

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО  
ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ПРИ РАСЧЕТЕ ПЕРЕХОДНЫХ  
ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОМАШИННЫХ ИСТОЧНИКОВ  
ИМПУЛЬСОВ**

А. В. ЛООС

(Представлена научным семинаром кафедр электрических  
машин и общей электротехники)

Переходные процессы электромашинных источников импульсов, например, однофазных ударных генераторов, вентильных импульсных генераторов и др. описываются системами дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами, освободиться от которых невозможно путем каких-либо преобразований. Исследования переходных процессов электрических машин в общем случае несимметрии основываются на использовании принципа постоянства потокосцепления, применении интегральных уравнений, приближенных методах решения и т. д. [1, 2, 3].

В некоторых случаях уравнения переходных процессов электромашинных импульсных источников энергии удается привести к уравнениям с постоянными коэффициентами, однако необходимость рассмотрения случая двух и более систем обмоток на роторе требует решения кубического уравнения или характеристических уравнений более высоких степеней с комплексными коэффициентами, что в алгебраической форме невозможно [4]. Необходимость учета насыщения магнитной цепи и изменения скорости вращения ротора еще в большей степени усложняет решение подобных задач. В этих случаях наиболее приемлемым является применение аналитических методов приближенного решения.

Среди аналитических способов приближенного интегрирования систем дифференциальных уравнений очень распространенным является интегрирование с помощью степенных рядов методом последовательного дифференцирования [5]. Данный метод применим как для решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами, так и при решении нелинейных задач. Искомое частное решение представляется в виде разложения в ряд Тейлора. Эффективность применения метода в сильной степени зависит от умения исследователя использовать априорную информацию о физической природе решаемой задачи.

Действительно, если составить систему дифференциальных уравнений электромашинного источника импульсов, принимая за неизвестные функции токи, то заранее известно, что решения будут представлять быстроколеблющиеся функции. Очевидно, что для их представления в виде ряда Тейлора потребуется большое число членов, т. е. решение будет чрезвычайно громоздким. Дифференциальные уравнения переходных процессов более выгодно составлять не для токов, а для потокосцеплений. Это обусловлено тем, что потокосцепления обмоток изменя-

ются во времени значительно меньше, так как являются, как правило, монотонно изменяющимися функциями, для достаточно точного представления которых в виде разложения в ряд Тейлора требуется лишь несколько членов. После определения потокосцеплений токи находят путем решения обычных алгебраических уравнений.

В качестве примера рассмотрим использование метода последовательного дифференцирования для расчета переходных процессов вентильного импульсного генератора.

Расчет тока нагрузки вентильного генератора можно производить по огибающей кривой фазных токов, полученных при внезапном включении синхронного генератора на симметричную трехфазную активную нагрузку. Величина эквивалентной симметричной активной нагрузки определяется соотношением  $R_0 = 2/3 R_H$  [6]. Таким образом, для расчета кривой тока нагрузки и фазных токов необходимо решение полной системы дифференциальных уравнений синхронного генератора при включении на симметричную активную нагрузку.

При определении тока якоря внешнее активное сопротивление можно сложить с активным сопротивлением статора  $r = R_0 + r_c$ . Уравнения переходных процессов синхронного генератора в осях  $d, q$  имеют вид:

$$p \Psi_d = -U_d - \omega \Psi_q - r i_d, \quad (1)$$

$$p \Psi_q = -U_q + \omega \Psi_d - r i_q, \quad (2)$$

$$p \Psi_f = U_f - r_f i_f, \quad (3)$$

$$p \Psi_{Dd} = -r_{Dd} i_{Dd}, \quad (4)$$

$$p \Psi_{Dq} = -r_{Dq} i_{Dq}, \quad (5)$$

где

$$i_d = \frac{x_f x_{Dd} - x_{ad}^2}{\Delta} \Psi_d - \frac{x_{ad}(x_{Dd} - x_{ad})}{\Delta} \Psi_f - \frac{x_{ad}(x_f - x_{ad})}{\Delta} \Psi_{Dd}, \quad (6)$$

$$i_q = \frac{x_{Dq}}{\Delta'} \Psi_q - \frac{x_{aq}}{\Delta'} \Psi_{Dq}, \quad (7)$$

$$i_f = \frac{x_d x_{Dd} - x_{ad}^2}{\Delta} \Psi_f - \frac{x_{ad}(x_{Dd} - x_{ad})}{\Delta} \Psi_d - \frac{x_{ad}(x_d - x_{ad})}{\Delta} \Psi_{Dd}, \quad (8)$$

$$i_{Dd} = \frac{x_d x_f - x_{ad}^2}{\Delta} \Psi_{Dd} - \frac{x_{ad}(x_f - x_{ad})}{\Delta} \Psi_d - \frac{x_{ad}(x_d - x_{ad})}{\Delta} \Psi_f, \quad (9)$$

