

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАИВЫГОДНЕЙШЕГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ К ПОСТРОЕНИЮ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ

Л. С. СКРИПОВ

(Представлена научным семинаром кафедры начертательной геометрии
и графики)

Как известно из теории начертательной геометрии, аксонометрические проекции получаются проектированием на одну плоскость центральным, прямоугольным и косоугольным методами.

В начертательной геометрии подробно разбираются законы таких проектирований и по существу довольно трудоемкие. Метод наивыгоднейшего проектирования позволяет упростить построение аксонометрических изображений, сводя их к простым геометрическим при использовании только двух прямоугольных проекций (горизонтальной и фронтальной) данного предмета.

Настоящая статья рассматривает приемы подобных построений при помощи метода наивыгоднейшего проектирования, причем получаемые аксонометрические проекции теоретически соответствуют требуемым с учетом необходимых коэффициентов искажения, то есть для прямоугольной изометрии $p=q=r=0,82$, для прямоугольной диметрии $p=r=0,94$, $q=0,47$, для фронтальной косоугольной диметрии $p=r=1$, $q=1/2$ и для военной перспективы $p=q=r=1$.

1. Прямоугольная изометрическая проекция

Изометрическая проекция какого-либо предмета получается параллельно-прямоугольным проектированием его на плоскость P , равнонаклоненную к плоскостям проекций H , V , W и отсекающую на координатных осях равные отрезки, т. е. $OX_1=OY_1=OZ_1$ (фиг. 1).

Аксонометрический треугольник, образованный следами аксонометрической плоскости P_H, P_V, P_W , в этом случае получается равносторонним с углами в 60° при вершинах, т. е. $Z_1X_1Y_1=X_1Y_1Z_1=Y_1Z_1X_1=60^\circ$, а следы плоскости P образуют с соответствующими координатными осями углы в 45° , т. е.

$$\angle OX_1Y_1=\angle OY_1X_1=\angle OY_1Z_1=\angle OZ_1X_1=\angle OX_1Z_1=45^\circ.$$

Применение метода наивыгоднейшего проектирования для рассматриваемого случая проще разобрать сначала на проектировании одной точки на плоскость P , а затем уже найденные закономерности распространить на все точки и линии проектируемого тела.

Пусть имеется некоторая точка A в пространстве, которую требуется спроектировать прямоугольно на плоскость P и найти ее проекцию a_1 на этой плоскости.

Проектирующий точку A луч будет перпендикулярен к плоскости P и, следовательно, его проекции перпендикулярны к соответствующим следам плоскости P , т. е. $\angle a'2'Z_1 = \angle a1Y_1 = 90^\circ$. Для удобства точка A выбрана так, что проектирующий ее луч направлен в центр координатных осей O , хотя, конечно, она может занимать любые положения в пространстве.

Вообразив проектирующую плоскость, проходящую через луч, проектирующий точку A , и перпендикулярную к координатной плоскости H (заштрихованная площадка), заключаем, что эта плоскость будет перпендикулярна к плоскостям H и P , образующим двугранный угол с ребром P_H . По законам геометрии линия пересечения этой плоскости с P будет перпендикулярна к ребру P_H (следует), то есть угол Y_11Z_1 будет равен 90° . Точка a_1 пересечения линии $1Z_1$ с лучом и будет искомой проекцией данной точки A на аксонометрической плоскости P .

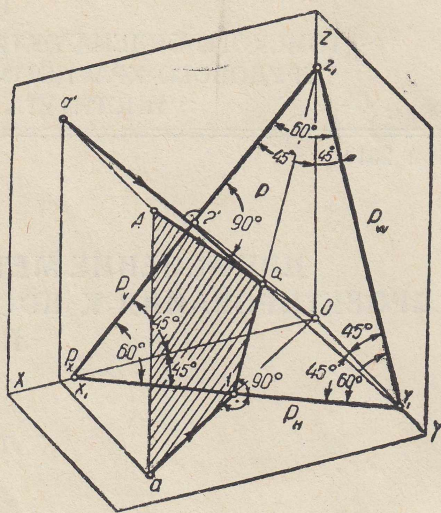
Такое же рассуждение можно было бы провести, воображая проектирующую плоскость, проходящую через луч, перпендикулярный к фронтальной плоскости проекций V , и также вывести заключение, что линия пересечения новой проектирующей плоскости с P будет перпендикулярна к ребру (следу) P_V второго двугранного угла, т. е. $\angle Y_12'Z_1 = 90^\circ$.

Из фиг. 1 следует, что проекцию a_1 точки A можно найти таким простым построением. Из точки 1 встречи горизонтальной проекции луча со следом P_H следует восстановить перпендикуляр к P_H в плоскости P , а из точки $2'$, встречи фронтальной проекции луча со следом P_V , восстановить к P_V перпендикуляр в плоскости P и отметить точку a_1 пересечения обоих перпендикуляров, которая будет искомой аксонометрической проекцией данной точки A .

Повторим теперь проведенные построения на плоскостном чертеже, когда аксонометрическая плоскость P совмещена с плоскостью H вращением около ее горизонтального следа P_H и найдем совмещенное положение проекции a_1 данной точки A .

