

СРАВНЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ РАБОТЫ ОРЕБРЁННОЙ И ГЛАДКОЙ
ПЛОСКИХ СТЕНОК

В. В. ИВАНОВ

(Представлено профессором, доктором Г. И. Фуксом)

I

Сравним температуры оребрённой и гладкой плоских стенок, через которые проходит постоянный тепловой поток q . Тепло от обеих стенок передается одинаковой по теплопроводности прослойке протяженностью L . Прослойка имеет на границе одинаковую температуру t_2 (рис. 1 и 2). Предполагается, что ребра обладают высокой теплопроводностью и имеют небольшую высоту h , поэтому можно считать, что их температура равна температуре самой стенки t_1 .

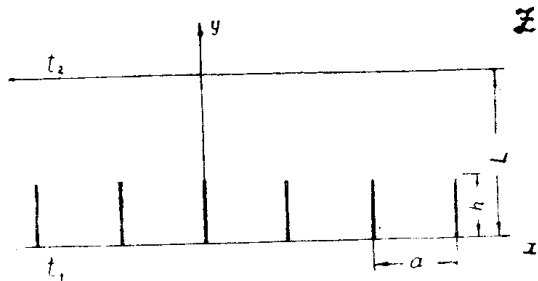


Рис. 1.

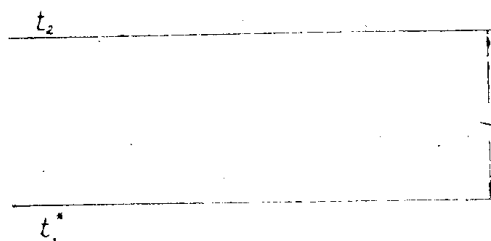


Рис. 2.

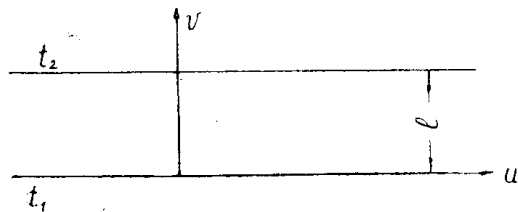


Рис. 3.

Будем решать поставленную задачу с помощью конформных отображений. Функция, переводящая внешность оребрённой плоской стенки (рис. 1) на внешность гладкой стенки (рис. 3), имеет вид [1].

$$W = \frac{a}{\pi} \operatorname{arc} \cos \left(\frac{1}{\operatorname{ch} \frac{\pi h}{a}} \cdot \cos \frac{\pi Z}{a} \right). \quad (1)$$

Здесь a — расстояние между ребрами, $Z = x + iy$, (2), $W = u(x, y) + i v(x, y)$. (3)

Преобразование (1) отображает изотерму $t_2(y=L)$ плоскости Z в прямую $v=l$ плоскости W . Так как тепловые потоки, проходящие через области между изотермами t_1 и t_2 на той и другой плоскостях, равны, то

$$q = -\frac{\lambda}{l} (t_1 - t_2), \quad (4)$$

где λ — коэффициент теплопроводности материала прослойки. Величину l определим из уравнения

$$l = v(x, y)_{y=L},$$

причем значение x для простоты расчетов можно принять равным нулю. Подставляя (2) и (3) в (1), после преобразований найдем

$$l = V_{x=0} = \frac{a}{2\pi} \ln \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{\pi h}{a}} \left(\operatorname{ch} \frac{\pi}{a} L + \sqrt{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{a} L - \operatorname{ch}^2 \frac{\pi h}{a}} \right)^2. \quad (5)$$

Полагая $h=0$ и используя формулы

$$\sqrt{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{a} L - 1} = \operatorname{sh} \frac{\pi}{a} L,$$

$$\left(\operatorname{ch} \frac{\pi}{a} L + \operatorname{sh} \frac{\pi}{a} L \right)^2 = \exp \left(\frac{2\pi}{a} L \right),$$

как частный случай уравнения (5), получим $l=L$.

Тепловой поток для случая, изображенного на рис. 2, выразится как

$$q = -\frac{\lambda}{L} (t_1^* - t_2), \quad (6)$$

где t_1^* — температура гладкой плоской стенки.

Из (4) и (6) найдем

$$\Delta t = t_1^* - t_1 = \frac{q}{\lambda} (L - l)$$

или, что то же,

$$\begin{aligned} \Delta t &= t_1^* - t_1 = \\ &= \frac{q}{\lambda} \left[L - \frac{a}{2\pi} \ln \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{\pi h}{a}} \left(\operatorname{ch} \frac{\pi}{a} L + \sqrt{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{a} L - \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{a} h} \right)^2 \right]. \quad (7) \end{aligned}$$

II

Проведем теперь сравнение тепловых потоков, проходящих через ребренную и гладкую стенки. При этом будем считать, что обе стен-

ки поддерживаются при неизменной температуре t_1 . Температура границы прослойки по-прежнему равна t_2 .

Тепловой поток, проходящий через оребренную стенку, выразим на основе уравнения (4) как

$$q^* = \frac{\lambda}{l} (t_1 - t_2), \quad (8)$$

где l определяется соотношением (5). Тепловой поток через гладкую стенку равен

$$q = \frac{\lambda}{L} (t_1 - t_2). \quad (9)$$

Объединяя (8) и (9) и используя (5), получим

$$q^* - q = \lambda (t_1 - t_2) \left(\frac{L - l}{L \cdot l} \right) = \frac{\lambda (t_1 - t_2)}{l} \left[1 - \frac{a}{2\pi L} \ln \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{\pi h}{a}} \left(\operatorname{ch} \frac{\pi}{a} L \pm \sqrt{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{a} L - \operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{a} h} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

Уравнения (7) и (10) позволяют оценить тепловую работу оребренной стенки в сравнении с гладкой в зависимости от высоты ребра h и расстояния между ребрами a .

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Даврентьев и Б. В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. ГИФМЛ, 1958.