ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 119 1963 г.

# О ЛУЧИСТОМ ПРОГРЕВЕ ТЕЛ ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ ИСТОЧНИКА ТЕПЛА

В. В. САЛОМАТОВ и Г. П. БОЙКОВ

(Представлено профессором, доктором Г. И. Фуксом)

Первое представление о прогреве тел при переменной температуре среды можно получить на основании решений для конвективного теплообмена. Однако имеющиеся решения [1] большей частью даются для таких условий, когда температура среды изменяется от начальной температуры нагреваемого тела. Несколько больший интерес представляют условия, выраженные системой уравнений

$$\frac{\partial T(x,\tau)}{\partial \tau} = a\,\frac{\partial^2 T(x,\tau)}{\partial x^2}, \tag{1}$$

$$T(x,0) = T_0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial T(0,\tau)}{\partial x} = 0, \tag{3}$$

при $x = R$

$$\lambda\,\frac{\partial T(x,\tau)}{\partial x} + \alpha\left[(T_{co} + b\tau) - T(x,\tau)\right] = 0. \tag{4}$$

Применяя интегральное преобразование Лапласа к системе (1)÷(4), получаем решение в изображениях

$$T(x,s) - \frac{T_0}{s} = A\,\mathrm{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,x. \tag{5}$$

Удовлетворяя граничному условию (4), находим постоянную $A$. Тогда в общем виде

$$T(x,s) - \frac{T_0}{s} = \frac{(T_{co} - T_0)\,\mathrm{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,x}{s\left(\mathrm{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,R + \frac{1}{H}\sqrt{\frac{s}{a}}\,\mathrm{sh}\sqrt{\frac{s}{a}}\,R\right)} + \frac{b\,\mathrm{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,x}{s^2\left(\mathrm{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,R + \frac{1}{H}\sqrt{\frac{s}{a}}\,\mathrm{sh}\sqrt{\frac{s}{a}}\,R\right)}. \tag{6}$$

Обратное преобразование приводит к выражению

$$T(x, \tau) = T_0 + (T_{c0} - T_0) \left[ 1 - \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp\left( -\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2} \right) \right] +$$

$$+ b\tau - \frac{bR^2}{2a} \left[ 1 - \left( \frac{x}{R} \right)^2 \right] - \frac{bR^2}{a} \left[ \frac{1}{Bi} - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{A_n}{\mu_n^2} \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp\left( -\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2} \right) \right]. \qquad (7)$$

Здесь $\mu_n$ — корни характеристического уравнения

$$\mu_n \operatorname{tg} \mu_n = Bi.$$

Решение (7) позволяет отметить следующее:

1. Весь процесс нагрева твердых тел может быть условно разбит на три режима:

а) неупорядоченный тепловой режим, когда имеется необходимость учитывать несколько членов бесконечного ряда; б) упорядоченный тепловой режим, когда достаточно ограничиться одним членом ряда; в) синхронный тепловой режим, когда температура поверхности тела отстает от температуры среды на некоторую постоянную величину. Эта постоянная при прочих равных условиях тем меньше, чем больше критерий конвективного теплообмена. При $Bi \to \infty$ температура поверхности в этом режиме совпадает с переменной температурой среды.

2. Решение задачи для прогрева при переменной температуре среды складывается из суммы трех функций:

а) первая функция представляет собой решение задачи для постоянной температуры источника;

б) вторая функция определяется законом роста температуры окружающей среды и критерием безразмерной координаты;

в) третья функция, начиная с некоторых значений критерия $Fo$, стремится к нулю при $Bi \to \infty$.

В практических условиях наибольшее значение имеют случаи нагрева радиацией при переменной температуре источника тепла. Решение такой задачи связано с математическими трудностями. В литературе [2, 3] можно встретить ряд приемов, которые в некотором приближении дают решение поставленной задачи.

Мы считаем, что техническое решение указанной задачи может быть дано на основе сделанных представлений о процессе конвективного теплообмена. Так, например, для неограниченной пластины решение, аналогичное (7), может быть представлено в форме

$$T(x, \tau) = T^*(x, \tau) + b\tau - \frac{bR^2}{2a} \left[ 1 - \left( \frac{x}{R} \right)^2 \right] - \frac{bR^2}{a} F(\Theta^*, Ki). \qquad (8)$$

Здесь $T^*(x, \tau)$ — решение задачи лучистого прогрева при постоянной температуре источника тепла;

$F(\Theta^*, Ki)$ — некоторая функция относительной температуры и критерия лучистого теплообмена $Ki$;

Соответствующий подбор вида функции $F(\Theta^*, Ki)$ дает возможность рекомендовать формулу (8) в качестве первого приближения. Исследования показали, что результаты расчета согласно (8) удовлетворительно совпадают с расчетами, произведенными численным методом, если принять

$$F(\Theta^*, Ki) = \frac{\Theta^*}{Ki\left(e^{\sqrt[4]{Ki}} + 1\right)},$$

где $\Theta^* = \dfrac{T^* - T_0}{T_{co} - T_0}$ — известный критерий при прогреве для постоянной температуры источника тепла.