Пусть даны две проекции некоторой точки A — горизонтальная a и фронтальная a' , аксонометрическая плоскость P , заданная следами P_H и P_V , сходящимися в точке P на оси проекций OX (фиг. 2). Так как проектирование прямоугольное, то строим проекции луча, проходящие через a и a' , перпендикулярные к соответствующим следам плоскостей P_H и P_V . Из чертежа заключаем, что проекции луча будут наклонены к оси OX под углами φ_0 и ψ_0 в 45° (или к линиям, параллельным оси OX), так как следы P_H и P_V наклонены к ней тоже под углом в 45° .

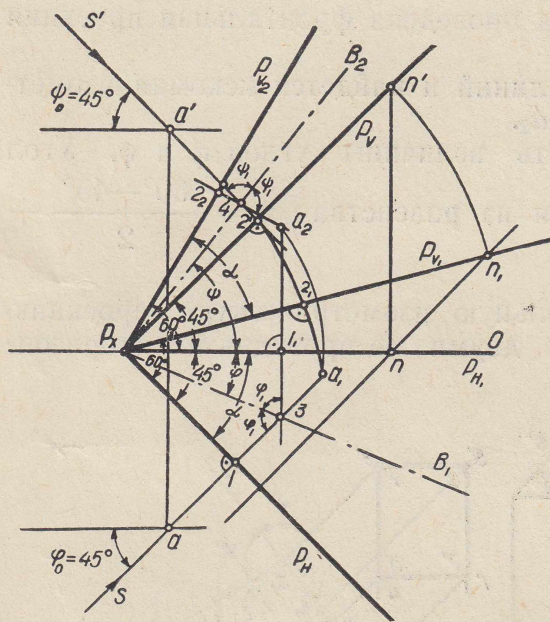
Отмечаем точки 1 и $2'$ пересечения проекций луча со следами P_H и P_V . Совмещаем плоскость P с плоскостью H и строим совмещенное положение P_V , фронтального следа P_V . Определяем новое положение 2_1 , точки $2'$ на совмещенном следе P_V , засечкой, проведенной из PX , как из центра, радиусом, равным P_x2' . Из точек 1 и 2_1 проводим на совмещенной плоскости P перпендикуляры к следам P_H и P_V , до взаимного



Фиг. 1.

пересечения в точке a_1 , которая и будет искомой аксонометрической проекцией точки A на совмещенной плоскости P .

Таким путем найти проекцию можно на P любых точек пространства, а также и линий, их соединяющих. Однако при таком проектировании изображение предмета на плоскости P получается повернутым относительно наблюдателя по часовой стрелке, и для ясного его понимания чертеж приходится поворачивать в обратную сторону так, чтобы вертикальные линии заняли вертикальное положение перед наблюдателем.



Фиг. 2.

телем.

Для устранения этого недостатка достаточно повернуть на чертеже совмещенную плоскость против движения часовой стрелки, а вместе с ней и проекции всех точек.

Около точки P_x вращаются следы P_H и P_V на угол α так, чтобы след P_H совпал с осью проекции OX и занял положение P_{H_1} . На тот же угол α поворачивается след P_V до положения P_{V_2} . При таком повороте точки 1 и 2 на следах P_H и P_V перейдут в положение 1₁ и 2₂. От них проводятся перпендикуляры (как и ранее) к следам P_{H_1} и P_{V_2} до взаимного пересечения в точке a_2 , которая и будет новым положением аксонометрической проекции данной точки A . Новое

положение проекции можно было бы найти также поворотом проекции a_1 на угол α .

Проведенное построение можно упростить, избежав поворота совмещенной плоскости, на основании следующих рассуждений.

Продолжим горизонтальную проекцию луча до взаимного пересечения с продолжением перпендикуляра 1_1a_2 в точке 3. Через точку 3 и точку схода следов P_x проведем линию B_1 и получим два прямоугольных треугольника $3-1_1-P_x$ и $3-1-P_x$, равные между собой, как имеющие общую гипотенузу $3P_x$ и равные катеты $1-P_x$ и 1_1-P_x по построению. Следовательно, соответствующие острые углы треугольников равны, т. е. $\angle 1_1P_x3 = \angle 1P_x3 = \varphi$ и $\angle 13P_x = \angle 1_13P_x$, а значит, линия B_1 является биссектрисой угла α , на который был повернут след P_H в новое положение P_{H_1} .

Продолжим также фронтальную проекцию луча до встречи в точке 4 с продолжением перпендикуляра к следу P_{V_2} из точки 2₂, в которую переместилась точка 2 после поворота на угол α следа P_V . Через точки 4 и P_x проводим прямую линию B_2 и получаем два равных прямоугольных треугольника $4-2'-P_x$ и $4-2_2-P_x$, так как они имеют общую гипотенузу $4P_x$ и по одному равному катету $2'P_x = 2_2P_x$ по построению. Следовательно, соответствующие острые углы их равны, например, при точке 4 $\angle 2_24P_x = \angle 2'4P_x = \psi_1$. Значит, линия B_2 будет биссектрисой угла между следами P_V и P_{V_2} и наклонена к оси OX под углом ψ .

Таким образом, нахождение изометрической проекции данной точки A сводится к следующим построениям:

1. На оси OX выбирается точка схода следов P_x в любом месте, но так, чтобы построение не выходило за пределы первого октанта.

2. Из этой точки проводятся линии B_1 и B_2 под углами φ и ψ к оси проекций OX .

3. Из проекций данной точки a и a^1 проводятся проекции проектирующего луча под углами $\varphi_0 = \psi_0 = 45^\circ$ к оси OX до пересечения с биссектрисами B_1 и B_2 в точках 3 и 4.

