

## ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА ПЛАНИРОВАНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОГНОЗИРУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

О. П. МУРАВЛЕВ, О. Л. РАПОПОРТ

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин  
и общей электротехники)

Среди многочисленных проблем, выдвинутых в связи с созданием прогностической системы отрасли электромашиностроения, важное место занимает разработка прогнозов параметров асинхронных двигателей. Технические характеристики этих машин для разных серий, выпускаемых различными странами и фирмами, представляют собой обширные массивы информации. Поэтому наиболее целесообразно за основной метод обработки информационных массивов принять статистический метод, в результате которого получаются регрессионные уравнения, концентрирующие в себе весь объем исходной информации.

Параметры электрических машин, в частности асинхронных двигателей, зависят от мощности, скорости и изменяются со временем. При этом каждой мощности соответствует несколько скоростей. Все это приводит к тому, что вся исходная информация о параметрах должна быть разбита на группы, соответствующие каждой определенным значениям мощности и скорости. Обработка статистических наборов параметров в каждой такой группе позволит для каждого параметра, который нужно прогнозировать, построить модель в виде уравнения регрессии исследуемого параметра во времени при данной мощности и скорости. Если  $P$  — прогнозируемый параметр, а  $t$  — время, то при постоянной мощности ( $P_{\text{квт}} = \text{const}$ ) и постоянной скорости ( $n \frac{\text{об}}{\text{мин}} = \text{const}$ ) зависимость  $P(t)$  на-

зывается однофакторной. Количество уравнений регрессии  $P(t)$  для одного параметра  $P$  (например, веса) определяется количеством рассматриваемых габаритов двигателей и числом пар полюсов. Если  $n_1$  — количество принятых во внимание мощностей в рассматриваемом диапазоне,  $n_2$  — количество скоростей, тогда количество регрессионных уравнений для одного прогнозируемого параметра определяется по формуле

$$c = n_1 \cdot n_2. \quad (1)$$

Прогнозирование большого числа параметров и пользование кривыми  $P(t)$  не представляется практически удобным из-за большого количества этих кривых. Поэтому в данной статье предлагается использовать метод планирования эксперимента для получения модели, которая увязывает прогнозируемый параметр с мощностью, скоростью и временем в виде полинома второго порядка типа:

$$P = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_1^2 + b_5x_2^2 + b_6x_3^2 + b_7x_1x_2 + \\ + b_8x_1x_3 + b_9x_2x_3, \quad (2)$$

где

$x_1 = P_{\text{квт}}$  — мощность асинхронных двигателей;

$x_2 = n \frac{\text{об}}{\text{мин}}$  — скорость;

$x_3 = t_{\text{годы}}$  — время;

$P$  — прогнозируемый параметр.

Такая полиномиальная модель с познавательных позиций не представляет интереса [1], но в практическом отношении такая модель является очень полезной в планировании эксперимента. Она удобна тем, что позволяет улучшать аппроксимацию, повышая порядок полинома, не нарушая при этом связи между параметрами аппроксимирующей функции, что позволяет использовать такие статистические процедуры, как метод наименьших квадратов для оценки параметров, выбор оптимального расположения точек в пространстве независимых переменных и т. д.

Прежде чем рассматривать способ построения такой модели, нужно сделать некоторые допущения.

1. Исходные совокупности параметров в каждой точке оси времени  $t$  распределены по нормальному закону. Для них находятся средние квадратические отклонения  $\sigma\{P\}$  и средние значения  $P$ , по которым проводятся адекватные линии регрессии.

2. Эти линии регрессии представляют гладкие функции с не более, чем одним экстремумом. В противном случае появляется необходимость разбиения  $P(t)$  на участки по аргументу  $t$ , включающие только один экстремум.

Исследования, проведенные на асинхронных двигателях, доказали правомерность этих допущений и они могут быть распространены на машины других классов при прогнозировании их параметров.

