

**АПРИОРНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ЗАКОНАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ПОКАЗАТЕЛЕЙ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ
СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД**

Е. А. ПИСАРЕВ

(Представлена научным семинаром кафедры гидрогеологии
и инженерной геологии ТПИ)

В настоящей статье рассматриваются все те основные априорные сведения, которые имеются сейчас о видах законов распределения конкретных наиболее употребительных инженерно-геологических показателей свойств горных пород.

Гранулометрические характеристики. Изучением законов распределения гранулометрических характеристик горных пород в инженерной геологии, как правило, не занимаются, хотя этот вопрос имеет принципиально важное значение, например, с точки зрения проведения наиболее эффективных классификационных построений. Очевидно, это обстоятельство и привело к тому, что на современном этапе нельзя сказать ничего определенного относительно видов законов распределения процентных содержаний тех или иных гранулометрических фракций пород. Не лучше обстоит дело и с выяснением видов законов распределений и метрических обобщенных характеристик гранулометрического состава (средних размеров зерен, мер рассеяния и т. п.).

Водно-физические свойства пород. Здесь следует подчеркнуть, что, когда действие элементов эффективной неоднородности на данный класс свойств идет по схеме А—Н—Р (по М. В. Рацу, 1968), то при прочих равных условиях можно ожидать, что распределение показателей этих свойств будет подчиняться нормальному закону. Это теоретически важное положение для рыхлых песчано-глинистых пород подтверждено многочисленными экспериментальными проверками, проведенными, например, Е. Н. Коломенским, И. Н. Ивановой и др. Для полускальных пород сформулированный выше вывод и нормальность распределения показателей их водно-физических свойств доказываются нашими обширными данными, которые приведены в ряде научных отчетов и статьях [3, 4, 5]. Несколько иные выводы можно сделать о видах законов распределений характеристик физических свойств скальных пород, для чего обратимся к работе К. С. Турицына [7], где приводятся результаты проверки предположений о законах распределения удельных и объемных весов различных литолого-петрографических типов скальных пород юга Сибирской платформы. Гипотеза о нормальном законе распределения удельных и объемных весов по данным К. С. Турицына не противоречит опытным данным (и схеме действия А—Н—Р), если порода (песчаники, ангидриты, каменная соль, гипс, пегматиты, кристаллические сланцы, граниты) не содержит в себе минеральных включений резко аномальных по указанным свойствам.

Одновременно удельный вес карбонатных пород нижнего кембрия не укладывается в рамки нормального закона. Как показывает анализ, на распределении удельного веса известняков сказывается доломитизация и их ангидритизация, а для доломитов — суммарное влияние глинизации, известкования и засоления. Много общего с рассмотренным и в законах распределения объемного веса. Так же, как и для удельного веса, совершенно отчетливо сказывается доминирующее влияние примесей. Так, наличие сподумена в пегматитах (Pt_2-S_n) бассейна р. Белой и различных темноцветных и рудных минералов в гранитогнейсах того же района полностью нарушают нормальность распределения плотностей этих пород. Одновременно распределения объемного и удельного весов пород, которые существенно уклоняются от нормального закона, достаточно хорошо согласуются с обобщенными логнормальными моделями, использующими преобразования исходных данных вида $\log(ax+b)$. Данная модель распределения характеристик свойств пород отвечает схеме А—В—Р действия элементов эффективной неоднородности на эти свойства [6].

Правомерность же применения нормальной или какой-либо из логнормальных моделей следует контролировать в каждом конкретном случае известными статистическими критериями. При этом подчеркнем, что увеличение разнообразия видов теоретических законов распределений имеет смысл не только с точки зрения более эффективного сжатия инженерно-геологической информации о водно-физических свойствах пород, но и с точки зрения более надежной проверки статистическими методами различных инженерно-геологических гипотез¹. Использование же статистических критериев без учета вида функций распределения изучаемых показателей может привести к ошибочным инженерно-геологическим выводам.

Прочностные характеристики пород. Изучение законов распределений данного класса показателей имеет особо важное значение с инженерно-геологической точки зрения. Для выяснения этих законов воспользуемся некоторыми результатами статистической теории прочности.

