

ТОЧНОСТЬ АППРОКСИМАЦИИ КРИВЫХ ТЕЧЕНИЯ ПЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Д. Е. ВЯЗУН, К. К. ПАХОТИН, Л. М. СЕДОКОВ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Связь между напряжением и деформацией в пластической области отражает способность материала к упрочнению. В ряде случаев возникает необходимость в аналитическом выражении этой связи, что приводит к дополнительным погрешностям.

Для оценки указанных погрешностей были проведены исследования кривых течения ряда пластичных материалов, которые существенно отличаются по своим механическим свойствам, в том числе по пределу прочности, относительному удлинению при разрыве и способности материала к упрочнению.

В табл. 1 приведены механические характеристики исследованных материалов. Истинный предел прочности при растяжении — $\bar{\sigma}_k$ и предельное относительное логарифмическое удлинение $\bar{e}_k$ определялись

Таблица 1

Матери- ал	Растяжение			
	$\bar{e}_k$	$\bar{\sigma}_k$	ξ	T %
P18	0,360	100,0	1,7	1,70
P12	0,350	104,2	0,9	0,88
P6M3	0,357	97,9	1,3	1,33
45 а	0,610	99,2	0,6	0,61
45 б	0,582	92,6	0,6	0,65
2X13	1,240	101,0	1,0	0,99
Ст. 3	1,03	78,0	1,5	1,93
1X18H9T	1,30	138,0	1,5	1,09
Медь	1,49	46,0	0,4	0,87
ЛС59	0,60	72,0	0,9	1,25

с учетом изменения площади поперечного сечения после статистической обработки результатов испытаний ξ — граница доверительного интервала средней кривой течения.

$$\xi = \frac{t \delta}{\sqrt{N}} = \frac{t \sqrt{\sum_{i=1}^N (\bar{\sigma}_k - \bar{\sigma}_{ki})^2}}{\sqrt{N(N-1)}},$$

где

t — параметр распределения Стьюдента;

N — число опытов;

σ_{ki} — значение истинного предела прочности в отдельном опыте;

$T\%$ — уровень точности определения предела при растяжении;

$$T = \frac{\xi}{\sigma_k} \cdot 100.$$

По каждому материалу испытывалось от 3 до 15 образцов. На рис. 1 показаны кривые растяжения стали Р6М3, полученные в результате опытов над пятью образцами.

Среднее значение предельного удлинения оказалось $e_h = 0,357$. Среднее предельное напряжение при указанной предельной деформации оказалось равным $\sigma_h = 97,9 \text{ кг/мм}^2$.

Для получения статистической кривой течения стали Ст. 45 было испытано на растяжение 40 образцов. Точность полученных значений пределов прочности и кривых течения близка к точности измерения усилий и деформаций во время механических испытаний. Большое число образцов разных диаметров из Ст. 45 позволило выявить две модификации этой стали, которые затем были подтверждены также опытами по кручению.

Оказалось, что статистический предел прочности Ст. 45 в прутках диаметром 12, 14, 16 мм равен $99,2 \text{ кг/мм}^2$, а той же стали в прутках диаметром 18, 20, 10 мм он оказался ниже — $92,6 \text{ кг/мм}^2$.

Кривую растяжения можно аппроксимировать степенной

$$\sigma = Ae^m \quad (1)$$

или линейной

$$\sigma = \sigma_0 (1 + ce) \quad (2)$$

функциями. В этих выражениях σ — напряжение в данный момент деформации; A , m , σ_0 , c — константы материала; e — деформация.

Оценка точности аппроксимации кривых растяжения может быть произведена с применением безразмерных параметров сопротивления материалов пластическому деформированию [1].

Если кривая растяжения точно соответствует зависимости (1), то все экспериментальные значения исследованных материалов совпадут с прямой

$$\frac{\sigma_{\phi}}{A} = e^m.$$

Для степенной аппроксимации (1) безразмерное напряжение выражается величиной $\frac{\sigma_{\phi}}{A}$, σ_{ϕ} — фактическое напряжение, снимаемое с фактической кривой растяжения; A — напряжение, соответствующее единице удлинения по аппроксимированной кривой; e^m — можно назвать приведенной деформацией.