Исходя из условий получения квадратичной модели со всеми взаимодействиями, извлечения максимальной информации из кривых регрессии, ортогональности планирования для устранения неопределенности в определении коэффициентов модели, мы воспользовались композиционным рототабельным планированием второго порядка типа  $2^3$ . Возникающие при этом осложнения не связаны с трудностью проведения «живого» эксперимента и решаются расчетным и графическим путем. Большую экономию времени дает применение вычислительных машин. Матрица планирования представлена в табл. 1 для трех переменных.

Планирование проводится на пяти уровнях каждого независимого переменного. Для упрощения расчетов значения уровней исследуемых факторов преобразуются в условные единицы. Значения уровней устанавливаются таким образом, чтобы при переводе в условный масштаб они соответствовали  $-a, -1, 0, +1, +a$ . Расчет уровней проводится следующим образом:

(1) 1) устанавливаются границы изменения мощности, скорости и времени, определяющие количество прогнозируемых типоразмеров двигателей;

2) находятся значения нулевого уровня в соответствии с диапазоном изменения мощности, скорости и времени;

3) границы изменения этих параметров обозначаются уровнями  $\pm a$ ;

4) значения уровней  $+1$  и  $-1$  определяются из уравнений:

$$x_i^{+1} = x_i^0 + h, \quad (3)$$

$$x_i^{-1} = x_i^0 - h,$$

Таблица 1

Матрица композиционного рототабельного планирования для трех переменных

№ п.п.	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_3^2$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_2x_3$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1
4	1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1
6	1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1
7	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	1	- $\alpha$	0	0	$\alpha^2$	0	0	0	0	0
10	1	+ $\alpha$	0	0	$\alpha^2$	0	0	0	0	0
11	1	0	- $\alpha$	0	0	$\alpha^2$	0	0	0	0
12	1	0	+ $\alpha$	0	0	$\alpha^2$	0	0	0	0
13	1	0	0	- $\alpha$	0	0	$\alpha^2$	0	0	0
14	1	0	0	+ $\alpha$	0	0	$\alpha^2$	0	0	0
15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

где

$$h = \frac{x_{i \max} - x_i^0}{+\alpha} = \frac{x_{i \min} - x_i^0}{-\alpha}; \quad (4)$$

$h$  — шаг варьирования,

$x_i^0$  — значение фактора на нулевом уровне,

$x_{i \max}$  и  $x_{i \min}$  — границы изменений факторов.

