ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМЕНИ С. М. КИРОВА

Том 254 1975

ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА ТЕПЛОВОГО КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ К ЗАДАЧЕ ОБ ИСПАРЕНИИ МИКРОСЛОЯ

В. В. САЛОМАТОВ, А. Д. ГОРБУНОВ, А. В. КУЗЬМИН

(Представлена кафедрой теплофизики и атомной энергетики)

Гипотеза о микрослое, предложенная Снайдером [1], получила в последнее время широкое применение. В целом ряде работ сообщаются результаты косвенного термометрического и кинематографического доказательства существования микрослоя при помощи высокочувствительных термопар разной конструкции [1, 2, 4, 6], пленочных термометров сопротивления [5, 7], а также путем анализа осаждения радиоактивного сульфата кальция [3]. Прямое измерение толщины микрослоя было осуществлено с помощью оптического интерферометра [9]. В работе [10] тем же методом уточнены некоторые детали геометрии микрослоя с одновременным фотографированием роста пузырька.

Результаты вышеприведенных экспериментальных работ показали влияние испарения микрослоя на рост пузырька и теплообмен при кипении.

На пути полного аналитического описания процесса быстрого роста парового пузырька на поверхности раздела жидкость — твердое тело основную трудность представляет определение закона динамики испарения микрослоя. Поэтому приведенный в [13] анализ ограничен случаем однородного начального перегрева жидкости и твердого тела, имеющих одинаковые тепловые активности, для которого имеется точное решение [11].

В работе [14] дается численное решение одномерных уравнений теплопроводности, которое затем используется для определения объема пара, образующегося в результате испарения микрослоя.

Цель работы — получение аналитического решения задачи об испарении микрослоя, необходимого для анализа участия его в росте парового пузырька и в механизме теплопереноса, а также для интерпретации экспериментальных данных по флуктуации температуры стенки.

Экспериментально определенные значения толщины микрослоя δ_0, находящиеся в пределах 2—20 *мк*, на несколько порядков меньше текущего и отрывного радиусов пузырька, что дает основание остановиться на одномерной модели. Результаты работы [12] позволяют считать в первом приближении микрослой неподвижным.

К концу бурного начального роста пузырька на плоской стенке толщиной L формируется сверхтонкий слой жидкости толщиной $\eta=1$. На внешней поверхности стенки действует поток $\mathrm{Ki}(\mathrm{F}_0)$. В начальный момент температура поверхности раздела твердое тело — жидкость равна $\Theta_2(0,\ 0)=1$.

Принимается, что температура на границе раздела паровой и жидкой фаз постоянна во времени и равна $\Theta_2(\eta(\mathrm{F}_0),\ \mathrm{F}_0)=0$. Градиент температуры в паре равен нулю. На поверхности раздела микрослой—стенка температура жидкости и твердого тела и соответствующие тепловые потоки равны. Начальные условия задаются распределением температуры в жидкости $u_2\ (Z_2)$ и твердом теле $u_1\ (Z_1)$.

С учетом исходных допущений рассматриваемая задача характеризуется следующей системой уравнений:

дифференциальное уравнение энергии в твердом теле

$$k_\varepsilon^2\,\frac{\partial\Theta_1(Z_1,\ \mathrm{F}_0)}{\partial\mathrm{F}_0}=\frac{\partial^2\Theta_1(Z_1,\ \mathrm{F}_0)}{\partial Z_1^2},\quad \mathrm{F}_0>0.\ \ 0<Z_1<L; \tag{1}$$

дифференциальное уравнение энергии в жидком микрослое

$$\frac{\partial\Theta_2(Z_2,\ \mathrm{F}_0)}{\partial\mathrm{F}_0}=\frac{\partial^2\Theta_2(Z_2,\mathrm{F}_0)}{\partial Z_2^2},\quad \mathrm{F}_0>0,\ 0<Z_2<\eta(\mathrm{F}_0); \tag{2}$$

граничные условия на поверхности раздела жидкость—твердое тело

$$\Theta_1(0,\ \mathrm{F}_0)=\Theta_2(0,\ \mathrm{F}_0), \tag{3}$$

$$\frac{\partial\Theta_1(0,\ \mathrm{F}_0)}{\partial Z_1}=-\frac{\partial\Theta_2(0,\ \mathrm{F}_0)}{\partial Z_2}\equiv q(\mathrm{F}_0); \tag{4}$$

граничные условия на подвижной границе

$$\Theta_2(\eta(\mathrm{F}_0),\ \mathrm{F}_0)=0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial\Theta_2(\eta(\mathrm{F}_0),\ \mathrm{F}_0)}{\partial Z_2}=\mathrm{M}\frac{d\eta(\mathrm{F}_0)}{d\mathrm{F}_0}; \tag{6}$$

