ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМЕНИ С. М. КИРОВА

Том 261 1975

СООТНОШЕНИЕ ОСЕЙ ЭЛЛИПСА, ПОЛУЧЕННОГО ПРИ ПЕРЕСЕЧЕНИИ КОНУСА ПЛОСКОСТЬЮ

Б. А. МАШУКОВ

(Представлена научным семинаром кафедр начертательной геометрии томских вузов)

На фиг. 1 даны два конуса с вершинами S и S_1 и общим основанием.

Из точки F проведены секущие плоскости Q_{10}, Q_{20}, Q_{30}... Q_n через каждые 10°. Отсчет угла вверх от основания принят за положительный, вниз — за отрицательный.

Плоскость Q_{60} дает соотношение осей эллипса $\frac{b}{a} = \frac{0}{a} = 0$. Плоскость $Q_0 - \frac{b}{a} = \frac{d}{d} = 1$.

Плоскость $Q_{60} - \frac{b}{a} = \frac{\infty}{\infty} = \infty$ и так можно получить эллипс с соотношением осей от нуля до бесконечности.

Автор ставит целью найти зависимость между секущей плоскостью и соотношением осей эллипса.

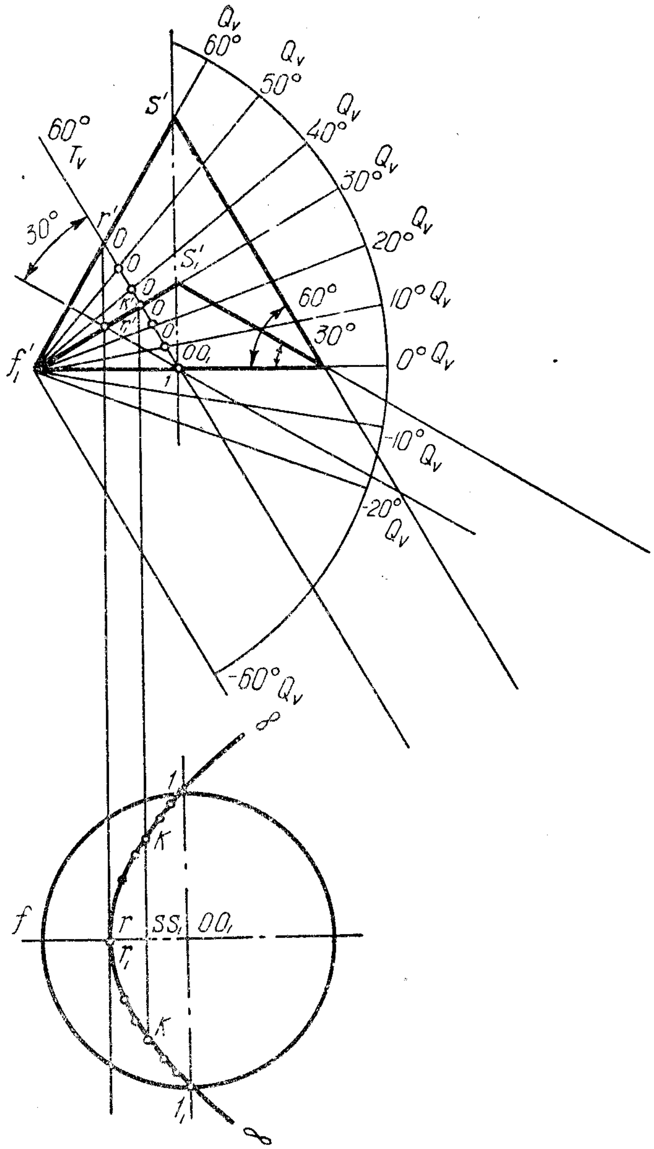
Рассмотрим конус с вершиной S. Секущие плоскости рассекают конус по эллипсам, причем большая ось каждого эллипса получается в натуральную величину, а малая ось проектируется в точки O_1, O_2, O_3... O_n и делит в этой точке большую ось пополам.

Для того, чтобы найти точки O_2, O_3 и т. д., достаточно образующую FS разделить пополам (точка R) и точку R соединить с точкой O и отметить точки пересечения секущих плоскостей Q_{10}, Q_{20} и т. д. с плоскостью T. Но плоскость T параллельна образующей конуса, следовательно, она пересечет конус по параболе.

На горизонтальной проекции конуса найдены величины малых осей эллипсов для каждой секущей плоскости Q_{10}, Q_{20} и т. д.

Если соединить концы малых осей, то мы получим параболу. Величину большой и малой осей эллипса можно сразу определить для любой секущей плоскости следующим образом. Проводим секущую плоскость из точки F и отмечаем точку O_n на следе плоскости T. Величина большой оси получается в натуральную величину на следе секущей плоскости Q_n (например Q_{v20} для угла в 20°), а малая ось получается следующим образом: опускаем перпендикуляр из точки на горизонтальную проекцию и отмечаем две точки K и K_1 между ветвями параболы. Это и будет величина малой оси эллипса в натуральную величину.

Конус с вершиной S_1 пересечен секущими плоскостями Q_1, Q_2, ... Q_n и малая ось эллипса также лежит в плоскости, рассекающей конус по параболе. Из фиг. 1 видно, что сколько бы конусов не брали, имеющих общее основание, вершины параболы будут проектироваться в одну точку и параболы будут иметь одну общую горизонтальную проекцию. Вершины парабол лежат в плоскости, которая разрезает конус по гиперболе (см. фиг. 1).



Фиг. 1.