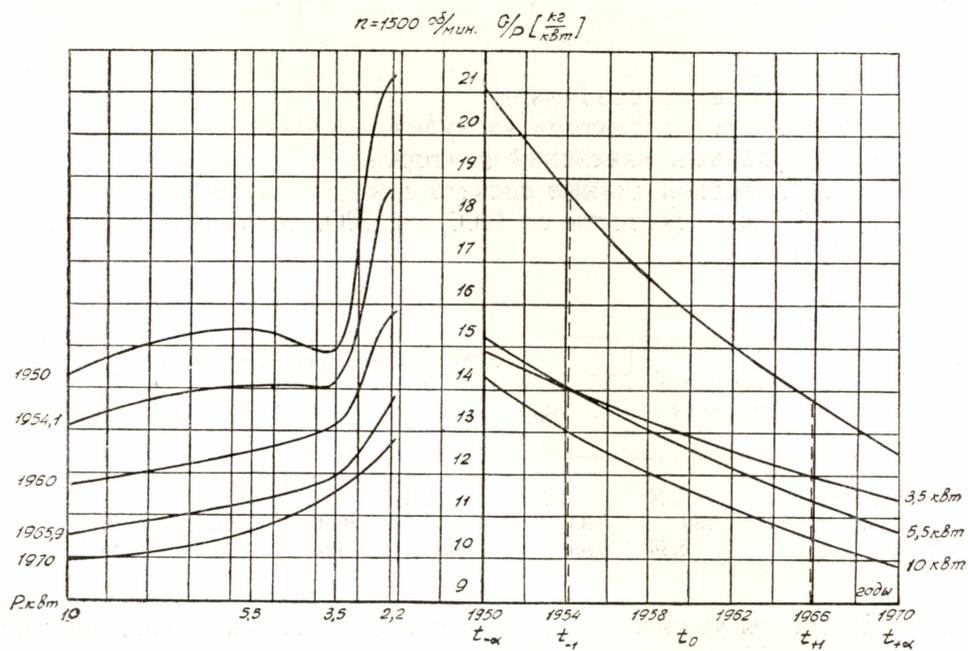
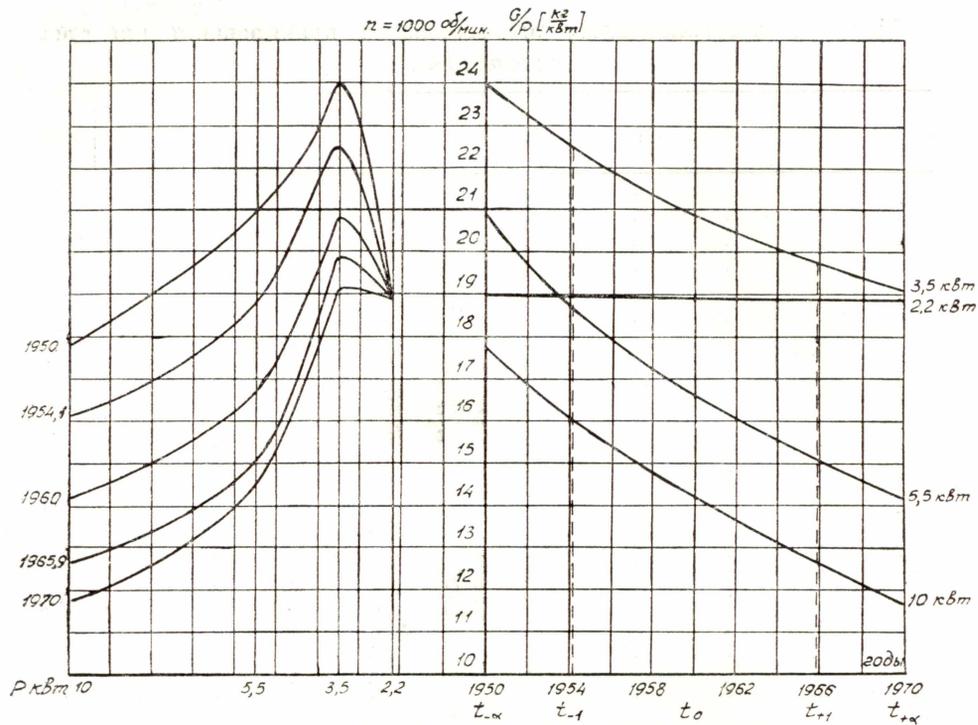
В табл. 2 приведены данные расчета для диапазона изменения мощности от 2 до 5,5 кВт, скорости от 1000 до 3000 об/мин и времени от 1950 до 1970 гг.