В. Вейбуллом, Г. А. Конторовой и Я. И. Френкелем рассматривались статистические аспекты хрупкой прочности твердых тел. В последние годы эти же вопросы развивались также в трудах В. В. Болотина, С. Д. Волкова, Б. Б. Чечулина, Л. Г. Седракина и др. Теория хрупкой прочности базируется на следующих предположениях:

а) источником разрушения являются микротрещины (дефекты), равномерно распределенные в объеме тела, т. е. количество дефектов в некотором малом объеме пропорционально величине объема и не зависит от его положения в пределах тела;

б) микротрещины в процессе нагружения вплоть до начала разрушения не меняют своих характеристик;

в) достаточно одной микротрещины критических размеров, чтобы вызвать быстрое распространяющееся разрушение образца, независимо от его размеров;

г) появлению микротрещины соответствует критическое напряжение, при котором начинается разрушение;

д) каждому материалу соответствует определенная функция распределения критических напряжений по микротрещинам;

е) аргумент решающую роль наиболее опасного можно с равной вероятностью приписать любому из имеющихся в теле дефектов.

С учетом введенных предположений, а также на основе использо-

¹ Каждому виду теоретического распределения отвечают наиболее мощные статистические критерии проверки гипотез.

вания вероятностной модели распределения характеристик хрупкой прочности твердых тел [2] можно для образцов хрупких пород объема V записать функцию распределения $F_{(V)}(R)$ прочностных характеристик R в виде

$$F_{(V)}(R) = 1 - \exp \left[-\frac{V}{V_0} \left(\frac{R - S_0}{S_c} \right)^\alpha \right]. \quad (1)$$

Тогда среднее значение $R_{(V)}$ можно получить из выражения

$$\bar{R}_{(V)} = S_0 + S_c \left(\frac{V_0}{V} \right)^{1/\alpha} \Gamma(1 + 1/\alpha), \quad (2)$$

а коэффициент вариации $Var_{(V)}$ определится как

$$Var_{(V)} = \frac{S_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^{1/\alpha} \cdot V \sqrt{\Gamma(1 + 2/\alpha) - \Gamma^2(1 + 1/\alpha)}}{S_0 + S_c \left(\frac{V_0}{V} \right)^{1/\alpha} \Gamma(1 + 1/\alpha)}. \quad (3)$$

В формулах (1, 2, 3) — S_c , α — параметры распределения (1) (некоторые положительные числа); S_0 — минимальное значение прочности; V_0 — объем эталонного образца породы.

При решении инженерно-геологических задач аппарат статистической теории хрупкого разрушения использован Руппенейтом (1964), Чирковым (1964), М. В. Рацем (1968) и I. Kohutek'ом (1965). При этом было получено удовлетворительное совпадение расчетных данных с фактической прочностью целиков угля. Кроме того, Л. А. Ароновой и М. В. Рацем (1967), с использованием статистической теории хрупкого разрушения в варианте Болотина, была произведена обработка данных Г. Л. Фисенко и Ю. И. Туринцева, полученных при натуральных исследованиях сопротивления сдвигу крупных призм трещиноватых пород. Результаты обработки показали удовлетворительное совпадение теории с экспериментом [1]. Аналогичная обработка результатов полевых и лабораторных исследований сопротивления сдвигу полускальных пород Итатского бурогоугольного месторождения была также проведена и автором настоящей работы. Данные соответствующих расчетов сведены в табл. 1 и подчеркивают возможность оценки прочности массива горных пород путем экстраполяции результатов лабораторных исследований прочностных свойств.