Следует отметить, что полной аналогии между (7) и (8) быть не может, так как критерий лучистого теплообмена (критерий Кирпичева) в данном случае величина переменная.

Известно [4], что температурное поле внутри тела может быть определено на основании выражения

$$\Theta(X, Fo) = \int_0^{Fo} Q(Fo)\, dFo - 2\sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^n \cos n\pi X \cdot$$

$$\cdot\, e^{-n^2\pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{n^2\pi^2 Fo}\, Q(Fo)\, dFo. \qquad (9)$$

Здесь

$$X = \frac{x}{R},$$

$$\Theta = \frac{T(x, \tau) - T_o}{T_{co} - T_o},$$

$$Q = \frac{q(\tau) R}{\lambda (T_{co} - T_o)}.$$

Однако для этого из посторонних источников необходимо знать закон изменения теплового потока $q(\tau)$ на поверхности тела.

Обобщения графических построений, выполненных на основе зонального расчета, приводят к критериальным выражениям

$$Q_n = \frac{q_n(\tau)}{q_c(\tau)} = e^{-d^2},$$

$$Q_л = \frac{q_л(\tau)}{q_c(\tau)} = 1 - e^{-d^2}.$$

Согласно последнему температура поверхности

$$\Theta_n = \frac{T_n}{T_c(\tau)} = \sqrt[4]{1 - e^{-d^2}}. \qquad (10)$$

Здесь $d$ — критериальный комплекс

$$f(\Theta_0) + \xi Ki^m Fo. \qquad (11)$$

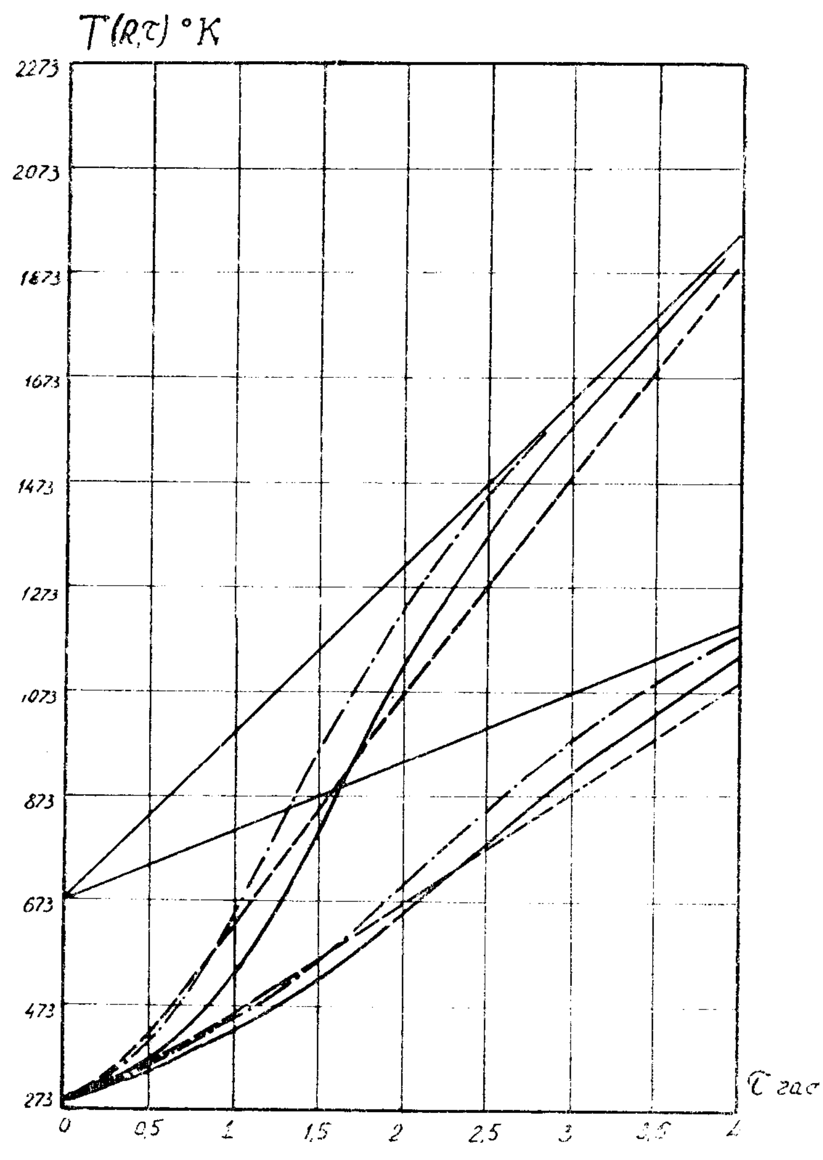


Рис. 1 — — — — — — — — — расчетные данные по формуле (8)

———————————— расчетные данные зональным методом

—·—·—·—·—·— расчетные данные по формуле (10) (коэффициент $m = 1,2$)

Для неограниченной пластины, бесконечного цилиндра и шара коэффициент $\xi$ равен соответственно 1, 2 и 3.