Таблица 2

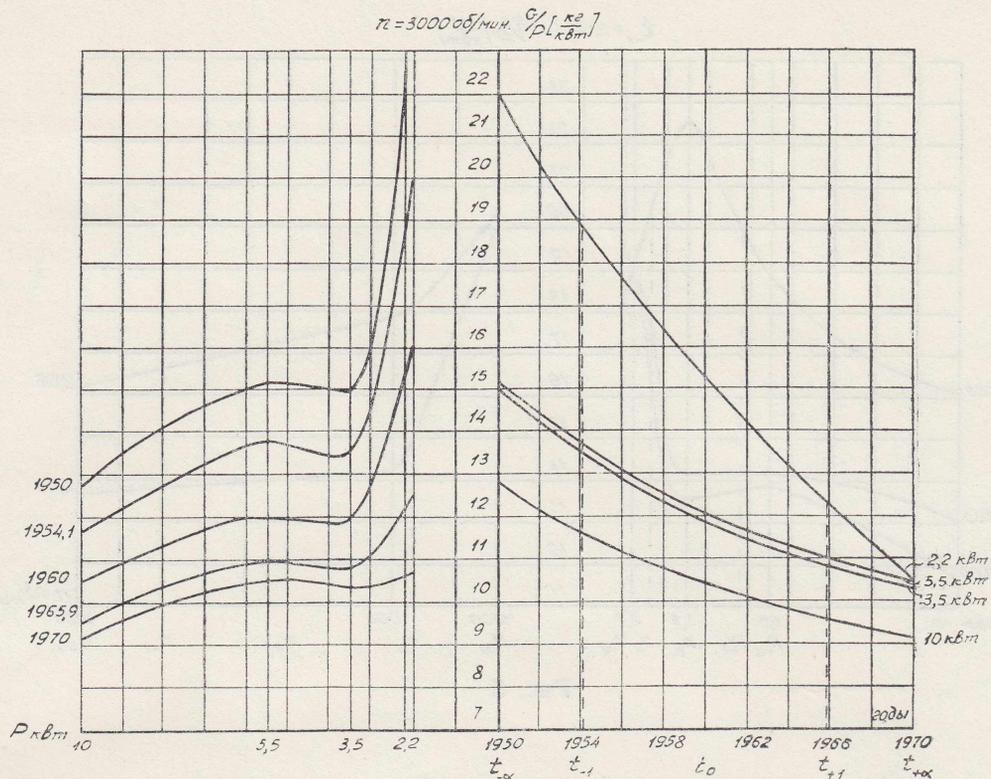
Переменные	Шаг варьирования	Значения уровней переменных				
		-1,682	-1	0	+1	+1,682
Мощность ( $x_1$ )	1,04	2,0	2,66	3,75	4,79	5,5
Скорость ( $x_2$ )	594	1000	1406	2000	2594	3000
Время ( $x_3$ )	5,94	1950	1954,1	1960	1965,9	1970

Коэффициенты уравнения (2) для трех переменных рассчитываются по результатам 20 опытов. При этом возникает трудность в определении значения прогнозируемого параметра  $P$ , связанная с дискретным характером переменных  $x_1$ ;  $x_2$ ;  $x_3$ . Нами предлагается решение, которое позволяет с помощью геометрических построений определить значения  $P$  для любого эксперимента по плану табл. 1. Для этого за исходные данные берутся кривые регрессии  $P(t)$ , полученные из статистического анализа первоначальной информации для различных значений мощности и скорости.

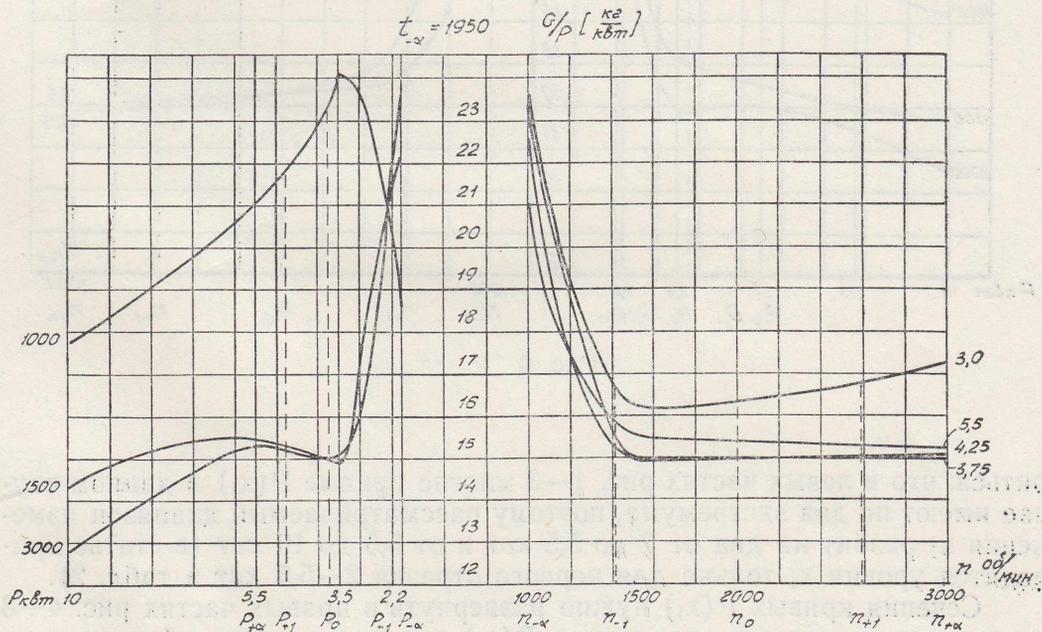
Идея заключается в том, чтобы найти вид зависимостей  $P(x_1)$  и  $P(x_2)$ . Построение их легко видеть из приведенных рисунков. В правых частях рис. 1—3 показаны исходные кривые для прогнозируемого пара-



