

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВОЙ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИЕЙ В РАСЧЕТАХ НА ЖЕСТКОСТЬ

Г. М. ХАРАЧ, В. И. МАКСАК

Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов

При определении деформации шероховатой поверхности обычно используют степенную зависимость относительной площади касания η от относительного сближения ϵ .

$$\eta = A_r / A_c = b \epsilon^v, \quad (1)$$

где

A_r — фактическая площадь касания,

A_c — контурная площадь,

b, v — константы.

Однако при линейной аппроксимации опорной кривой расчеты представляются в более простом виде и для некоторых случаев это физически оправдано.

$$\eta = b \epsilon. \quad (2)$$

Для расчета фактической площади касания, как и в работе [1], можно воспользоваться формулой

$$N = \int_0^{n_r} N_i dn_r. \quad (3)$$

Для этого зависимость (1) представим в виде

$$\frac{\Delta \bar{A}_r n_r}{A_c} = b \epsilon, \quad (4)$$

где

$\Delta \bar{A}_r$ — средняя величина единичного пятна касания,

n_r — число контактирующих выступов.

Упругий контакт

При упругом контакте сферы с абсолютно твердой поверхностью по формуле Герца

$$\Delta A_{ri} = \pi r h_{\max} \epsilon_i, \quad (5)$$

здесь

r — радиус выступов шероховатой поверхности,

h_{\max} — максимальная высота неровностей.

При этом необходимо заметить, что при упругом деформировании

$$\begin{aligned} \Delta A_{ri} &\simeq 0,5 \Delta \bar{A}_r, \text{ т. е.} \\ \Delta A_{ri} &= A_c b \varepsilon / 2n_r. \end{aligned} \quad (6)$$

С учетом (5) и (6) получим

$$n_r = A_c b \varepsilon / 2\pi r h_{\max} \varepsilon_i$$

или

$$n_r = A_c b x / 2\pi r h_{\max} (\varepsilon - x). \quad (7)$$

Отсюда

$$dn_r = \frac{A_c b \varepsilon}{2\pi r h_{\max}} \cdot \frac{dx}{(\varepsilon - x)^2}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (3) с учетом

$$N_i = 1,33 \frac{r^{1/2} h_{\max}^{3/2} E}{1 - \mu^2} \varepsilon_i^{3/2}, \quad (9)$$

получим

$$N = \frac{1,33 A_c b h_{\max}^{1/2} E \varepsilon^{3/2}}{\pi (1 - \mu^2) r^{1/2}}. \quad (10)$$

Здесь μ — коэффициент Пуассона,

E — модуль упругости.

Относительное сближение ε можно определить из равенства (10)

$$\varepsilon = \left[\frac{0,75 \pi (1 - \mu^2) r^{1/2} N}{b h_{\max}^{1/2} E A_c} \right]^{2/3}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в (2), получим фактическую площадь контакта

$$A_r = \left[\frac{0,75 \pi (1 - \mu^2) r^{1/2} b^{1/2} A_c^{1/2} N}{h_{\max}^{1/2} E} \right]^{2/3} \quad (12)$$

или

$$A_r = \left(\frac{r b A_c}{h_{\max}} \right)^{1/3} \left[\frac{0,75 \pi (1 - \mu^2) N}{E} \right]^{2/3}. \quad (13)$$

Пластический контакт при наличии упрочнения

В рассматриваемом случае усилие, приходящееся на единичный выступ в зависимости от сближения, определяется по [1]

$$N_i = 2^{\frac{\vartheta}{2}} \pi H_y h_{\max}^{\frac{\vartheta}{2}} r^{2 - \frac{\vartheta}{2}} \varepsilon_i^{\frac{\vartheta}{2}}, \quad (14)$$

где ϑ — коэффициент, характеризующий свойства материала,

H_y — твердость по Майеру.

После подстановки в (3) значения (14) и

$$dn_r = \frac{A_c b \varepsilon}{2\pi r h_{\max}} \cdot \frac{dx}{(\varepsilon - x)^2}$$

получим

$$N = \frac{2^\omega H_y h_{\max}^\omega A_c b \varepsilon^{\omega+1}}{\omega r^\omega}. \quad (15)$$

Отсюда получим относительное сближение

$$\varepsilon = \left(\frac{\omega r^\omega N}{2^\omega b h_{\max}^\omega A_c H_y} \right)^{\frac{1}{1+\omega}} \quad (16)$$

и фактическую площадь касания

$$A_r = \left(\frac{\omega}{H_y} \right)^{\frac{1}{1+\omega}} \left(\frac{rbA_c}{2h_{\max}} \right)^{\frac{\omega}{1+\omega}}. \quad (17)$$

Здесь

$$\omega = \frac{\vartheta}{2} - 1.$$

Сопоставление расчетов, полученных при моделировании кривой опорной поверхности линейной и степенной (1) функциями

Для опорной поверхности (1) относительное сближение определено формулой

$$\varepsilon_v = \left[\frac{1,5 \pi (1 - \mu^2) r^{1/2} N}{b_v K_2 h_{\max}^{1/2} A_c E} \right]^{\frac{2}{2\nu+1}}. \quad (18)$$

Соотношение (11) и (18) имеет вид

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_v} = \left(\frac{0,75}{b} \right)^{2/3} \left(\frac{b_v K_2}{1,5} \right)^{\frac{2}{2\nu+1}}. \quad (19)$$

Для шлифованных поверхностей можно принять [1]

$b = 1,6 \div 2,0$; $b_v = 4 \div 6$; $\nu = 3$; $K_2 = 0,68$, тогда $\varepsilon/\varepsilon_v = 0,7 \div 0,75$.

Для полированных поверхностей при $b = 2,8$; $b_v = 5 \div 10$; $\nu = 3$; $\kappa_2 = 0,65$

$$\varepsilon/\varepsilon_v = 0,6 \div 0,65.$$

Для фрезерованных, строганных поверхностей при $b = 1 \div 1,4$; $b_v = 1 \div 4$; $\nu = 2$; $\kappa_2 = 0,8$

$$\varepsilon/\varepsilon_v = 0,65 \div 0,91.$$

Величины b_v , ν , κ_2 брались из таблиц [1], а величина b определялась по наиболее протяженному участку опорной кривой с постоянной интенсивностью ее изменения.

В заключение следует отметить, что при моделировании кривой опорной поверхности линейной функцией расчетная величина сближения оказывается несколько меньше, чем при обычном моделировании степенной функцией. Расхождение в расчетах может быть снижено корректировкой величины b .

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Б. Демкин. Фактическая площадь касания твердых поверхностей. Изд. АН СССР, 1962.