$$i_{Dq} = \frac{x_q}{\Delta'} \Psi_{Dq} - \frac{x_{aq}}{\Delta'} \Psi_q, \quad (10)$$

$$\Delta = x_d x_f x_{Dd} + 2x_{ad}^3 - x_{ad}^2(x_d + x_f + x_{Dd}), \quad (11)$$

$$\Delta' = x_q x_{Dq} - x_{aq}^2. \quad (12)$$

Аналитическое решение системы уравнений (1—12) в общем виде отсутствует. Попытка получения расчетных соотношений для токов синхронного генератора при наличии активных сопротивлений в цепи статора была сделана в [3]. Однако автором была сделана ошибка, физически связанная с недопустимостью предположения постоянства потокосцеплений по продольной и поперечной осям во вращающейся машине при наличии активного сопротивления в цепи статора. На эту ошибку указывалось в [4], где было получено точное решение для случая одной системы обмоток на роторе и показана невозможность применения обычных методов решения при рассмотрении двух и более систем обмоток на роторе. Поэтому рассматриваемый здесь пример имеет значительный интерес.

Подставляя (6—10) в (1—5) и учитывая, что  $U_d = U_q = 0$ , получаем уравнения переходных процессов, записанных относительно потокосцеплений в нормальном виде Коши:

$$p \Psi_d = -\omega \Psi_q - \frac{r}{\Delta} [(x_f x_{Dd} - x_{ad})^2 \Psi_d - x_{ad}(x_{Dd} - x_{ad}) \Psi_f - x_{ad}(x_f - x_{ad}) \Psi_{Dd}], \quad (13)$$

$$p \Psi_q = \omega \Psi_d - \frac{r}{\Delta'} (x_{Dq} \Psi_q - x_{aq} \Psi_{Dq}), \quad (14)$$

$$p \Psi_f = U_f - \frac{r_f}{\Delta} [(x_d x_{Dd} - x_{ad}^2) \Psi_f - x_{ad}(x_{Dd} - x_{ad}) \Psi_d - x_{ad}(x_d - x_{ad}) \Psi_{Dd}], \quad (15)$$

$$p \Psi_{Dd} = -\frac{r_{Dd}}{\Delta} [(x_f x_d - x_{ad}^2) \Psi_{Dd} - x_{ad}(x_f - x_{ad}) \Psi_d - x_{ad}(x_d - x_{ad}) \Psi_f], \quad (16)$$

$$p \Psi_{Dq} = -\frac{r}{\Delta'} (x_q \Psi_{Dd} - x_{aq} \Psi_q). \quad (17)$$

Предположим, что до включения на нагрузку синхронный генератор работал на холостом ходу с током возбуждения  $i_{f0}$ , тогда начальные условия при  $t=0$ .

$$\Psi_{d0} = i_{f0} x_{ad}, \quad \Psi_{f0} = i_{f0} x_f, \quad \Psi_{Dd0} = i_{f0} x_{ad}, \quad \Psi_{Dq0} = 0, \quad \Psi_{q0} = 0.$$

При принятых начальных условиях решение для  $\Psi_d, \Psi_q, \Psi_{Dd}, \Psi_f, \Psi_{Dq}$  может быть представлено в виде разложения в ряд Маклорена

$$\Psi_d = \Psi_{d0} + \frac{D \Psi_{d0}}{1!} t + \frac{D^2 \Psi_{d0}}{2!} t^2 + \dots + \frac{D^n \Psi_{dn0}}{n!} t^n + \dots \quad (18)$$

Аналогично для потокосцеплений  $\Psi_q, \Psi_f, \Psi_{Dd}, \Psi_{Dq}$ . Начальные значения производных потокосцеплений в уравнениях вида (18) нетрудно найти при известных начальных условиях последовательным дифференцированием уравнений (13÷17). После подстановки начальных значений потокосцеплений и их производных в уравнения вида (18) получим:

$$\Psi_d = i_{f0} x_{ad} \left[ 1 - \frac{1}{2} \omega^2 t^2 + \frac{1}{6} r \omega^2 \left( \frac{x_{Dd}}{\Delta'} + \frac{x_f x_{Dd} - x_{ad}^2}{\Delta} \right) t^3 + \dots \right], \quad (19)$$

$$\Psi_q = i_{f0} x_{ad} \left\{ \omega t - \frac{1}{2} \frac{r x_{Dq} \omega}{\Delta'} t^2 - \frac{1}{6} \omega \times \right. \\ \left. \times \left[ \omega^2 - \frac{r}{(\Delta')^2} (x_{Dq}^2 r + x_{aq}^2 r_{Dq}) \right] t^3 + \dots \right\}, \quad (20)$$