метра «вес на единицу мощности  $G/P$ ». На оси  $t$  времени находятся точки, соответствующие уровням  $x_3$  табл. 2, и восстанавливаются перпендикуляры. Сечения кривых  $P(t)$  разворачиваются в левых частях рис. 1—3. При этом за ось абсцисс берется  $x_1$ , а кривые строятся для разных уровней  $x_3$ . Полученные таким образом кривые  $P(x_1)$  составляют так же, как и  $P(t)$ , три группы, в каждой из которых  $x_2 = \text{const}$ , но между группами  $x_2$  различно (1000 об/мин; 1500 об/мин и 3000 об/мин для нашего при-



мера). Теперь нужно получить кривые  $P(x_2)$ , но для этого необходимо, чтобы для каждой вновь полученной группы кривых время  $x_3$  было зафиксировано. Для этого в левых частях рис. 4—8 в те же оси  $P$  и  $x_1$  переносятся кривые  $P(x_1)$  с  $t = \text{const}$ . Получаются группы кривых  $P(x_1)$  с разными скоростями. Тогда ось  $x_1$  мощности разбивается на уровни табл. 2 и проводятся вертикальные сечения кривых  $P(x_1)$ . Нужно огово-



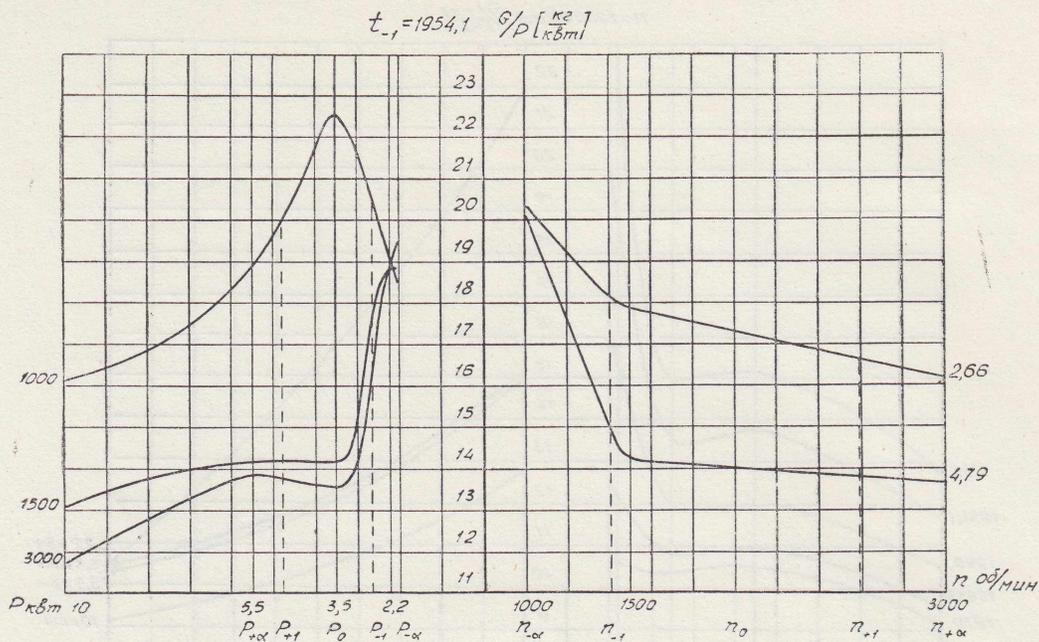


Рис. 5

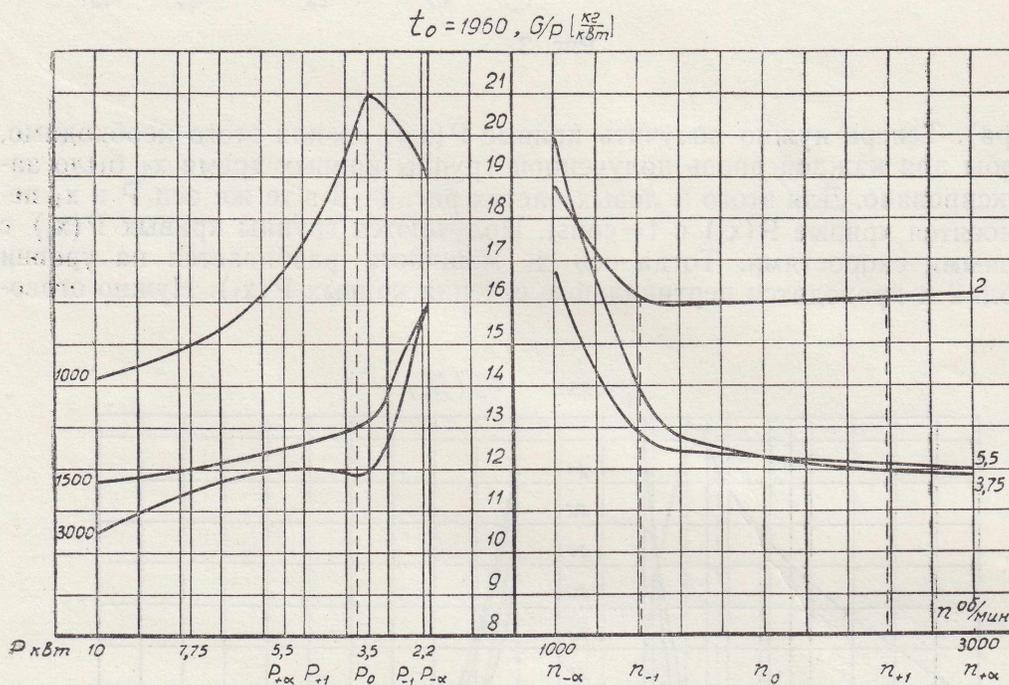


Рис. 6

риться, что в левых частях рис. 1—3 многие кривые  $P(x_1)$  в данном случае имеют по два экстремума, поэтому рассматриваемый диапазон изменения  $x_1$  разбит на два от 2 до 5,5 кВт и от 5,5 до 10 кВт (в статье приводятся уровни  $x_1$  только для первого отрезка 2÷5,5 кВт в табл. 2).

Сечения кривых  $P(x_1)$  нужно развернуть в правых частях рис. 4÷8 по оси  $x_2$ , получая искомые кривые  $P(x_2)$  для разных  $x_1$  при фиксированных  $x_3 = t$ . На ось  $x_2$  нужно нанести значения уровней из табл. 2.