4. Из точки 3 проводится вертикальная линия, перпендикулярная к P_{H_1} (или иначе, к оси OX); а из точки 4 — линия под тем же углом ψ_1 к биссектрисе B_2 , под каким была проведена фронтальная проекция луча.

5. На пересечении построенных линий и найдется искомая изометрическая проекция данной точки $A—a_2$.

Необходимо, следовательно, знать величины углов φ и ψ . Угол $\varphi = \frac{45^\circ}{2} = 22^\circ 30'$. Угол ψ определится из равенства $\psi = \frac{60^\circ - 45^\circ}{2} + 45^\circ = 52^\circ 30'$.

Пример 1. Построить прямоугольную изометрическую проекцию призмы 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, заданной двумя ее проекциями (горизонтальной и фронтальной) фиг. 3.

Задача решается в следующем порядке:

1. Строятся проекции s , s' проектирующего луча S под углами в 45° к оси OX (или линиям, ей параллельным).

2. Выбирается произвольная точка P_x на оси OX так, чтобы изометрия получилась в 1-м октанте.

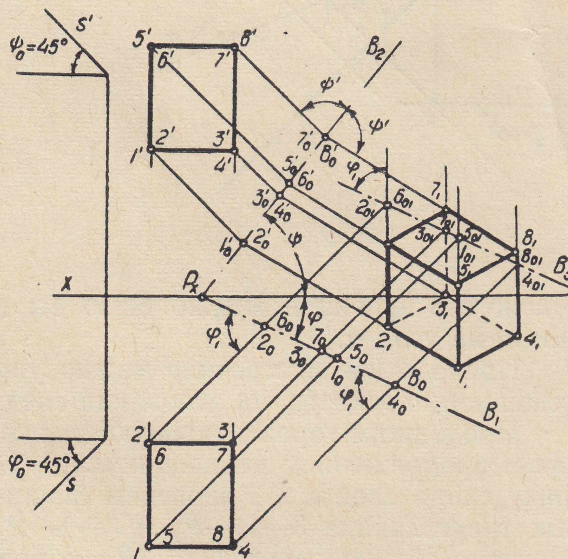
3. Из точки P_x проводятся биссектрисы B_1 и B_2 под углами $\varphi = 22^\circ 30'$ и $\psi = 52^\circ 30'$ к оси OX .

4. Из фронтальных проекций вершин призмы $1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8'$ проводятся проектирующие лучи, параллельные s' до пересечения с биссектрисой B_2 в точках $1_0', 2_0', 3_0', 4_0', 5_0', 6_0', 7_0', 8_0'$.

5. Из полученных таким образом на биссектрисе B_2 точек проводятся проектирующие линии под тем же углом ψ к биссектрисе, что и проектирующие лучи из точек $1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8'$.

6. Из горизонтальных проекций вершин призмы 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 проводятся проекции лучей, параллельные s , до встречи с биссектрисой B_1 в точках $1_0, 2_0, 3_0, 4_0, 5_0, 6_0, 7_0, 8_0$.

7. Из этих точек следовало бы провести вертикальные линии до встречи с проектирующими линиями, проведенными из одноименных проекций точек на биссектрисе B_2 , но не всегда получается удачное расположение аксонометрического изображения, так как иногда оно накладывается на данные проекции или располагается очень близко к ним, поэтому желательно его отодвинуть вправо на свободное поле чертежа.



Фиг. 3.

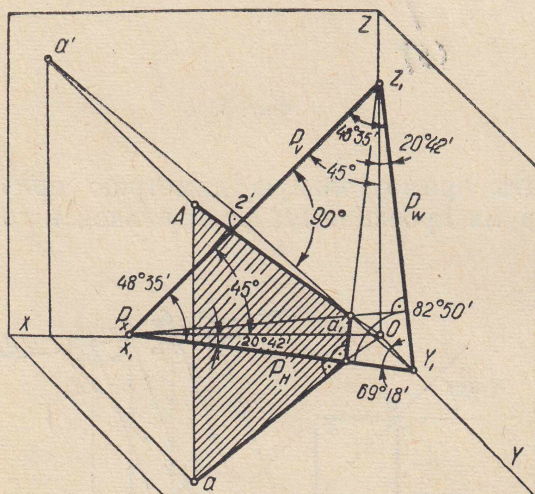
Для этой цели нижнюю биссектрису перемещают параллельно самой себе вверх по чертежу в нужное положение B_3 и до пересечения с ним доводят горизонтальные проекции лучей из вершин призмы в точках $1_{01}, 2_{01}, 3_{01}, 4_{01}, 5_{01}, 6_{01}, 7_{01}, 8_{01}$.

8. Из полученных точек проводятся вертикальные линии уже до пересечения с одноименными линиями вертикальных проекций и отмечаются точки их пересечения $1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1, 6_1, 7_1, 8_1$.

9. Полученные точки соединяются прямыми линиями, сплошными — видимые, и штриховыми — невидимые (в аксонометрии обычно невидимые линии не показываются).