На внешней поверхности стенки задано граничное условие второго рода

$$\frac{\partial\Theta_1(L,\ \mathrm{F}_0)}{\partial Z_1}=\mathrm{Ki};\ (\mathrm{F}_0). \tag{7}$$

Начальные условия

$$\Theta_1(Z_1,\ 0)=u_1(Z_1), \tag{8}$$

$$\Theta_2(Z_2,\ 0)=u_2(Z_2), \tag{9}$$

$$\eta(0)=1. \tag{10}$$

Рассматриваемая задача заключается в определении температурного поля и динамики образования паровой фазы. Отметим, что условие Стефана (6) делает задачу существенно нелинейной. Для решения данной задачи нелинейной теплопроводности с подвижной границей используем метод теплового квазистационарного приближения, получившего физическое обоснование и развитие в работах [15, 16], который позволяет справиться с нелинейностью стефановского типа.

С учетом отмеченных физических особенностей протекания теплового процесса задачу, сформулированную системой уравнений (1)—(10), будем решать с помощью интегрального преобразования Лапласа. Освобождаясь от дифференциальных операций по времени и решая преобразованную задачу, возвращаясь в область оригиналов, выделим затем квазистационарную асимптотику температурного поля.

Численные оценки и сопоставления полученных результатов с точными решениями показывают, что для большинства нелинейных задач с подвижными границами использование двух членов разложения гарантирует точность, достаточную для инженерных расчетов.

Тогда температурное поле для стенки с учетом двух членов разложения примет вид

$$\Theta_1(Z_1,\ \mathrm{F}_0)=\frac{1}{k_\varepsilon^2 L}\int_0^{\mathrm{F}_0}(\mathrm{Ki}-q)d\mathrm{F}_0+qL\left(\frac{1-3\left(\frac{Z_1-L}{L}\right)^2}{6}\right)-$$

$$-\mathrm{K}_i L\left(\frac{1-3\left(\frac{Z_1}{L}\right)^2}{6}\right)+\frac{1}{L}\int_0^L u_1(Z_1)dZ_1. \qquad (11)$$

Используя приведенную процедуру, получим решение для микрослоя

$$\Theta_2(Z_2,\mathrm{F}_0)=\frac{1}{\eta}\int_0^{\mathrm{F}_0}(V+q)d\mathrm{F}_0-V\eta\left(\frac{1-3\left(\frac{Z_2}{\eta}\right)^2}{6}\right)-$$

$$-q\eta\left(\frac{1-3\left(\frac{Z_2-\eta}{\eta}\right)^2}{6}\right)+\frac{1}{\eta}\int_0^{\eta}u_2(Z_2)dZ_2, \qquad (12)$$

где

$V\ (\mathrm{F}_0)=M\dot{\eta}(\mathrm{F}_0)$ (точка означает дифферненциирование по времени).

В решении (11) — (12) остается пока неизвестным закон движения границы раздела фаз $\eta(\mathrm{F}_0)$ и функция теплового потока на границе раздела жидкость—твердое тело $q(\mathrm{F}_0)$. Удовлетворяя соответственно условиям (3) и (5), получим систему интегро-дифференциальных уравнений для их определения

$$\frac{1}{k_\varepsilon^2 L}\int_0^{\mathrm{F}_0}(\mathrm{K}_i-q)\,d\mathrm{F}_0-\frac{qL}{3}-\frac{\mathrm{K}_i L}{6}+\upsilon_2=\frac{1}{\eta}\int_0^{\mathrm{F}_0}(V+q)d\mathrm{F}_0-\frac{V\eta}{6}+\frac{q\eta}{3}+\upsilon_2, \qquad (13)$$

$$\frac{1}{\eta}\int_0^{\mathrm{F}_0}(V+q)d\mathrm{F}_0=\frac{q\eta}{6}-\frac{V\eta}{3}-\upsilon_2, \qquad (14)$$

где

$$\upsilon_1=\frac{1}{L}\int_0^L u_1(Z_1)dZ_1; \qquad \upsilon_2=\frac{1}{\eta}\int_0^{\eta}u_2(Z_2)dZ_2. \qquad (15)$$

Методы решения интегро-дифференциальных уравнений разработаны гораздо хуже, чем дифференциальных или интегральных. Трудности, возникающие при решении интегро-дифференциальных уравнений, можно обойти, сводя их к интегральному уравнению Вольтерра второго рода.