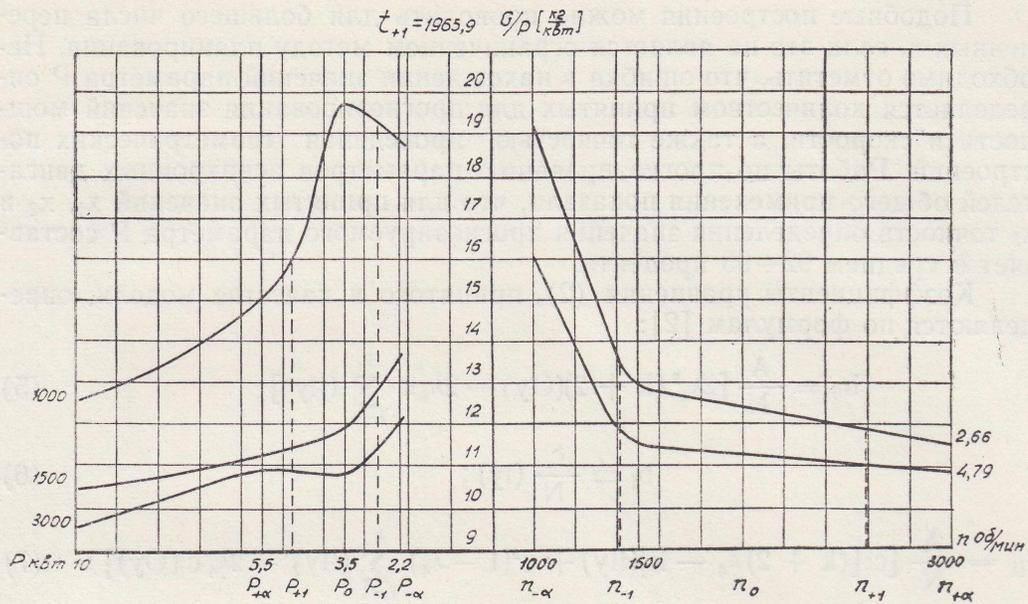


Рис. 7

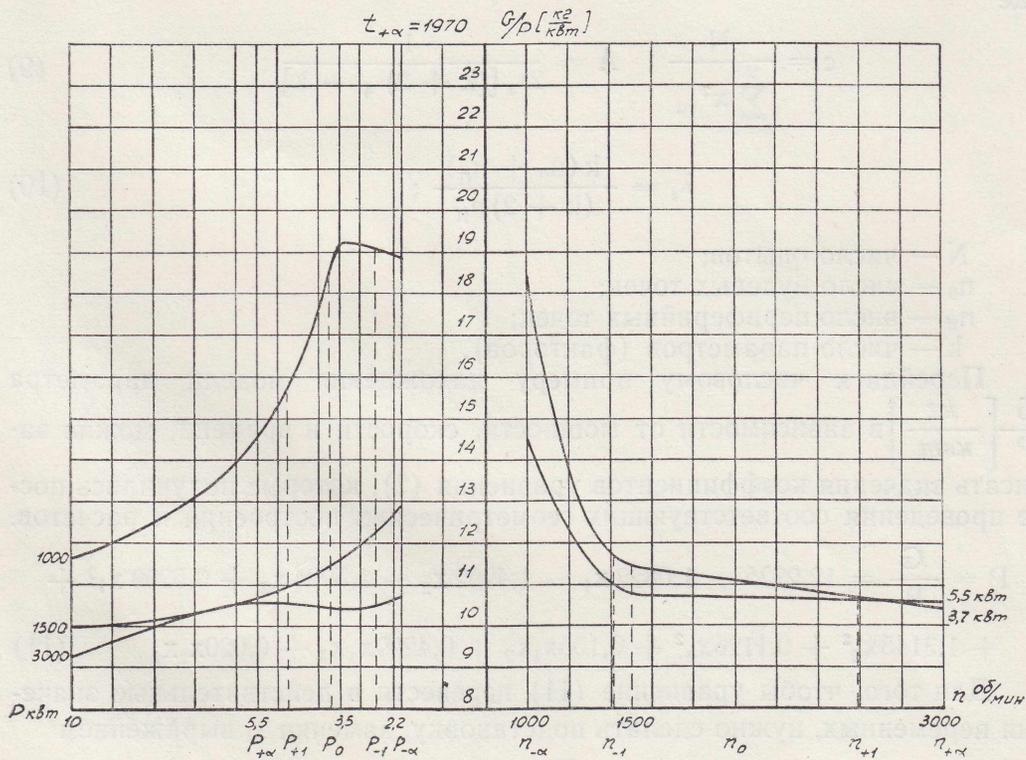


Рис. 8

Для определения прогнозируемого параметра в соответствии с планом эксперимента теперь необходимо взять график, соответствующий фиксированному уровню  $x_3$ , найти на оси точку уровня  $x_2$  и вертикаль пересечь с кривой, соответствующей уровню  $x_1$ . Ордината точки пересечения дает искомое значение прогнозируемого параметра  $P$  по плану табл. 1.

Подобные построения можно проводить для большего числа переменных  $x$ , если это не является ограничением метода планирования. Необходимо отметить, что ошибка в нахождении значений параметра  $P$  определяется количеством принятых для прогнозирования значений мощности и скорости, а также точностью проведения геометрических построений. Работы по прогнозированию параметров асинхронных двигателей общего применения показали, что для принятых значений  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  точность определения значения прогнозируемого параметра  $P$  составляет в среднем  $92 \div 93$  процента.