Таблица 1

Типы пород	Сцепление в куске, $m/m^2 C_k$	Параметр распределения, α	Линейный размер испытанного блока породы, cm	Расчетное сцепление в блоке, $m/m^2 C_b$	Фактическое сцепление в блоке, $m/m^2 C_\phi$
Аргиллиты	5,76	1,77	170	0,852	0,706
Песчаники	5,47	2,83	180	0,560	0,526
Алевролиты	2,44	2,78	180	0,770	0,630

В основе проведенных нами выше рассуждений лежало предположение, что в процессе разрушения хрупких горных пород нет перераспределения напряжений и поэтому величины R_1, R_2, \dots, R_k считались независимыми, т. е. каждое «слабое место» является в этом случае как бы независимым элементом, участвующим в общей прочности породы. Однако, в силу известных обстоятельств, подобные допущения для вязких и упруго-вязких пород не имеют места, так как такие породы обычно сопротивляются внешним нагрузкам как единое целое, и выделение

отдельных «слабых мест» в этом случае вряд ли является оправданным. В схеме разрушение вязких и упруго-вязких пород можно представить как процесс постепенного накопления единичных повреждений, за счет увеличения воздействующих на породу заданных напряжений. Когда число таких повреждений достаточно велико и равно некоторому числу M , наступает разрушение горной породы. Обозначим через $R^{(k)}$ напряжение, потребное для накопления k единичных повреждений. Предполагается, что последние возникают в случайные моменты времени, и что в силу этого величины $R^{(k)}$ являются случайными величинами, которые будут связанными между собой следующим рекуррентным соотношением:

$$R^{(k)} = R^{(k-1)} + \xi_k,$$

ξ_k — некоторое дополнительное напряжение, необходимое для перехода от $k-1$ повреждений к k повреждениям.

Напряжение $R^{(M)}$, необходимое для накопления M повреждений, отвечает напряжению до окончательного разрушения исследуемых пород. Распределение $R^{(M)}$ существенно зависит от характера величин ξ_k , трактовку которым можно дать так.

Пусть $\xi_k = \eta_k \cdot h(R^{(k-1)})$, где η_k — некоторая случайная величина, показывающая интенсивность накопления повреждений, а $h(R^{(k-1)})$ — заданная функция $R^{(k-1)}$. Если мы теперь рассмотрим процесс разрушения породы во все этапы, то тогда при сделанных выше предположениях можно записать систему равенств.

$$R^{(1)} = R^{(0)} + \eta_1 h(R^{(0)});$$

$$R^{(2)} = R^{(1)} + \eta_2 h(R^{(1)});$$

$$\dots$$

$$R^{(M)} = R^{(M-1)} + \eta_M h(R^{(M-1)}).$$

Найдем далее приращение $R^{(i)} - R^{(i-1)}$ в виде функции от $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_M$, т. е.

$$\gamma_{ii} = \frac{R^{(i)} - R^{(i-1)}}{h(R^{(i-1)})}$$

или после суммирования

$$\sum_{i=1}^M \gamma_{ii} = \sum_{i=1}^M \frac{R^{(i)} - R^{(i-1)}}{h(R^{(i-1)})}.$$

Полагая, что причины, сказывающиеся на переходе от k повреждений к $k+1$ повреждениям, сильно меняются, а число таких причин велико и каждая из них мала, получим

$$\sum_{i=1}^M \gamma_{ii} = \sum_{i=1}^M \frac{R^{(i)} - R^{(i-1)}}{h(R^{(i-1)})} \approx \int_{R^{(0)}}^{R^{(M)}} \frac{dR}{h(R)}. \quad (4)$$

Так как мы приняли, что M велико, каждое из слагаемых мало, а дисперсии их, вероятно, ограничены, то, по-видимому, можно считать данный процесс происходящим в условиях центральной предельной теоремы. В этом случае правая часть (4) будет распределена нормально, а характеристика упруго-вязкой прочности пород будет иметь распределение, зависящее от функции $h(R)$. Кроме того, очевидно, что параметры получаемого распределения зависят от начальных условий процесса, т. е. в данном случае от $R^{(0)}$, которое следует считать постоянным. Другими словами, необходимо учитывать дополнительное условие $h(R) = R^{(0)}$ при $R=0$.

Рассмотрим теперь некоторые конкретные, наиболее простые гипо-

тезы, охватывающие допустимые механизмы разрушения упруговязких пород.