На рис. 1 и 2 показано изменение температуры поверхности неограниченной пластины толщиной $2R = 200$ *мм*, при $\lambda = 39$ *ккал/м.час. град.*, $a = 0{,}045$ *м²/час*, $\varepsilon_n c_0 = 4{,}0$, построенное различными способами.

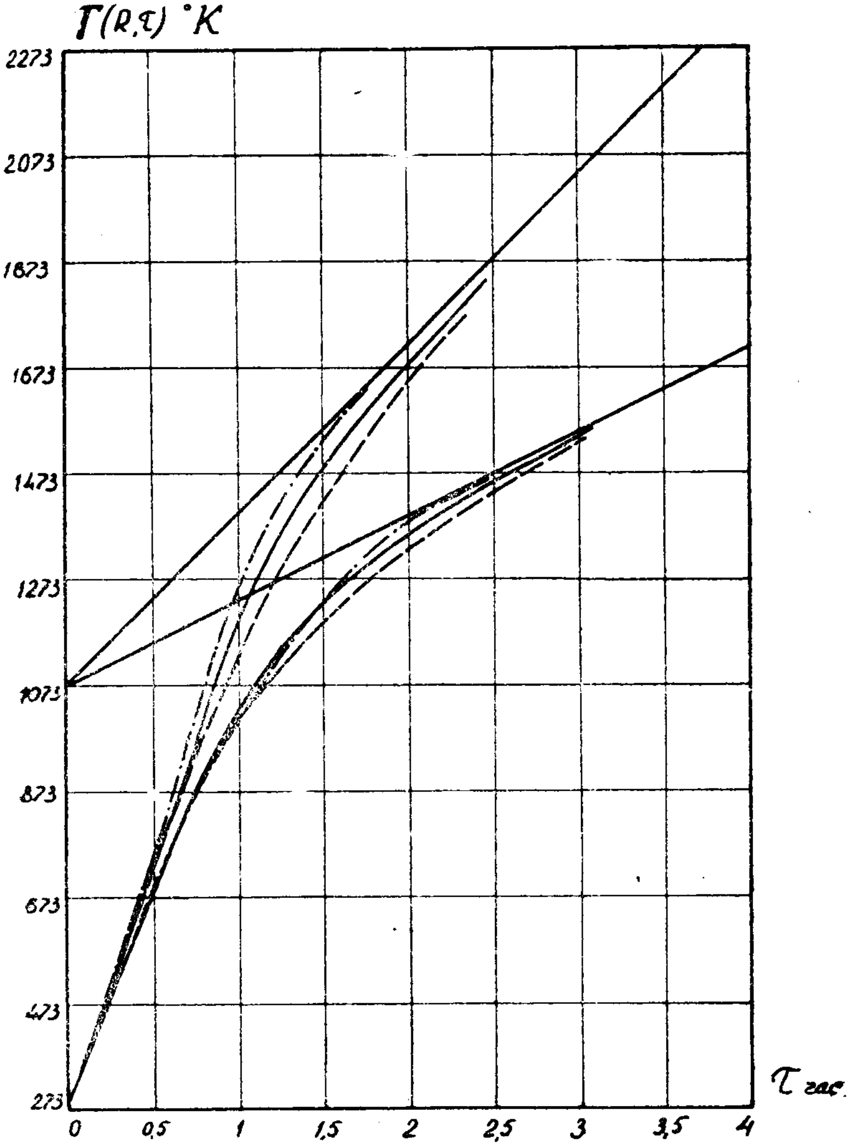


Рис. 2 — — — — — расчетные данные по формуле (8)
——————— расчетные данные зональным методом
—.—.—.— расчетные данные по формуле (10) (коэффициент $m = 1, 2$).

Предложенные зависимости проверялись при условиях упорядоченного теплового режима в пределах отношения

$$\Theta = \frac{T_0}{T_{c0}} = 0{,}6 \div 0{,}1.$$

ЛИТЕРАТУРА


1. Лыков А. В. Теория теплопроводности. ГИТЛ, М., 1952.
2. Бойков Г. П. Известия Томского политехнического института, том 89, 1957.
3. Шумаков Н. В. ЖТФ, № 4, 1957.
4. Самойлович Ю. А. ИФЖ, № 11, 1961.