Для этого удовлетворим уравнению теплопроводности (2) при $Z_2 = \eta$. Получим уравнение второй степени относительно V, решение которого имеет вид

$$V = -\frac{M}{2\eta}\left(1-\sqrt{1-\frac{q\eta}{M}}\right). \tag{15}$$

С учетом выражения (15) решение уравнения (13), описывающего закон движения границы раздела фаз, запишется как

$$\widetilde{\mathrm{F}}_0 = N(\mathrm{F}_0)(1-\eta(\mathrm{F}_0)) - \frac{\overset{*}{\upsilon}_2}{\mathrm{Ki}(\mathrm{F}_0)} + \frac{k_\varepsilon^2 L^2}{6} - \frac{k_\varepsilon^2 L \upsilon_1}{\mathrm{Ki}(\mathrm{F}_0)} + \frac{q(\mathrm{F}_0)}{\mathrm{Ki}(\mathrm{F}_0)}\left(\frac{\eta^2(\mathrm{F}_0)}{6} + \right.$$

$$\left. + \frac{k_\varepsilon^2 L^2}{3} + \frac{\eta(\mathrm{F}_0) k_\varepsilon^2 L}{2}\right) - \frac{V(\mathrm{F}_0)}{\mathrm{Ki}(\mathrm{F}_0)}\left(\frac{\eta(\mathrm{F}_0)}{3} + \frac{\eta(\mathrm{F}_0) k_\varepsilon^2 L}{2}\right), \tag{16}$$

где функция $q(\mathrm{F}_0)$ определяется из решения уравнения

$$\int_0^{\mathrm{F}_0} q(\mathrm{F}_0) d\mathrm{F}_0 = \frac{q\eta^2}{6} - \frac{V\eta^2}{3} - M(\eta-1) - \overset{*}{\upsilon}_2. \tag{17}$$

Здесь и далее

$$\overset{*}{\upsilon}_2 \int_0^1 u_2(Z_2) dZ_2.$$

Интегральное уравнение (17) является весьма сложным для вычисления функции $\eta(\mathrm{F}_0)$, но в некоторых предельных случаях, весьма интересных в практическом приложении, оно может быть значительно упрощено. Ниже мы рассмотрим основные из них.

Следует заметить, что для проведения анализа о роли испаряющего микрослоя в динамике парового пузырька желательно получить как можно более простые аналитические выражения для закона движения границы фазового перехода $\eta(\mathrm{F}_0)$, чтобы упростить проведение общего анализа по участию испаряющегося микрослоя в механизме переноса тепла и динамике растущего на поверхности нагрева парового пузырька.

Выражения для нахождения поля температур можно записать в более простом виде. Используя уравнение динамики процесса (13), (14), перепишем выражения (11), (12) в более простой форме

$$\Theta_1(Z_1 \mathrm{F}_0) = \frac{\eta}{2}(q-V) + \frac{qL}{2}\left[1-\left(\frac{Z_1-L}{L}\right)^2\right] + \frac{\mathrm{Ki}}{2}\frac{Z_1^2}{L}, \tag{18}$$

$$\Theta_2(Z_2, \mathrm{F}_0) = \frac{q}{2\eta}(Z_2-\eta)^2 + \frac{V}{2\eta}Z_2^2 - \frac{V\eta}{2}. \tag{19}$$

С л у ч а й $k_\varepsilon^2 \longrightarrow 0$. Равенство $k_\varepsilon^2 = 0$ означает, что тепловая активность жидкости преобладает над тепловой активностью материала стенки. Твердая стенка является как бы «прозрачной» для теплового потока, иными словами $q(\mathrm{F}_0) = \mathrm{K}_1(\mathrm{F}_0)$. Действительно, при умножении первого интегро-дифференциального уравнения (13) на $k_\varepsilon^2 = 0$ получим

$$\frac{1}{L}\int_0^{\mathrm{F}_0} (\mathrm{Ki}(\mathrm{F}_0) - q(\mathrm{F}_0)) d\mathrm{F}_0 = 0,$$

то есть

$$\mathrm{Ki}(F_0)=q(F_0)$$

Практическим примером может служить кипение неметаллических жидкостей на материалах, близких по теплофизическим свойствам к изоляторам.