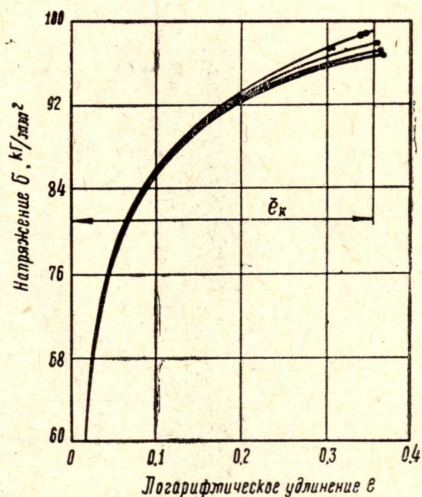


Рис. 1. Кривые растяжения пяти образцов из стали Р6М3

Для линейной аппроксимации (2) безразмерное напряжение равно $\frac{\sigma_{\Phi}}{\sigma_0}$, где σ_0 — условный предел текучести материала, отрезок, отсекаемый на оси напряжения прямой линией (2).

На рис. 2 и 3 приведены кривые растяжения некоторых исследованных материалов в безразмерных координатах, соответствующих

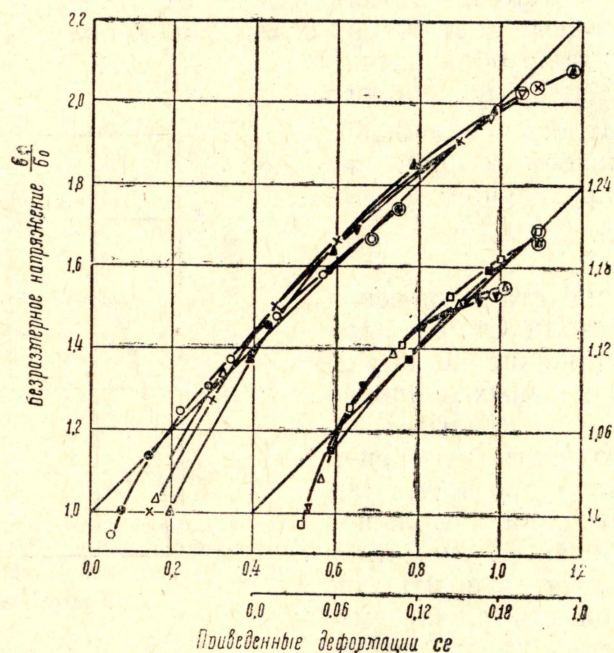


Рис. 2. Кривые растяжения в безразмерных координатах по линейной аппроксимации: ● — Ст.3; ○ — 2Х13; × — медь; ▲ — ЛС59; △ — 1Х18Н9Т; □ — 45 а; ▲ — Р6М3; ■ — Р12; △ — Р18; + — 45 в.

степенной (рис. 2) и линейной (рис. 3) аппроксимациям кривых растяжения.

Характеристикой точности аппроксимации также может служить отношение площади a , заключенной между фактической и аппроксимированной кривыми растяжения к интервалу приведенной деформации $(e_n^m - e_0^m)$ и к среднему на интервале безразмерному напряжению, т. е. для степенной аппроксимации погрешность

$$\Delta = \frac{a}{(e_n^m - e_0^m) \frac{\sigma_{\Phi}}{A}},$$

а для линейной аппроксимации

$$\Delta = \frac{a}{(\epsilon e_n - \epsilon e_0) \frac{\sigma_{\Phi}}{\sigma_0}}.$$

Результаты определения погрешностей аппроксимаций кривых растяжения для всех указанных выше материалов приведены в табл. 2.

Из таблицы видно, что ошибки, связанные с математической записью участка кривой растяжения при больших пластических деформациях, для всех исследованных материалов не превышают 4%.

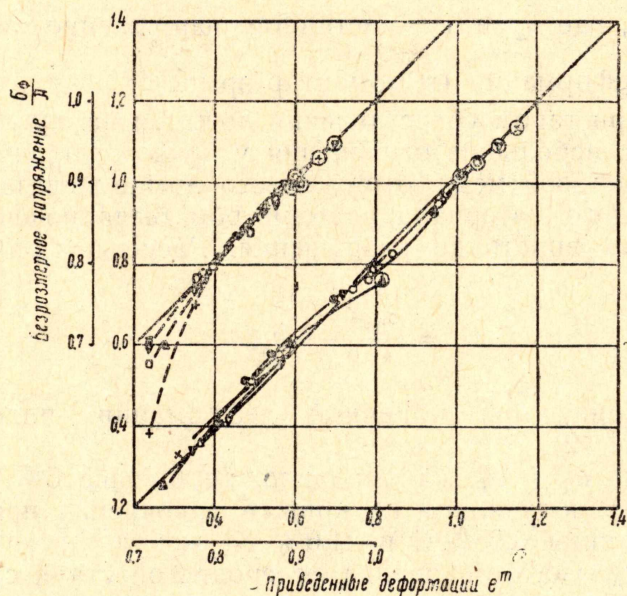


Рис. 3. Кривые растяжения в безразмерных координатах по степенной аппроксимации. Обозначения материалов те же, что и на рис. 2

Аппроксимация (2) удобна тем, что связь между напряжением и деформацией выражается весьма просто и в то же время, как показывают данные, представленные на рис. 2 и в табл. 2, выполняются довольно точно.

