\Delta_{пр}^{n,m}$ (C_1) или $\Delta_{пр}^{n,m}$ (B) соответствие между достигнутой плотностью разведочных точек и выявленным характером разведываемой залежи применительно к условиям получения запасов категорий C_1 или B может считаться установленным. Во-вторых, показатель первой объективной численной оценки случайных изменений признака может быть использован в основе расчетов по аналитическому определению плотности разведочных точек, необходимой для детальной буровой разведки месторождений I и II групп. Причем в условиях детальной разведки этих месторождений для проведения последующих этапов контроля соответствия достигнутой плотности скважин характеру изменчивости признака, как правило, оказывается достаточно одного требования (8). Исходя из опыта разведочных работ [5] и теоретических выкладок [2], средние величины допустимой погрешности $\Delta_{пр}$ определения суммарного запаса (общей средней наиболее изменчивого параметра подсчета запасов) устанавливаются в следующих размерах: для категории A 15%, для категории B 25% и для C_1 40—50%.

Рассмотрим практическое применение предложенной методики на примере выборки, заимствованной из [4, 5]³. По данным анализов 28 проб, отобранных в горной выработке через 2 м, установлена следующая последовательность распределения содержания золота (табл. 2). Показатели случайных изменений содержания σ , H , рассчитанные по данным исходного и разреженных рядов проб, приведены в табл. 3. По результатам третьего приема сглаживания исходных значений содержа-

Таблица 2

Последовательные распределения содержания золота в исходном и двукратно разреженных выборочных рядах

n Порядковые омера после- довательно отобранных проб																												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Ряд 1	50	15	72		6	57	4	7	2	40	42	18	20	37	42													
Ряд 2		77	12	32	86	15	10	80	43	20	61	30	47	18	11													

ния по методу последовательного утробения [16] установлена сильно извилистая линия закономерных изменений (по [14]) с оценкой случайных изменений $S=22,5$.

Для разрешения вопроса о достаточном соответствии достигнутой плотности проб характеру закономерных изменений содержания золота проведем корреляционное исчисление для оценки тесноты связи между двумя условно параллельными разреженными рядами проб (табл. 3). Как видно из табл. 3, ни один из рассчитанных коэффициентов корреляции r не указывает на наличие искомой тесной положительной связи, что и следовало ожидать в случае сильно извилистой линии закономерных изменений содержания. Исчисленные величины корреляционного отношения η_{xy} и η_{yx} , напротив, подтверждают наличие достаточно тесной искомой положительной корреляционной связи. На этом основании можно заключить, что принятая плотность проб в разведочной горной выработке соответствует выявленному характеру закономерных изменений содержания. В качестве объективной меры случайных изменений содержания здесь можно принять оценку $S=22,5$.

³ Здесь использованы исходные данные, снятые с графика и округленные до целых значений.

Численные оценки случайных изменений содержания золота
и показатели корреляционного исчисления

Показатели	По данным исходного ряда проб	По данным разреженных рядов проб	
		Ряд 1 (пробы X)	Ряд 2 (пробы Y)
S	22,5		
σ	24,9	21,4	26,4
H	26,8	25,3	29,9
r'			-0,2
r''			-0,1
η'		$\eta_{xy} = 0,82$	$\eta_{yx} = 0,75$
η''		$\eta_{xy} = 0,47$	$\eta_{yx} = 0,70$

ЛИТЕРАТУРА

1. Бирюков В. И. Регрессия категорий запасов. Изв. вузов.— Геология и разведка, № 4, 1965.
2. Богацкий В. В. Математический анализ разведочной сети. Госгеолтехиздат, 1963.
3. Зенков Д. А. Методы определения плотности разведочной сети. «Сов. геол.». Сб. 61, 1957.
4. Каллистов П. Л. Изменчивость оруденения и плотность наблюдений при разведке и опробовании. «Сов. геол.». Сб. 56, 1956.
5. Крейтер В. М. Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых. Ч. 2 Госгеолтехиздат, 1961.
6. Кузьмин В. И. Геометризация и подсчет запасов месторождений твердых полезных ископаемых. «Недра», М., 1967.
7. Осецкий А. И. Показатель соответствия густоты разведочных точек характеру разведываемой залежи. Исслед. по вопр. маркшейд. дела. Изв. ВНИМИ, т. 30, 1956.
8. Петров А. А. Применение математической статистики для решения основных вопросов разведки месторождений. «Сов. геол.», № 9, 1963.
9. Петровский Л. М. Об определении оптимальной плотности разведочной сети на угольных месторождениях. Изв. вузов.— Геология и разв., № 10, 1965.
10. Погребницкий Е. О. и др. Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых. «Недра», М., 1968.
11. Попов Е. И. К оценке точности изображения залежи полезного ископаемого по данным разведки. Зап. ЛГИ, т. 36, вып. 2, 1959.
12. Сергеев О. П. Анализ разведочной сети методом сравнения вариантов. «Разведка и охрана недр», № 11, 1960.
13. Смирнов В. И. Геологические основы поисков и разведок рудных месторождений. Изд. МГУ, 1957.
14. Четвериков Л. И. Количественная оценка изменчивости содержания полезного ископаемого, наблюдаемой по данным опробования. Изв. вузов.— Геол. и разв. № 3, 1968.
15. Хальд А. Математическая статистика с техническими приложениями. ИЛ, М., 1956.
16. Ястремский Б. С. Некоторые вопросы математической статистики. Госстатиздат, 1961.