Тогда закон движения границы фазового перехода получим из (16)

$$\tilde{F}_0 = N(1-\eta(F_0)) - \frac{\overset{*}{\upsilon}_2}{\mathrm{Ki}(F_0)} + \frac{\eta^2(F_0)}{6} - \frac{\upsilon(F_0)}{\mathrm{Ki}(F_0)}\,\frac{\eta^2(F_0)}{3}\,. \tag{20}$$

Определенный интерес представляет полное время испарения микрослоя, которое определится из (20) при $\eta(\tilde{F}_{0к})=0$

$$\tilde{F}_{0к}=N(F_0)-\frac{\overset{*}{\upsilon}_2}{\mathrm{Ki}(F_0)}\,. \tag{21}$$

Для определения флуктуации температуры поверхности нагрева под растущим паровым пузырьком можно воспользоваться любым из уравнений (18) и (19)

$$\Theta_1(0, F_0)=\frac{\eta(F_0)}{2}(\mathrm{Ki}(F_0)-V(F_0)), \tag{22}$$

В случае $\frac{4\mathrm{Ki}(F_0)\eta(F_0)}{M} \ll I$ выражения (15), (20), (22) можно еще более упростить, не опасаясь потери точности, разложив подкоренное выражение в (15) в ряд и ограничиваясь первым членом ряда

$$\left.\begin{aligned} V(F_0)&\cong\mathrm{Ki}(F_0),\\ \tilde{F}_0&\cong N(F_0)(1-\eta(F_0))-\frac{\overset{*}{\upsilon}_2}{\mathrm{Ki}(F_0)}+\frac{\eta^2(F_0)}{2},\\ \Theta_1(0, F_0)&\cong\eta(F_0)\cdot\mathrm{Ki}(F_0). \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

С л у ч а й $k_\varepsilon^2 \longrightarrow \infty$. Этому случаю соответствует, например, кипение органических жидкостей на высокотеплопроводных металлических поверхностях нагрева. Он означает, что тепловая активность материала стенки намного больше тепловой активности кипящей жидкости. Характерной особенностью процесса при $K_\varepsilon^2 \longrightarrow \infty$ является постоянство температуры поверхности нагрева на всем протяжении процесса испарения микрослоя.

Записав уравнение (13) в виде

$$\frac{1}{\eta(F_0)}\int_0^{F_0}(V+q)\,dF_0-\frac{V\eta(F_0)}{6}+\frac{q\eta(F_0)}{3}+\upsilon_2=1 \tag{24}$$

и решая систему (14), (24) с привлечением дополнительной связи (15) при начальных распределениях, близких к линейным, получим следующее уравнение динамики процесса испарения

$$1-\eta^2(F_0)=2\left(1-\sqrt{\frac{M-2}{M}}\right)F_0. \tag{25}$$

Выражение для определения времени окончания процесса испарения примет следующий вид

$$F_{0к}=\frac{1}{2\left(1-\sqrt{\frac{M-2}{M}}\right)}. \qquad (26)$$

Интересно отметить, что из уравнений (25), (26) для случая $k_э^2 \longrightarrow \infty$ вытекает область решения полученных соотношений $M>2$.

Для слабоменяющихся по времени тепловых потоков при $Ki(F_0)\cong$ const модифицированное число Фурье $\widetilde{F}_0$ переходит в F_0.

Из анализа динамики процесса испарения вытекает, что основную роль играет первый член выражения (20), т. е. критерий $N(F_0)$. Очевидно, что регуляризация кинетики процесса будет протекать тем быстрее, чем больше будет относительный критерий испарения $N(F_0)$.

Авторы работы [14] провели численные расчеты на ЭЦВМ при постоянных тепловых потоках и линейном начальном распределении температурного поля вида: для стенки $u_1=1+KiZ_1$ для жидкого микрослоя

$$u_2=1-KiZ_2.$$

К сожалению, представлены результаты расчетов только для двух частных значений критерия Ki, равных 0,03 и 0,3.

Из сопоставления с численными расчетами [14] следует, что с ростом Ki и для достаточно больших значений критерия M выражения (20) и (25) будут давать соответственно верхнюю и нижнюю оценку динамики процесса, что удобно для проведения анализа по участию микрослоя в росте пузыря и передачи тепла.

Из сопоставления решений и анализа полученных аналитических выражений можно видеть, что для обоих случаев $k_э^2$ решения становятся автомодельными относительно безразмерной толщины пластины L и практически совпадают с результатами численных расчетов для системы ограниченного и полуограниченного тел по динамике испарения микрослоя и по флуктуации температуры поверхности нагрева в квазистационарной части процесса.

Начальная стадия оказывает влияние на динамику процесса испарения при малых значениях критерия фазового перехода M, но это влияние не существенно. Так как при $M=5$ за этот отрезок времени испаряется всего около 20% микрослоя, при значениях $M>100$ величина испарившегося слоя жидкости составит менее 1%.

В случае необходимости начальную стадию процесса можно учесть введением «глубины проникновения теплового возмущения» со стороны границы фазового перехода [16].