2. Прямоугольная диметрическая проекция

Прямоугольная диметрическая проекция предмета получается параллельным проектированием его на плоскость P , наклоненную под одинаковыми углами к горизонтальной и профильной плоскостям проекций и под иным углом к фронтальной плоскости проекций. Как известно из теории начертательной геометрии, аксонометрическая плоскость в этом случае отсекает равные отрезки OX_1 и OZ_1 на координатных осях, OX и OZ (предположим равные 1), а на оси OY отрезок OY_1 , равный $0,377 OX_1$ (или от OZ_1) (фиг. 4). Следы плоскости P_H, P_V, P_W образуют в этом случае равнобедренный треугольник $X_1 Y_1 Z_1$ с вершиной Y_1 и с углами при вершинах, равными $\angle Z_1 X_1 Y_1 = 48^\circ 35'$, $\angle X_1 Z_1 Y_1 = 48^\circ 35'$, $\angle X_1 Y_1 Z_1 = 82^\circ 50'$. Следы плоскости P_H, P_V, P_W наклонены к координатным осям под углами, равными $\angle OX_1 Y_1 = 20^\circ 42'$, $\angle OY_1 X_1 = 69^\circ 18'$, $\angle OZ_1 X_1 = 45^\circ$, $\angle OX_1 Z_1 = 45^\circ$, $\angle OZ_1 Y_1 = 20^\circ 42'$, $\angle OY_1 Z_1 = 69^\circ 18'$.



Фиг. 4.

Проектирование какой-либо точки A на диметрическую плоскость выполняется точно также, как и на изометрическую плоскость, и не требует повторения.

Рассмотрим нахождение диметрической проекции некоторой точки A на совмещенной с H плоскости P , заданной следами P_H и P_V наклоненными к оси OX соответственно под углами $20^\circ 42'$ и 45° (фиг. 5).

Так как проектирование производится параллельно, то проекции луча будут соответственно перпендикулярны к следам P_H и P_V и, следовательно, горизонтальная проекция луча будет наклонена к оси OX под углом $69^\circ 18'$ (дополняющим углом $20^\circ 42'$ до 90°), а фронтальная проекция луча будет наклонена к оси OX под углом 45° . Далее так же, как при изометрии, строится биссектриса B_1 угла $P_H P_X P_{H1}$, наклоненная к оси OX под углом φ , и биссектриса B_2 угла $P_V P_X P_{V2}$, наклоненная к оси OX под углом ψ .

Проекция луча доводится до пересечения с этими биссектрисами: горизонтальная — до точки 3, а фронтальная — до точки 4, от которых продолжается построение проектирующих линий; из точки 3 — верти-

кально (под углом φ_1 к B_1), а из точки 4 — под углом ψ_1 к биссектрисе B_2 , под которым встречается с ним фронтальная проекция луча. Отмечается точка a_2 пересечения построенных линий, которая и будет искомой диметрической проекцией данной точки после поворота аксонометрической плоскости на угол α около точки P_x . Остается определить величины углов φ и ψ наклона биссектрис B_1 и B_2 к оси OX .

Угол φ , как то следует понимать из чертежа, будет равен:

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{20^\circ 42'}{2} = 10^\circ 21', \text{ а угол } \psi = \\ &= 48^\circ 35' - \frac{48^\circ 35' - 45^\circ}{2} = 48^\circ 35' - \\ &\quad - \frac{3^\circ 35'}{2} = 48^\circ 35' - 1^\circ 47,5' = \\ &= 46^\circ 47,5'.\end{aligned}$$

Зная углы φ и ψ , можно построить прямоугольную диметрию какого-либо предмета, что и выполнено в следующем примере.

Пример 2. Требуется построить прямоугольную диметрию призмы 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 заданной двумя проекциями: фронтальной и горизонтальной (фиг. 6).

Порядок решения задачи следующий:

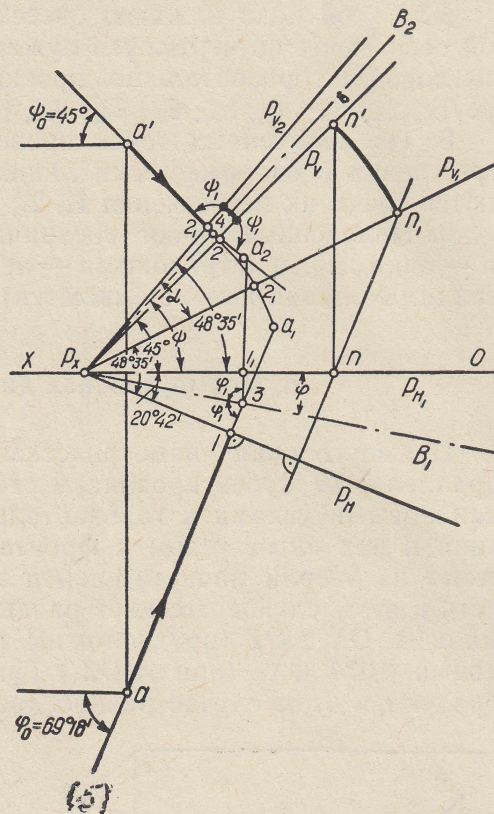
1. Выбирается на оси OX произвольная точка P_x так, чтобы чертеж был выполнен в 1-м октанте.

2. Из точки P_x проводятся линии биссектрис B_1 под углом $\varphi = 10^\circ 21'$ к оси OX и B_2 , под углом $\psi = 46^\circ 47,5'$ к оси OX .