$$\Psi_f = i_{f0} x_{ad} \left[ \frac{x_f}{x_{ad}} - \frac{1}{6} \frac{r_f x_{ad} (x_{Dd} - x_{ad}) \omega^2}{\Delta} t^3 + \dots \right], \quad (21)$$

$$\Psi_{Dd} = i_{f0} x_{ad} \left[ 1 - \frac{1}{6} \frac{r_{Dd} x_{ad} (x_f - x_{ad}) \omega^2}{\Delta} t^3 + \dots \right], \quad (22)$$

$$\Psi_{Dq} = i_{f0} x_{ad} \left( \frac{1}{2} \frac{r_{Dq} x_{aq}}{\Delta'} \omega t^2 - \frac{1}{6} \frac{x_{aq}^2 r_{Dq}}{\Delta'} \omega t^3 + \dots \right). \quad (23)$$

Сходимость решений для  $\Psi_d, \Psi_q, \Psi_f, \Psi_{Dd}, \Psi_{Dq}$  можно определить исследованием остаточных членов разложений в ряд Маклорена (19—23)

$$R_n(\Psi_d) = \frac{t^{n+1}}{(n+1)!} p^{(n+1)} \Psi_d(\xi t), \quad (24)$$

где  $0 < \xi < 1$ .

Аналогично для  $\Psi_d, \Psi_f, \Psi_{Dd}, \Psi_{Dq}$ . По найденным значениям потокосцеплений, используя уравнения (6—10), нетрудно найти токи  $i_d, i_q, i_f, i_{Dd}, i_{Dq}$ . По формулам линейных преобразований определяем фазные токи:

$$i_a = i_d \cos \omega t - i_q \sin \omega t, \quad (25)$$

$$i_b = i_d \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - i_q \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (26)$$

$$i_c = -i_a - i_b. \quad (27)$$

Ток нагрузки вентильного импульсного генератора находится как сумма мгновенных значений фазных токов  $i_a, i_b, i_c$  одного знака.

По рассматриваемой методике был выполнен расчет переходных процессов вентильного импульсного генератора с параметрами:

$$\begin{aligned} x_d = x_q = x_{Dd} = x_{Dq} = 1,05; \quad x_{ad} = x_{aq} = 1; \quad x_f = 1,2; \quad r_c = r_f \parallel \\ = r_{Dd} = r_{Dq} = 0,02; \quad R_H = 0,05. \end{aligned}$$

На рис. 1 приведены расчетные кривые токов фаз  $i_a, i_b, i_c$  и тока нагрузки  $i_H$ . Сравнение аналитических расчетов с результатами, полученными на АВМ МН-14 при исследовании по полной системе уравнений, дает

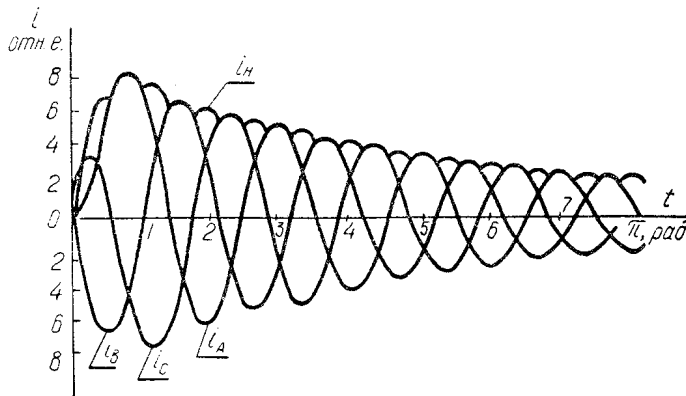


Рис. 1. Расчетные кривые токов без генератора и нагрузки

хорошую сходимость [6]. Оценка сходимости решения исследованием остаточного члена разложения в ряд Маклорена (24) также показывает, что максимальная погрешность расчета не превышает 5÷7%.

Метод последовательного дифференцирования может быть применен для анализа переходных процессов электромашинных источников импульсов, уравнения которых содержат переменные коэффициенты. Исследование переходных процессов, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями, также не встречает принципиальных трудностей при использовании этого метода, однако его применение в этом случае может привести к громоздким выражениям. Для правильного выбора вида исходной системы дифференциальных уравнений необходимо во всех случаях использовать априорную информацию о физической картине процессов, что в сильной степени упрощает решение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Трещев. Методы исследования машин переменного тока. «Энергия», 1969.
2. А. И. Важнов. Основы теории переходных процессов синхронной машины. Госэнергоиздат, 1960.
3. Ч. Конкордиа. Синхронные машины. Госэнергоиздат, 1959.
4. Е. Я. Казовский. Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. Изд-во АН СССР, 1962.
5. Л. Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. «Наука», 1969.
6. Г. А. Сипайлов, А. В. Лоос, Ю. И. Рябчиков. Исследование переходных процессов вентильного импульсного генератора. Изв. ТПИ. Настоящий сборник.