Коэффициенты уравнения (2), принятого в качестве модели, определяются по формулам [2]:

$$b_0 = \frac{A}{N} [2\lambda_4^2 (k+2)(Oy) - 2\lambda_4 c \sum_{i=1}^k (i iy)]; \quad (5)$$

$$b_i = \frac{c}{N} (iy); \quad (6)$$

$$b_{ii} = \frac{A}{N} [c^2 [(k+2)\lambda_4 - k](i iy) + c^2(1 - \lambda_4) \sum_{i=1}^k (i iy) - 2\lambda_4 c (Oy)]; \quad (7)$$

$$b_{ij} = \frac{c^2}{N\lambda_4} (ijy), \quad (8)$$

где

$$c = \frac{N}{\sum_{u=1}^N x_{iu}^2}; \quad A = \frac{1}{2\lambda_4 [(k+2)\lambda_4 - k]}; \quad (9)$$

$$\lambda_4 = \frac{k(n_0 + n_{II})}{(k+2)n_{II}}; \quad (10)$$

$N$  — число опытов;

$n_0$  — число нулевых точек;

$n_{II}$  — число периферийных точек;

$k$  — число параметров (факторов).

Перейдя к числовому примеру нахождения модели параметра  $\frac{G}{P} \left[ \frac{кг}{квт} \right]$  в зависимости от мощности, скорости и времени, можно записать значения коэффициентов уравнения (2), которые получились после проведения соответствующих геометрических построений и расчетов.

$$P = \frac{G}{P} = 12,2735 - 1,0822 x_1 - 1,4962 x_2 - 1,5904 x_3 + 0,5299 x_1^2 + 1,3145 x_2^2 + 0,1126 x_3^2 + 0,155 x_1 x_2 + 0,4299 x_1 x_3 + 0,020 x_2 x_3. \quad (11)$$

Для того, чтобы уравнение (11) перевести в действительные значения переменных, нужно сделать подстановку, заменяя  $x_i$  выражением

$$x_i = \frac{X_i - x_{0i}}{h_i}, \quad (12)$$

где

$x_i$  — переменные факторы в условных единицах (в нашем случае это  $x_1$ ;  $x_2$  и  $x_3$ );

$X_i$  — те же переменные в действительных единицах;

$h_i$  — шаг варьирования  $i$ -го фактора;

$x_{0i}$  — значение нулевого уровня.

Для оценки правильности модели нами получены значения  $\hat{P}$  для каждого опыта плана эксперимента, которые сравниваются со значениями прогнозируемого параметра  $P$  из геометрических построений. Они приведены в табл. 3.

Таблица 3

№	G/P		№	G/P	
	опытн. зн.	расчетн. зн.		опытн. зн.	расчетн. зн.
1	18,10	19,00	11	21,00	19,51
2	14,86	15,67	12	11,80	13,47
3	16,60	15,67	13	14,95	15,27
4	13,80	12,95	14	11,05	9,92
5	13,50	14,92	15	12,25	12,27
6	11,80	13,31	16	12,25	12,27
7	11,90	11,66	17	12,25	12,27
8	16,00	15,59	18	12,25	12,27
9	11,00	10,66	19	12,25	12,27
10	12,35	11,95	20	12,25	12,27

Проверка адекватности полученной модели показала, что расчетное F-отношение 4,37 меньше табличного значения F 4,74 для 5%-ного уровня значимости.

### Выводы

1) В данной статье предложен способ получения моделей прогнозируемых параметров асинхронных двигателей в функции от нескольких переменных, принимающих дискретные значения, методом планирования эксперимента. Этот метод может быть применен также для моделирования информационных массивов значений параметров других машин.

2) Для реализации планирования предложены геометрические построения, позволяющие определять значения прогнозируемого параметра в соответствии с планом эксперимента. При этом ошибка в их определении составляет не более  $7 \div 8\%$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Налимов. Теория эксперимента. М., 1971.
2. В. В. Налимов, Н. А. Чернова. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., 1965.