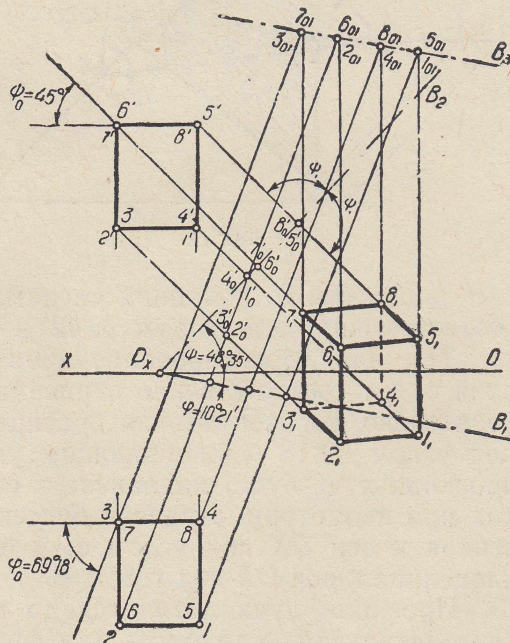
3. Из фронтальной проекции вершин призмы $1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8'$ проводятся проектирующие линии под углом $\psi_0 = 45^\circ$ к оси OX до встречи с биссектрисой B_2 в точках $1_0', 2_0', 3_0', 4_0', 5_0', 6_0', 7_0', 8_0'$ под углом ψ_1 к нему.

4. Из этих точек под тем же углом ψ_1 к биссектрисе проводятся проектирующие линии.

5. Из горизонтальных проекций призмы (вершин ее) проводятся горизонтальные проекции



Фиг. 5.



Фиг. 6.

лучей под углом $\varphi_0 = 69^\circ 18'$ к оси OX до встречи с биссектрисой B_1 , или с линией B_3 , параллельной B_1 , выбранной на чертеже так, чтобы аксонометрическое изображение расположилось на свободном поле чертежа.

6. Отмечаются точки встречи этих лучей с B_3 — $1_{01}, 2_{01}, 3_{01}, 4_{01}, 5_{01}, 6_{01}, 7_{01}, 8_{01}$, из которых проводятся уже вертикальные линии до встречи с одноименными линиями, проведенными из точек $1'_0, 2'_0, 3'_0, 4'_0, 5'_0, 6'_0, 7'_0, 8'_0$.

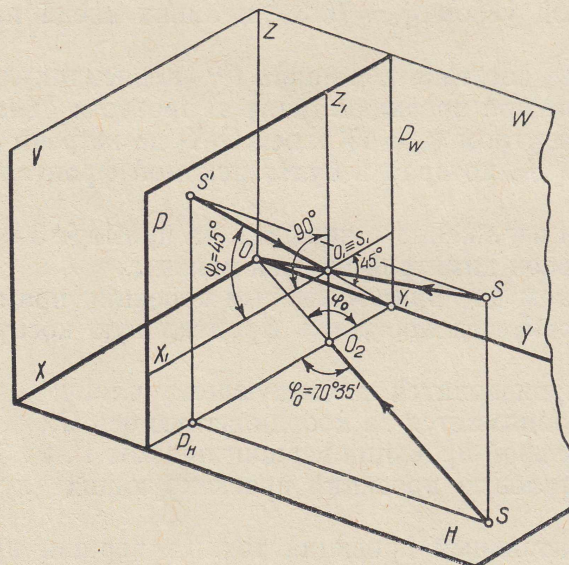
7. Отмечаются точки пересечения указанных линий $1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1, 6_1, 7_1, 8_1$, которые и будут диметрическими проекциями вершин данной призмы.

8. Полученные точки соединяются между собой прямыми линиями с учетом их видимости на проекциях, и тем самым получается диметрическое изображение данного тела в положении, удобном для рассматривания его.

3. Косоугольная фронтальная диметрия

Построение параллельной фронтальной косоугольной диметрии, строго говоря, не основано на методе наивыгоднейшего проектирования, но по существу представляет собой один из видов проектирования на одну плоскость и получило большое распространение при построении наглядных пространственных изображений. Построение таких изображений можно осуществлять довольно просто по двум ортогональным проекциям данного объекта и на основании следующих рассуждений.

Пусть некоторая точка $S(s, s')$ проектируется косоугольно на аксонометрическую плоскость P , расположенную параллельно фронтальной плоскости проекций V . Направление проектирования для простоты рассуждений выбрано так, что проектирующий луч направлен в центр координатных осей O (фиг. 7), который проектируется на плоскость P



Фиг. 7.

в точку O_1 . Как известно из начертательной геометрии, при таком проектировании прямой угол, образованный координатными осями $XOZ = 90^\circ$, проектируется на плоскость P в натуральную величину, т.е. угол $X_1O_1Z_1$ будет равен 90° . Отрезки линий на координатных осях OX и OZ будут проектироваться на P тоже в натуральную величину, т.е.

коэффициенты искажения по аксонометрическим осям O_1X_1 и O_1Z_1 будут равны $p=1$ и $r=1$. Отрезки по оси OY могут проектироваться в различные величины в зависимости от направления проектирования, а отношение отрезков $O_1Y_1:OY_1$ может быть принято любым. Однако в практике чертежного дела принято брать его равным $1:2$, что дает, кроме простоты построений, изображение предмета, близко подходящее к изображению, получающемуся в глазу человека.

Допустим далее, что выбранное направление проектирования и дает такую величину коэффициента искажения по аксонометрической оси O_1Y_1 , т. е. $q=0,5$.

Предположим затем, что выбранное направление проектирования дает угол наклона оси O_1Y_1 к продолжению оси O_1X_1 , равный 45° (опять рекомендуется практикой чертежного дела).