Данную параболу можно построить не по точкам, как выполнено на фиг. 1, а по уравнению параболы $y^2=2px$.

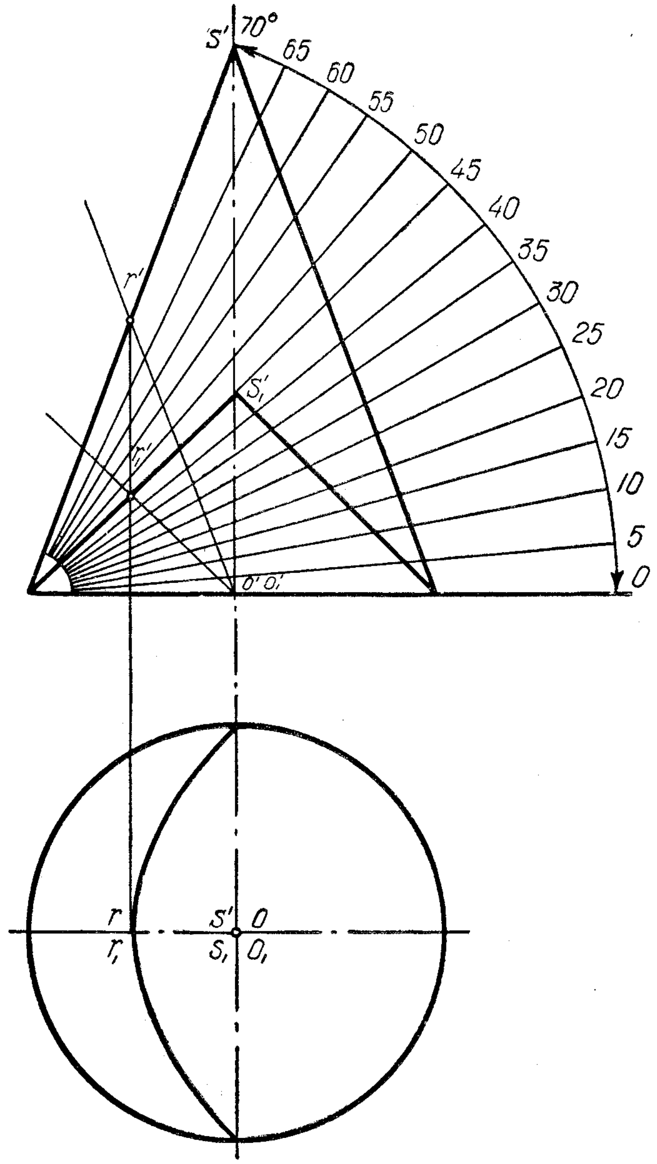
Найдем значение p в зависимости от диаметра основания конуса d. $p=\frac{y^2}{2x}$. Выразим в точке 1 (см. фиг. 1, гор. проекц.) x и y через диаметр окружности основания конуса, будем иметь

$$y=\frac{d}{2}, \text{ а } x=\frac{d}{4}, \text{ тогда } p=\frac{d^2}{4}:\frac{2d}{4}=\frac{d}{2};$$

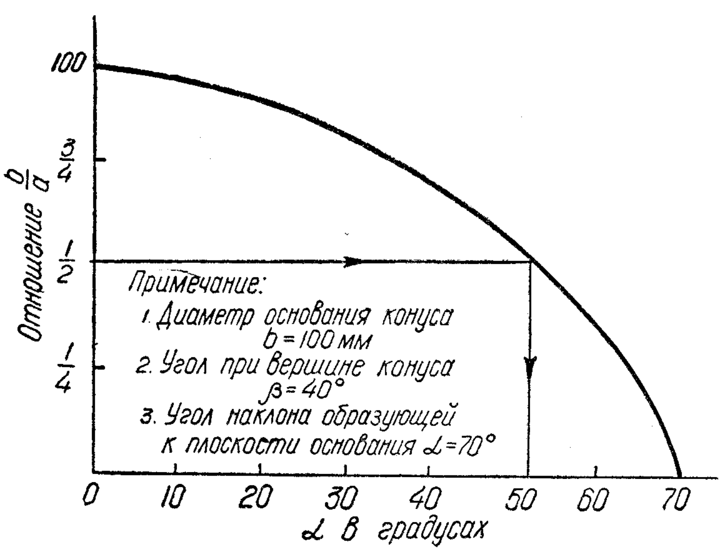
подставляя $\frac{d}{2}$ в формулу параболы, получим $y^2=2\frac{d}{2}x=dx$, а $y=\sqrt{dx}$, где

$y=\frac{b}{2}$ — половина малой оси эллипса.

На фиг. 2 даны две проекции двух конусов, причем на горизонтальных проекциях конусов парабола построена по уравнению $y=\sqrt{dx}$. Для конуса с углом наклона образующих к плоскости H $\angle\alpha=70°$. (фиг. 2) построен график (фиг. 3), где дана зависимость между углом наклона секущей плоскости и величины $\frac{a}{b}$ (соотношение осей эллипса).



Фиг. 2.



Фиг. 3.

5 Заказ 1692

По этому графику (фиг. 3) можно определить угол наклона секущей плоскости так, чтобы соотношение осей $\frac{b}{a}$ было заранее задано, например $\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$. Проводим прямую из $\frac{b}{a}$ до пересечения с кривой, опускаем перпендикуляр на ось абсцисс и отмечаем, что для данного эллипса секущую плоскость надо задать под углом наклона к плоскости H $\angle\alpha \approx 52^\circ$.