Гипотеза H_n . Простейшая возможная схема механизма разрушения вязких и упруго-вязких пород предполагает $h(R) \approx C = \text{const}$. В этом случае, очевидно, распределение $R^{(M)} - R^{(0)}$ будет подчинено нормальному закону, так как в данном случае эта величина представляет собой сумму большого числа независимых слагаемых, определяющих ее асимптотическую нормальность. При этом подчеркнем, что равенство $R^{(k)} = R_{\text{ж.н.}}^{(k-1)} + C$, использованное для обоснования нормального распределения, и предположения о независимости и одинаковом порядке случайных величин η_k , означает, что средняя скорость накопления повреждений с ростом уровней напряжений приближенно остается постоянной. Последнее, очевидно, имеет место, если исходить из гипотезы, что горная порода разрушается при заданной линейной деформации образца. Данная гипотеза с приближением выполняется, как правило, при ускоренных режимах механических испытаний горных пород. Отмеченные выше положения иллюстрируются рис. 1, где показано, что нормальный закон достаточно хорошо аппроксимирует эмпири-

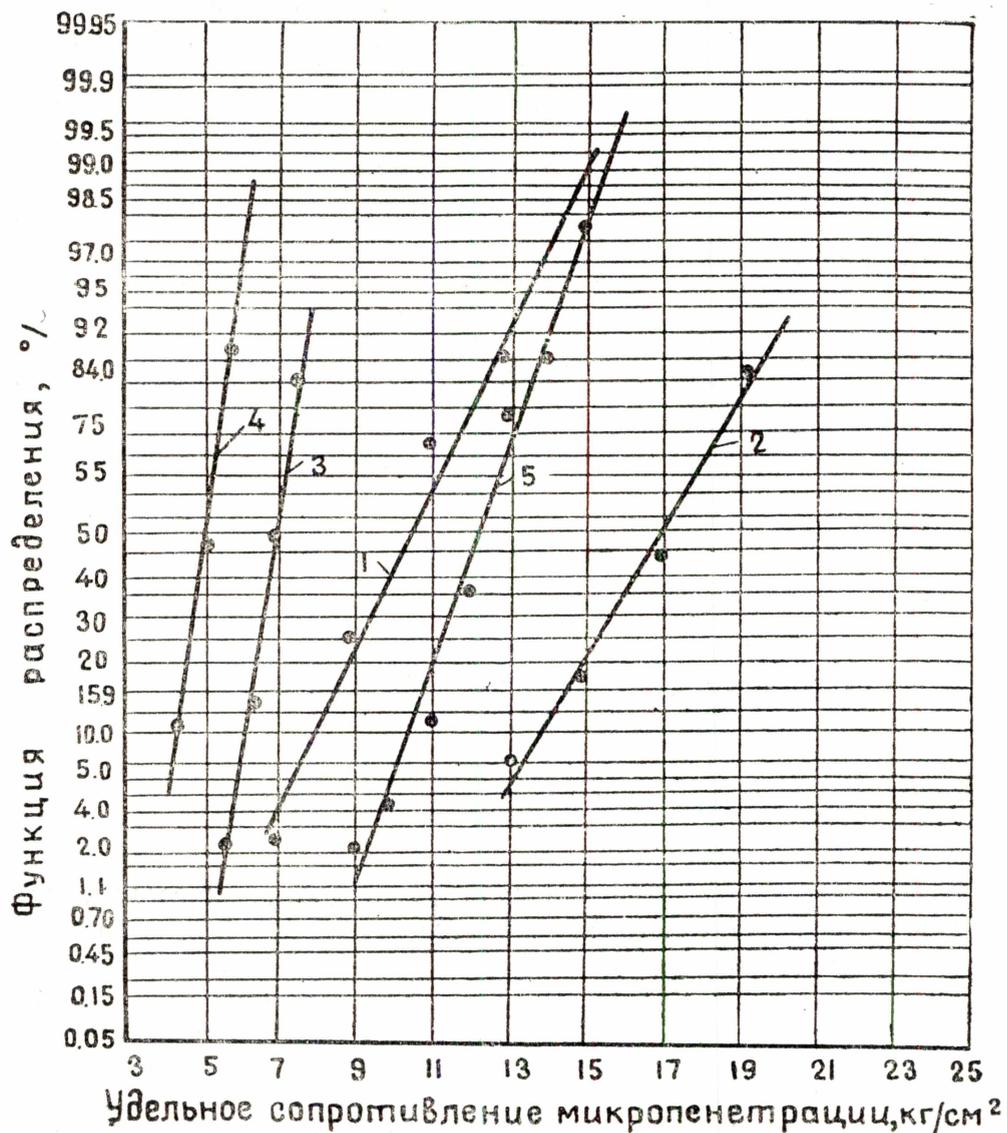


Рис. 1. Аппроксимация нормальным законом эмпирических распределений удельных сопротивлений микропенетрации.

ческие распределения удельных сопротивлений микропенетраций («мгновенное» сопротивление), каждое из которых получено на опытной площадке размером $1,5 \times 1,5$ м для пород Телекского месторождения фосфоритов.

При замедленных режимах механических испытаний гипотеза о постоянстве средних скоростей накопления повреждений приближенно может выполняться только для вязких пород, которые обычно характеризуются низкими значениями пределов текучести. В этом случае также можно ожидать правомерность гипотезы H_n . Для упруго-вязких пород последнее условие, как правило, не имеет места, в связи с чем возникает необходимость в постановке других гипотез.

Гипотеза H_e . В данном случае полагаем $h(R) = R$, тогда после подстановки этой функции в (4) получим, что $\ln R$ должен иметь нормальное распределение. Заметим, что равенство $R^{(\kappa)} = R^{(\kappa-1)} + \eta_{\kappa} R^{(\kappa-1)}$, использованное для вывода логнормального распределения (в предположении о независимости и малости η_{κ}) означает, что средняя скорость