Аксонометрический центр O_1 после этого спроектирован на плоскость H в точку O_2 на горизонтальную проекцию луча S .

Из прямоугольного треугольника $O_1Y_1O_2$ следует, что $O_2Y_1 = O_1Y_1 \cdot \cos 45^\circ$, а из прямоугольного треугольника OY_1O_2 , что $OY_1 = O_2Y_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_0$. Подставляя в это последнее уравнение выражение для O_2Y_1 , из первого равенства имеем $OY_1 = O_1Y_1 \cdot \cos 45^\circ \cdot \operatorname{tg} \varphi_0$. Отсюда получаем

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{OY_1}{O_1Y_1 \cdot \cos 45^\circ}. \text{ Так как было принято, что } \frac{O_1Y_1}{OY_1} = \frac{1}{2}, \text{ то имеем для}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{2}{\cos 45^\circ} = \frac{2}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \cong 2,825, \quad \text{откуда получаем для угла}$$

$$\varphi_0 = 70^\circ 35'.$$

Таким образом, для построения косоугольной диметрии некоторой точки S на плоскости P достаточно:

1. Из горизонтальной проекции точки s провести горизонтальную проекцию луча под углом $\varphi_0 = 70^\circ 35'$ к линии следа плоскости P_H до точки O_2 .

2. Из точки O_2 восставить к линии P^H перпендикуляр.

3. Из фронтальной проекции точки s' провести линию фронтальной проекции луча под углом $\psi_0 = 45^\circ$ к оси O_1X_1 до встречи с перпендикуляром из O_2 в точке S_1 , которая и будет искомой фронтальной диметрией точки S .

На основании изложенного покажем на примере 3 построение фронтальной косоугольной диметрии прямой призмы.

Пример 3. Даны две прямоугольные проекции прямой призмы 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Требуется построить фронтальную косоугольную диметрию ее (фиг. 8).

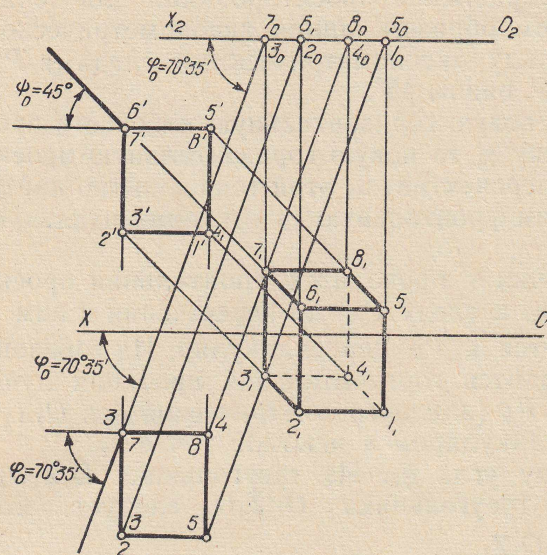
Построение производится по следующему плану:

1. След P_H принимается за координатную ось OX .

2. Из фронтальной проекции вершин призмы $1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8'$ проводятся фронтальные проекции проектирующих лучей под углом $\psi_0 = 45^\circ$ к оси OX .

3. Из горизонтальных проекций тех же вершин проводятся горизонтальные проекции проектирующих лучей под углом $\varphi_0 = 70^\circ 35'$ к оси OX до встречи с последней. Из точек встречи следовало бы провести вертикальные линии до пересечения с одноименными фронтальными проекциями лучей и получить искомое диметрическое изображение вершин призмы.

Однако изображение, так построенное, может наложиться на данные проекции. Для избежания этого и получения изображения правее



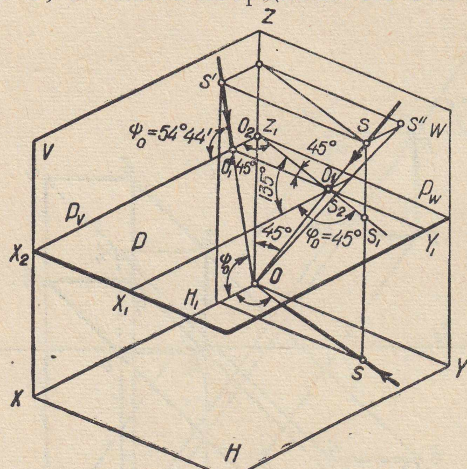
Фиг. 8.

4. Военная перспектива

Военная перспектива является одной из разновидностей проектирования на одну плоскость, и в данном случае аксонометрическая плоскость P располагается параллельно плоскости H .

Изображение на такой плоскости также можно довольно просто построить на основании следующих рассуждений.

На фиг. 9 представлена такая плоскость P и на нее проектируется точка S , а также координатные оси OX , OY , OZ . Направление проектирующего луча для простоты



Фиг. 9.

таким, что отрезки на оси OZ будут проектироваться тоже в натуральную величину, т. е. третий коэффициент искажения будет $r=1$.

Предположим, что выбранное направление проектирования на фигуре 9 удовлетворяет и этому последнему условию и отрезок OZ_1 проектируется в равный отрезок O_1Z_1 на плоскости P .

Наконец, аксонометрическая ось O_1Z_1 обычно в военной перспективе выбирается так, что ее продолжение делит пополам прямой угол между аксонометрическими осями O_1X_1 и O_1Y_1 т. е. угол $X_1O_1Y_1$.