Выводы

1. С помощью метода теплового квазистационарного приближения получено общее решение задачи об испарении микрослоя при произвольных начальных распределениях температур в стенке и в жидком микрослое и произвольном тепловом потоке на нагревающей стенке.

2. Проведенный анализ позволил выделить из общего довольно сложного решения асимптотически точные и приближенные расчетные соотношения по динамике испарения микрослоя, флуктуации поверхности нагрева, времени полного испарения микрослоя при предельных значениях режимных параметров.

3. Сопоставление полученных решений с некоторыми частными результатами численных расчетов показывает хорошую сходимость в квазистационарной части процесса испарения микрослоя.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

$\Theta = \dfrac{T - T_s}{T_{10} - T_s}$	—безразмерная температура;
$\eta(\mathrm{F}_0) = \dfrac{\delta(\tau)}{\delta_0}$; $L = \dfrac{l}{\delta_0} \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$	— безразмерные толщины микрослоя и стенки;
$Z_2 = \dfrac{Z_1}{\delta_0}$; $Z_1 = \dfrac{Z_1 \lambda_1}{\delta_0 \lambda_2}$	—безразмерные координаты;
$\mathrm{F}_0 = \dfrac{a_2 \tau}{\delta_0^2}$	— число Фурье, отсчитываемое от начала установления температуры стенки, равной T_{10};
$M = \dfrac{r}{Cp_2(T_{10} - T_s)}$	– критерий фазового превращения;
$\mathrm{Ki}(\mathrm{F}_0) = \dfrac{q_1(\tau)\delta_0}{\lambda_2(T_{10} - T_s)}$	– критерий Кирпичева;
$k_\varepsilon^2 = \dfrac{\lambda_1 \rho_1 C p_1}{\lambda_2 \rho_2 C p_2}$	— критерий, характеризующий тепловую активность материала стенки по отношению к жидкости;
$a_1, \lambda_1, \rho_1, Cp_1, l$	— температуропроводность, теплопроводность, плотность, теплоемкость и толщина стенки;
$a_2, \lambda_2, \rho_2, Cp_2, \delta_0$	– то же для жидкого микрослоя;
$\widetilde{\mathrm{F}}_0 = \dfrac{1}{\mathrm{Ki}(\mathrm{F}_0)} \int\limits_0^{\mathrm{F}_0} \mathrm{Ki}(\mathrm{F}_0) d\mathrm{F}_0$	– модифицированное число Фурье;
$N(\mathrm{F}_0) = \dfrac{M}{\mathrm{Ki}(\mathrm{F}_0)}$	— относительный критерий процесса испарения;
T_s	– температура фазового перехода;
$q_1(\tau)$	— тепловой поток на внешней стороне стенки;
τ	– время.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. D. Moore, R. B. Mesler. A. I. Ch. E. H., vol., 7, 620, 1961.
2. T. E. Rogers, R. B. Mesler. A. I. Ch. E. H., vol. 10, 656, 1964.
3. N. B. Hospeti, R. B. Mesler. A. I. Ch. E. H., vol. 11, 663, 1965.
4. R. Morin. „Symposium of Two Phase Flow, Department of Chemical Engineering, University of Exeter Devon, England Summanries", Iule, 1965.
5. G. E. Foltz, R. B. Mesler. A. I. Ch. E. H., vol. 16, 44, 1970.
6. N. B. Hospeti, R. B. Mesler. A. I. Ch. E. H., vol. 15, 214, 1969.
7. M. D. Cooper, A. I. Lloyd. Int. H. Heat Mass Transfer. vol. .12, 915, 1969.
8. В. И. Толубинский, А. А. Кривешко, Ю. Н. Островский. Сб. «Теплофизика и теплотехника», № 19, 1971.

9. R. R. Sharp. NACA TND — 1997, 1964.

10. H. H. Jawurek. Int. H. Heat Mass Transfer, vol. 12, 843, 1969.

11. Г. Карслоу, Д. Егер. Теплопроводность твердых тел. «Наука», М., 1964.

12. Y. Katto, M. Shoju. Int. H. Heat Mass Transfer, vol. 13, 1299, 1970.

13. H. I. Van Ouwerkerk. ,,The Role of the Evaporating Microlayer and Dry Surface Areas in Boiling". Drukkerij Demmenie N. V.— Leiden, 1970.

14. М. Г. Купер, Дж. М. Мерри. Тепло- и массоперенос, том. 9, часть I, стр. 233. Минск, 1972.

15. В. В. Саломатов. Изв АН СССР, Энергетика и транспорт, 1970, № 3.

16. В. В. Саломатов, А. Д. Горбунов. Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1972, № 1.