накопления повреждений в породе в процессе испытаний убывает с ростом напряжений. Уменьшение же скорости накопления повреждений может рассматриваться как отражение процесса упрочнения, создающего препятствия возникновению новых повреждений. Накопления повреждений выступают в этом свете как процесс разупрочнения (разрыхления). Другими словами, логнормальное распределение возникает как следствие наложения двух процессов: разупрочнения и упрочнения.

Таким образом, разбор моделей H_n и H_e показал, что в зависимости от механизма разрушения горных пород под действием внешних нагрузок, можно аргументированно сделать определенные предположения о видах законов распределения их прочностных характеристик.

Давая общую оценку разнообразным моделям, подчеркнем, что они получены на основе схематических (образных) построений и поэтому, естественно, дают лишь приближенное описание изменчивости инженерно-геологических показателей свойств различных пород. Все же их использование в оценке приводит к более надежным результатам, чем просто обзор опытных данных, лишенный всякого теоретического осмысливания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Аронова, М. В. Рац. О применении статистической теории прочности для описания прочностных свойств пород. Материалы к научно-технической конференции по инженерной геологии (11—15 мая 1967). М., 1967.
2. В. В. Болотин. Статистические методы строительной механики. М., 1965.
3. Ф. П. Нифантов, В. Е. Ольховатенко, Е. А. Писарев. Инженерно-геологические условия Третьего Барандатского участка Итатского бурогоугольного месторождения (отчет по теме 93/63). Фонды ТПИ, Томск, 1965.
4. Ф. П. Нифантов, Ю. А. Усынин, Н. С. Рогова, Е. А. Писарев. Инженерно-геологические условия Первого участка Березовского бурогоугольного месторождения (отчет по теме 99/63). Фонды ТПИ, Томск, 1964.
5. Е. А. Писарев. К вопросу методики статистической обработки показателей инженерно-геологических свойств горных пород. Труды ТИСИ, том. 12, 1967.
6. М. В. Рац. Неоднородность горных пород и их физических свойств. М., 1968.
7. К. С. Турицын. Основной статистический закон распределения физических свойств горных пород.— В сб.: Геофизические исследования при решении геологических задач в Восточной Сибири. Вып. 3, М., 1964.