на свободном поле чертежа следует переместить ось OX параллельно самой себе в положение, например O_2X_2 и продолжить до пересечения с ней горизонтальные проекции лучей в точках 1_0 , 2_0 , 3_0 , 4_0 , 5_0 , 6_0 , 7_0 , 8_0 .

4. Из полученных точек опустить вниз перпендикуляры к оси O_2X_2 до пересечения с соответствующими фронтальными проекциями лучей в точках 1_1 , 2_1 , 3_1 , 4_1 , 5_1 , 6_1 , 7_1 , 8_1 .

5. Соединить полученные точки линиями с учетом видимости их на аксонометрическом изображении, что даст искомую фронтальную диметрию призмы.

рующего луча для простоты рассуждений выбрано идущим в центр координатных осей O , который и проектируется на плоскость P в точку O_1 . Прямой угол между координатными осями XOY проектируется в натуральную величину, т. е. угол $X_1O_1Y_1=90^\circ$ и отрезки на тех же осях также проектируются в натуральную величину, следовательно, коэффициенты искажения по осям O_1X_1 и O_1Y_1 равны $p=1$ и $q=1$.

Направление проектирования выбирается обычно

Допустим, что выбранное направление проектирования для точки S выполняет и это условие. Таким образом, линия аксонометрической оси O_1Z_1 делит пополам угол между аксонометрическими следами P_V и P_W , т. е. углы $O_1Z_1P_V$ и $O_1Z_1P_W$ равны 45° .

Если принять плоскость P за новую горизонтальную плоскость проекций H_1 , параллельную H , и точку s_1 за новую горизонтальную проекцию данной точки S , то военную перспективу s_2 этой точки можно найти следующим образом, имея данными фронтальную (s') и горизонтальную (s) проекции точки.

Из фронтальной проекции точки s' проводится фронтальная проекция луча под некоторым углом ψ_0 к следу P_V до пересечения с ним в точке O'_1 , из которой восставляется к P_V перпендикуляр. Из горизонтальной проекции точки S проводится горизонтальная проекция луча под углом $\varphi_0 = 45^\circ$ к линии следа P_V (или аксонометрической оси O_1X_1) до встречи с предыдущим перпендикуляром в искомой точке s_2 .

Остается определить величину угла ψ_0 . Из треугольника $O_1Z_1O'_1$ имеем $O_1'Z_1 = O_1Z_1 \cdot \sin 45^\circ$. Из треугольника $O_1'Z_1O$ следует, что

$$O_1'Z_1 = OZ_1 \cdot \operatorname{ctg} \psi_0, \text{ откуда } \operatorname{ctg} \psi_0 = \frac{O_1'Z_1}{OZ_1}.$$

Подставляя в это равенство значение для $O_1'Z_1$ из предыдущего равенства, получим

$$\operatorname{ctg} \psi_0 = \frac{O_1Z_1 \cdot \sin 45^\circ}{OZ_1}.$$

Так как по построению $O_1Z_1 = OZ_1$, то $\operatorname{ctg} \psi_0 = \sin 45^\circ = 0,70711$ и угол $\psi_0 = 54^\circ 44'$. Примем далее линию следа P_V за ось проекции O_2X_2 и покажем на примере применение изложенных рассуждений.

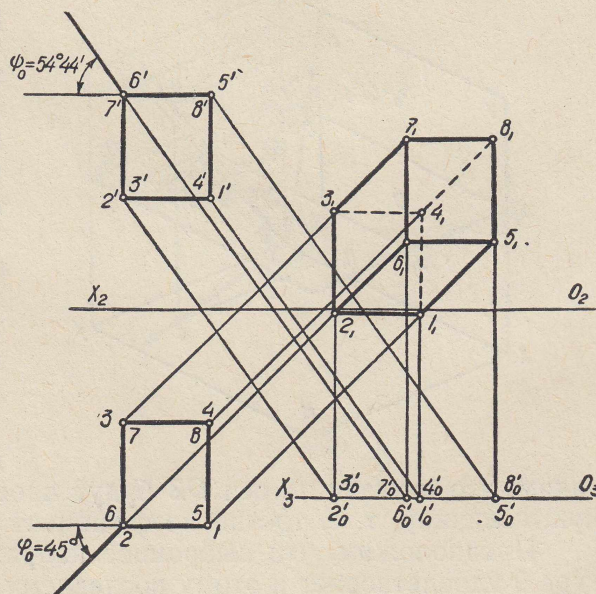
Пример 4. Построить военную перспективу прямой призмы 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, заданной двумя ее проекциями — горизонтальной и фронтальной (фиг. 10).

Порядок решения задачи следующий:

1. Линия следа P_V принимается за новую ось проекций O_2X_2 , а плоскость P — за новую горизонтальную плоскость проекций $H_1 \equiv P$.

2. Данное тело проектируется ортогонально на эту плоскость H_1 и получается новая горизонтальная проекция объекта, совершенно тождественная с такой же проекцией тела на плоскости H .

3. Плоскость H_1 вращается около оси O_2X_2 до совмещения с плоскостью V и данные проекции призмы принимаются соответствующими новому сочетанию полученных таким вращением проекций на плоскостях V и H_1 .