Таблица 2

Материал	Степенная		Линейная			
	A кг/мм ²	m	Δ %	σ_0 кг/мм ²	c	Δ %
P18	111,3	0,100	0,9	85,8	0,50	0,9
P12	117	0,105	0,5	87,0	0,57	0,3
P6M3	109,8	0,110	0,8	84,5	0,41	0,9
45 а	104,7	0,120	1,1	82,0	0,36	1,2
45 б	98,8	0,120	4,0	76,0	0,36	3,2
2X13	95,4	0,250	1,3	60,0	0,57	1,9
Ст. 3	77,0	0,267	3,1	45,0	0,72	2,2
1X18N9T	126,0	0,360	0,5	68,0	0,81	1,9
Медь	40,6	0,370	1,0	22,6	0,75	2,8
ЛС59	92,3	0,440	1,9	33,6	1,96	3,2

Для дополнительной проверки точности линейной аппроксимации были использованы диаграммы упрочнения металлов и сплавов, приведенные в работе [2], которые были перестроены в координаты «истинное напряжение — логарифмическое удлинение».

Для сравнения принятой линеаризированной зависимости с фактической были использованы статистические методы обработки данных, и дана оценка точности такого решения.

1. Была выявлена зависимость относительного упрочнения материала $\frac{\sigma_k}{\sigma_0}$ от $\sigma_k e_k$, где σ_k и e_k — истинное напряжение и деформации при конечной деформации (в момент разрыва).

Все точки при таком сопоставлении ложатся на одну прямую, разброса почти нет, небольшие отклонения у кривых упрочнения кремнистого железа, листовой меди, отожженного армко-железа.

2. Для каждого материала планиметром была подсчитана фактическая работа a_f вплоть до разрушения. Расчетная работа на основании (2)

$$a_p = \frac{\sigma_0 + \sigma_k^p}{2} e_k,$$

где σ_k^p — напряжение при конечной деформации, подсчитанное по формуле (2).

Расхождение a_f и a_p , как правило, не больше 5%. Наибольшие отклонения (8%) получились на кривых упрочнения при растяжении стали с содержанием 0,23% С и 24,6% Ni, кобальтового железа с содержанием 3,16% Со, отожженной углеродистой стали с содержанием 0,17% С и отожженной легированной стали с содержанием 0,81% С, 0,28% Si, 0,68% Mn и 0,90 Cr.

3. Среднеквадратическое значение максимальных отклонений для всех 166 материалов составило 1,88 кг/см².

4. Отличие действительной кривой от линеаризированной имеет место в начальной стадии деформации. Обозначим e_B деформацию, начиная с которой разница между линейной и фактической диаграммой больше максимального отклонения.

Из аппроксимированных 166 кривых 106 диаграмм имеет отношение $\frac{e_B}{e_k} < 0,1$, 43 диаграммы это отношение имеют в пределах 0,1—0,2 и 10 диаграмм имеют указанное отношение в пределах 0,2—0,4.

5. Подсчитан коэффициент корреляции [3] для зависимости (2). $r = 0,994$. Такое значение коэффициента корреляции свидетельствует о высокой надежности линейного выражения кривой течения.

Выводы

1. Степенная и линейная аппроксимация кривых упрочнения всех рассмотренных 166 материалов, которые весьма существенно отличаются по своим механическим свойствам, вполне удовлетворительно описывают связь между напряжением и деформацией вплоть до разрушения.

2. При линейной аппроксимации (2) отклонение ее от фактической кривой течения, как правило, не превышает 3% и только в 14 случаях из 166 составляет от 3 до 7%.

3. При степенной аппроксимации (1) расчетная кривая течения дает отклонение от фактической, как правило, не превышающее 2% и только в двух случаях из 10 составило около 4%.

4. Высокая точность аппроксимации была получена по первому варианту без последующего уточнения.

5. Наибольшее отклонение аналитических зависимостей от фактических кривых течения имеет место в начальный период пластической де-

формации. 106 материалов из 166 вполне удовлетворительно аппроксимируются линейной зависимостью, начиная с деформации, составляющей 10% от остаточной деформации при разрыве.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Седоков. Безразмерные параметры сопротивления материала пластической деформации. «Заводская лаборатория», № 10, 1964.
 2. В. Л. Кроха. Кривые упрочнения металлов при холодной деформации. М., «Машиностроение», 1968.
 3. Р. С. Гутер, Б. В. Овчинский. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. М., «Наука», 1970.
-