

СООТНОШЕНИЕ ОСЕЙ ЭЛЛИПСА, ПОЛУЧЕННОГО ПРИ ПЕРЕСЕЧЕНИИ КОНУСА ПЛОСКОСТЬЮ

Б. А. МАШУКОВ

(Представлена научным семинаром кафедр начертательной геометрии
томских вузов)

На фиг. 1 даны два конуса с вершинами S и S_1 и общим основанием.

Из точки F проведены секущие плоскости $Q_{10}, Q_{20}, Q_{30} \dots Q_n$ через каждые 10° . Отсчет угла вверх от основания принят за положительный, вниз — за отрицательный.

Плоскость Q_{60} дает соотношение осей эллипса $\frac{b}{a} = \frac{0}{a} = 0$. Плоскость $Q_0 - \frac{b}{a} = \frac{d}{d} = 1$.

Плоскость $Q_{60} - \frac{b}{a} = \frac{\infty}{\infty} = \infty$ и так можно получить эллипс с соотношением осей от нуля до бесконечности.

Автор ставит целью найти зависимость между секущей плоскостью и соотношением осей эллипса.

Рассмотрим конус с вершиной S . Секущие плоскости рассекают конус по эллипсам, причем большая ось каждого эллипса получается в натуральную величину, а малая ось проектируется в точки $O_1, O_2, O_3 \dots O_n$ и делит в этой точке большую ось пополам.

Для того, чтобы найти точки O_2, O_3 и т. д., достаточно образующую FS разделить пополам (точка R) и точку R соединить с точкой O и отметить точки пересечения секущих плоскостей Q_{10}, Q_{20} и т. д. с плоскостью T . Но плоскость T параллельна образующей конуса, следовательно, она пересечет конус по параболе.

На горизонтальной проекции конуса найдены величины малых осей эллипсов для каждой секущей плоскости Q_{10}, Q_{20} и т. д.

Если соединить концы малых осей, то мы получим параболу. Величину большой и малой осей эллипса можно сразу определить для любой секущей плоскости следующим образом. Проводим секущую плоскость из точки F и отмечаем точку O_n на следе плоскости T . Величина большой оси получается в натуральную величину на следе секущей плоскости Q_n (например Q_{20} для угла в 20°), а малая ось получается следующим образом: опускаем перпендикуляр из точки на горизонтальную

проекцию и отмечаем две точки K и K_1 между ветвями параболы. Это и будет величина малой оси эллипса в натуральную величину.

Конус с вершиной S_1 пересечен секущими плоскостями $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ и малая ось эллипса также лежит в плоскости, рассекающей конус по параболе. Из фиг. 1 видно, что сколько бы конусов не брали, имеющих общее основание, вершины параболы будут проектироваться в одну точку и параболы будут иметь одну общую горизонтальную проекцию. Вершины парабол лежат в плоскости, которая разрезает конус по гиперболе (см. фиг. 1).

Данную параболу можно построить не по точкам, как выполнено на фиг. 1, а по уравнению параболы $y^2 = 2px$.

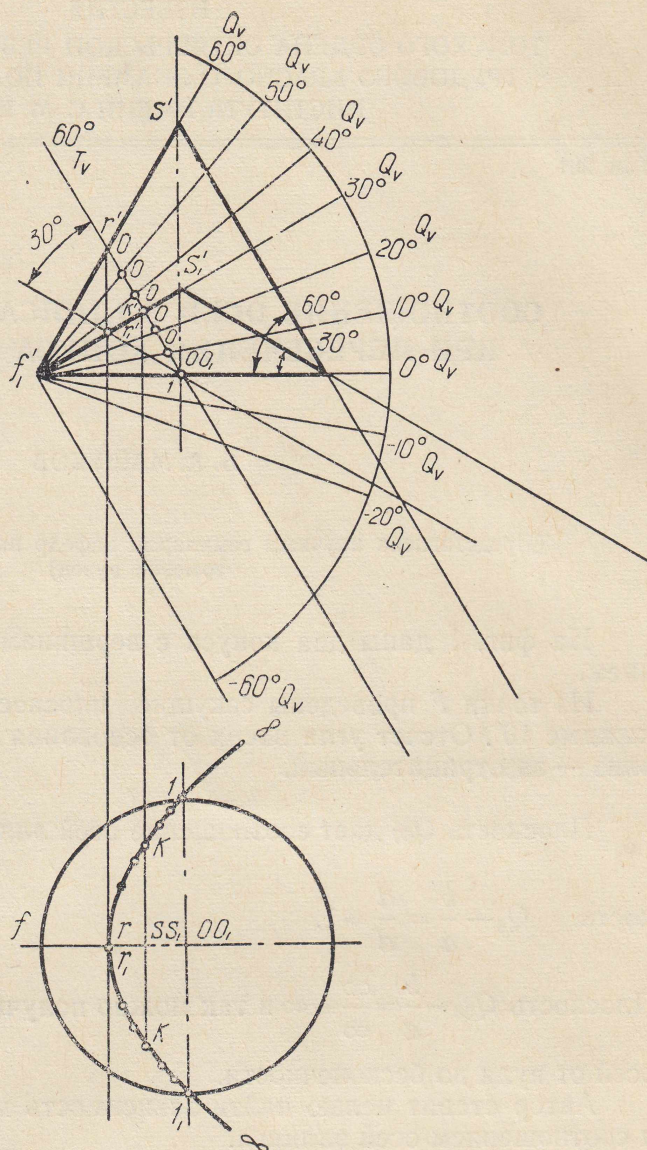
Найдем значение p в зависимости от диаметра основания конуса d . $p = \frac{y^2}{2x}$. Выразим в точке 1 (см. фиг. 1, гор. проекц.) x и y через диаметр окружности основания конуса, будем иметь

$$y = \frac{d}{2}, \text{ а } x = \frac{d}{4}, \text{ тогда } p = \frac{d^2}{4} : \frac{2d}{4} = \frac{d}{2};$$