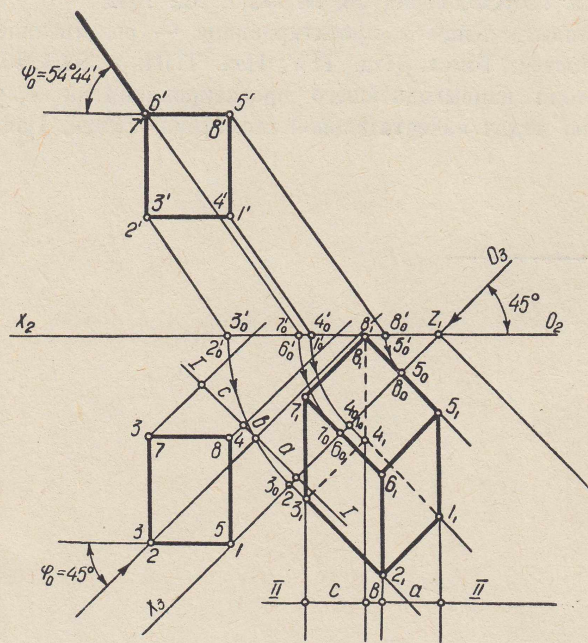
Фиг. 10.

4. Из горизонтальных проекций вершин призмы 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 проводятся горизонтальные проекции проектирующих лучей под углом $\varphi_0 = 45^\circ$ к оси O_2X_2 .

5. Из фронтальных проекций тех же вершин 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8' проводятся фронтальные проекции проектирующих лучей до оси O_2X_2 и из точек пересечения с ней восстанавливаются перпендикуляры к оси O_2X_2 до встречи с лучами из горизонтальных проекций вершин. Однако при таком построении аксонометрическое изображение может наложиться на данные проекции, и для избежания этого рекомендуется переместить ось O_2X_2 параллельно самой себе вниз в такое положение, чтобы искомая проекция оказалась расположенной справа на свободном поле чертежа, например, в положении O_3X_3 .

6. До этой оси продолжают проектирующие линии и отмечаются точки пересечения их с O_3X_3 — 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8', из которых уже восстанавливаются перпендикуляры к O_3X_3 до встречи с горизонтальными проектирующими линиями в точках 1₁, 2₁, 3₁, 4₁, 5₁, 6₁, 7₁, 8₁.

7. Полученные точки соединяются прямыми линиями с учетом видимости их на чертеже, и получается искомая военная перспектива призмы 1₁, 2₁, 3₁, 4₁, 5₁, 6₁, 7₁, 8₁. Но изображение получилось повернутым на 45° по движению часовой стрелки и неудобно для рассмотрения, поэтому следует повернуть изображение в противоположную сторону на 45° . Подобного поворота можно и не делать, а проведенное построение выполнить несколько иначе (фиг. 11):



Фиг. 11.

1. Выбирается в произвольном месте на оси O_2X_2 точка так, чтобы построение изображения получилось на свободном месте чертежа.

2. Фронтальные проекции лучей доводятся до линии O_2X_2 и отмечаются точки встречи их с O_2X_2 — 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8'.

3. Линия O_2X_2 поворачивается около точки Z_1 против движения часовой стрелки на угол 45° в положение O_3X_3 вместе с находящимися на ней точками, которые после поворота займут положение 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8'.

4. Из полученных точек восстанавливаются перпендикуляры к O_3X_3 .

5. Горизонтальные проекции лучей пересекаются перпендикулярной им линией в любом месте, например I—I, которая затем также поворачивается на 45° против движения часовой стрелки и может занять любое положение на чертеже на свободном месте, например II—II, и затем проводятся к ней перпендикулярные линии на таком же расстоянии друг от друга, на котором они были расположены до поворота, т. е. а, b, с.

6. Отмечаются точки пересечения таких перпендикуляров с одноименными перпендикулярами к O_3X_3 — 1₁, 2₁, 3₁, 4₁, 5₁, 6₁, 7₁, 8₁ и затем

эти точки соединяются прямыми линиями, давая искомую военную перспективу предложенной призмы.

7. Полученное изображение уже располагается на свободном поле чертежа и удобно для рассматривания его наблюдателем.

В дополнение приводится таблица с указанием величин углов φ_0 и ψ_0 , под которыми должны быть направлены проекции проектирующих лучей при построении прямоугольных изометрических, диметрических, косоугольных фронтальных аксонометрических изображений и военной перспективы, и углов наклона биссекторов B_1 и B_2 — к оси OX .

Т а б л и ц а

Наименование пространственных изображений	φ_0	ψ_0	φ	ψ
Прямоугольная изометрия	45°	45°	$22^\circ 30'$	$52^\circ 30'$
Прямоугольная диметрия	$69^\circ 18'$	45°	$10^\circ 21'$	$46^\circ 47,5'$
Фронтальная косоугольная диметрия	$70^\circ 35'$	45°	—	—
Военная перспектива	45°	$54^\circ 44'$	—	—

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. С. Скрипов. Аксонограф — прибор для механического нанесения аксонометрических изображений. Картотека ТЭХСО, серия 26, № 282/2, М., 1942.
2. Л. С. Скрипов. Метод наивыгоднейшего проектирования — родственное соответствие двух совмещенных плоскостей. Томск. Изд. ТГУ, Изв. ТПИ, т. 83. 1956.
3. Л. С. Скрипов. Теория метода наивыгоднейшего проектирования на одну плоскость и его применение к решению задач начертательной геометрии. Томск, Изд. ТГУ, Изв. ТПИ, т. 78, 1955.