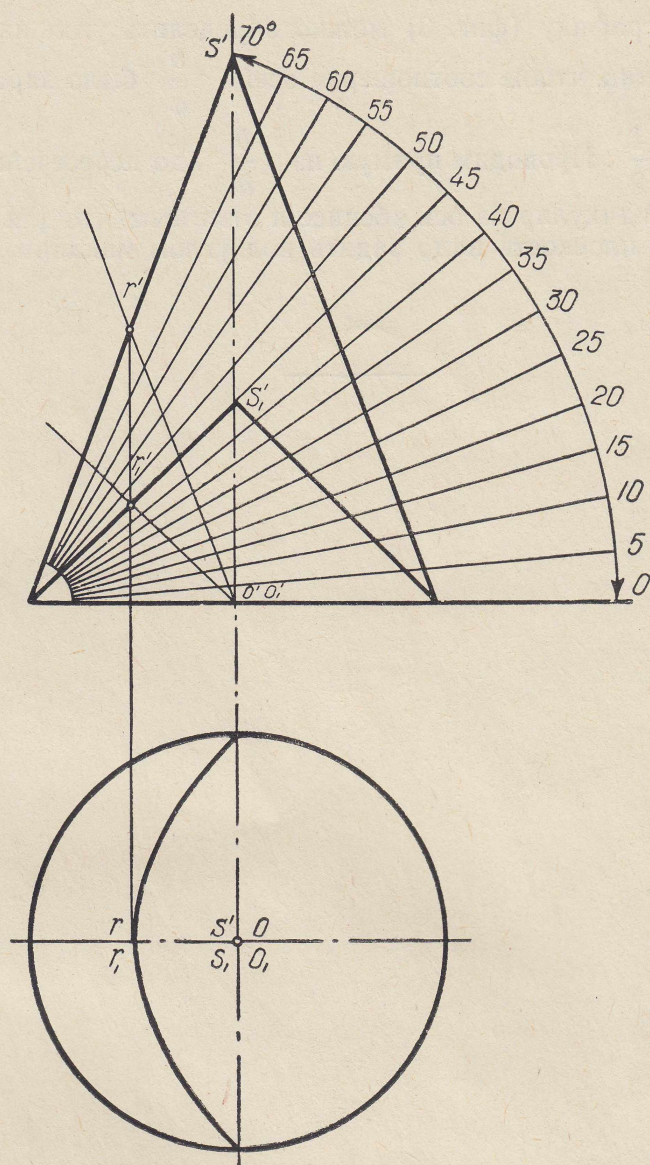
подставляя $\frac{d}{2}$ в формулу параболы, получим $y^2 = 2 \cdot \frac{d}{2} x = dx$, а $y = \sqrt{dx}$, где

$y = \frac{b}{2}$ — половина малой оси эллипса.

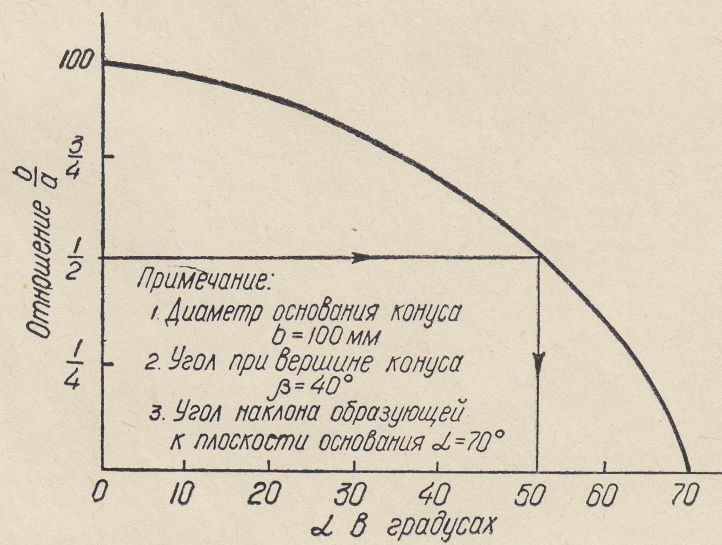
На фиг. 2 даны две проекции двух конусов, причем на горизонтальных проекциях конусов параболы построены по уравнению $y = \sqrt{dx}$. Для конуса с углом наклона образующих к плоскости $H \angle \alpha = 70^\circ$ (фиг. 2) построен график (фиг. 3), где дана зависимость между углом наклона секущей плоскости и величины $\frac{a}{b}$ (соотношение осей эллипса).



Фиг. 1.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

По этому графику (фиг. 3) можно определить угол наклона секущей плоскости так, чтобы соотношение осей $\frac{b}{a}$ было заранее задано, например $\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$. Проводим прямую из $\frac{b}{a}$ до пересечения с кривой, опускаем перпендикуляр на ось абсцисс и отмечаем, что для данного эллипса секущую плоскость надо задать под углом наклона к плоскости $H \angle \alpha \approx 52^\circ$.

