

ИССЛЕДОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНОГО ИНДУКТИВНОГО  
ПАРАМЕТРОНА БЕЗ ПОДМАГНИЧИВАНИЯ  
ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ

А. В. ШМОЙЛОВ, А. Х. МУСИН

(Представлена научным семинаром кафедры электрических станций)

В настоящее время большое внимание уделяется исследованию накопительных элементов, выполненных на параметрическом принципе. Наибольшее распространение получили высокочастотные индуктивные параметроны Гото с выходом на второй субгармонике в качестве бинарных элементов цифровых вычислительных машин. Простота, высокая надежность и специфические свойства индуктивных параметронов делают возможным их применение также в некоторых устройствах автоматики, телемеханики и релейной защиты.

Применение здесь высокочастотных параметронов нецелесообразно, так как быстродействие в ряде случаев несущественно, а кроме того, они требуют для питания дорогостоящих источников. С точки зрения максимальной простоты и дешевизны заслуживает внимания индуктивный параметрон без подмагничивания постоянным током с выходом на основной частоте. При питании такого параметрона током промышленной частоты применение его еще более упрощается, так как сигнал для управления фазой колебаний может быть сформирован в любой части установки, отдельные элементы которой связаны электрическим или электромагнитным путем. Представляется возможным также использование такого параметрона, как элемент релейного действия в системах автоматики и телемеханики.

Теоретическое и экспериментальное исследование параметрона без подмагничивания постоянным током нами предпринято для выяснения физической природы явлений и установления количественных соотношений с целью разработки методов расчета.

Схема, используемая нами, исследована в работах [1, 2] как пример существенно нелинейной системы. Однако полученные там результаты носят в большей степени качественный характер.

На рис. 1 изображена схема индуктивного параметрона без подмагничивания постоянным током. На нем обозначено:  $w_1$  — число витков обмоток возбуждения,  $w_2$  — число витков контурных обмоток,  $i_1$  — ток возбуждения,  $u_b$  — напряжение возбуждения,  $i_2$  — ток в колебательном контуре.

Напряженности в сердечниках дросселей  $D_1$  и  $D_2$  равны

$$h_1 = \frac{i_1 w_1 + i_2 w_2}{l},$$
$$h_2 = \frac{i_1 w_1 - i_2 w_2}{l}, \quad (1)$$

где  $l$  — длина средней силовой магнитной линии.  
Потокосцепления соответственно обмоток возбуждения и контурных обмоток:

$$\Psi_{11} = \frac{w_1}{2} [2S \mu_1 h_1 + k_{01} (h_1 + h_2) l],$$

$$\Psi_{12} = \frac{w_1}{2} [2S \mu_2 h_2 + k_{01} (h_1 + h_2) l], \quad (2)$$

$$\Psi_{21} = \frac{w_2}{2} [2S \mu_1 h_1 + k_{02} (h_1 - h_2) l],$$

$$\Psi_{22} = \frac{w_2}{2} [2S \mu_2 h_2 + k_{02} (h_1 - h_2) l], \quad (3)$$

где  
 $\Psi_{11}$  и  $\Psi_{12}$  — потокосцепления обмоток возбуждения соответственно первого и второго дросселя;  
 $\Psi_{21}$  и  $\Psi_{22}$  — то же для контурных обмоток;  
 $S$  — площадь поперечного сечения активной стали;  
 $\mu_1$  и  $\mu_2$  — текущие значения магнитных проницаемостей;  
 $k_{01}$  и  $k_{02}$  — проводимости рассеяния обмотки возбуждения и контурной обмотки одного дросселя.

Уравнения электрического равновесия:

$$i_1 R_1 + \frac{d\Psi_{11}}{dt} + \frac{d\Psi_{12}}{dt} = u_B,$$

$$i_2 R_2 + \frac{d\Psi_{21}}{dt} - \frac{d\Psi_{22}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_2 dt = 0, \quad (4)$$

где

$C$  — емкость конденсатора колебательного контура,  
 $R_1$  — активное сопротивление цепи возбуждения,  
 $R_2$  — активное сопротивление колебательного контура.

Подставляя в (4) значения величин по выражениям (1÷3) и приняв обозначения

$$\frac{1}{2w_2} R_2 = \rho; \quad \frac{R_1 w_2}{R_2 w_1} = \lambda; \quad \frac{l}{2w_2 C} = \beta; \quad 2w_1 w_2 k_{01} C = q;$$

$$w_2 S = \delta; \quad \frac{w_1}{w_2} = k_T; \quad \mu_1 h_1 = b_1; \quad \mu_2 h_2 = b_2,$$

получим

$$\begin{cases} \left( \lambda \rho + q \beta \frac{d}{dt} \right) \left( \frac{b_1}{\mu_1} + \frac{b_2}{\mu_2} \right) + k_T \delta \frac{d}{dt} (b_1 + b_2) = u_B \\ \left( \rho + \beta \int dt \right) \left( \frac{b_1}{\mu_1} - \frac{b_2}{\mu_2} \right) + \delta \frac{d}{dt} (b_1 - b_2) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Нелинейные уравнения (5) описывают все многообразие колебаний в системе по рис. 1.

Введем в уравнения (5) степенную функцию, аппроксимирующую основную кривую намагничивания  $b = \mu_K h^K$ , где  $K$  — дробное число, числитель и знаменатель которого — нечетные числа,  $\mu_K$  — постоянный коэффициент. Коэффициенты аппроксимирующей функции определены по основной кривой намагничивания методом выбранных точек.

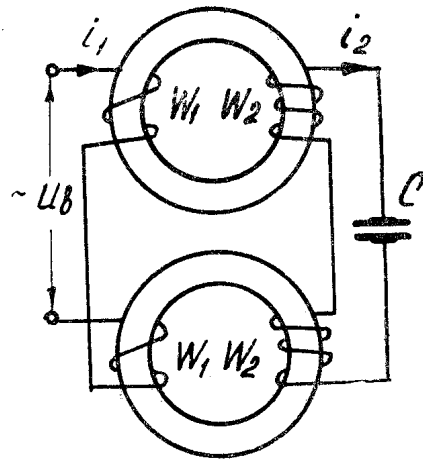


Рис. 1

Пренебрегаем рассеянием и принимаем закон изменения напряжения возбуждения в виде

$$u_B = U_m \cos(\omega t + \psi),$$

где  $U_m$  и  $\psi$  — соответственно амплитуда и фаза этого напряжения. При принятых условиях уравнения (5) примут вид:

$$\frac{1}{\mu_K} \lambda \cdot \rho \frac{d}{dt} \left( b_1 \frac{1}{K} + b_2 \frac{1}{K} \right) + k_T \delta \frac{d}{dt} (b_1 + b_2) = U_m \cos(\omega t + \psi), \quad (6)$$

$$\frac{1}{\mu_K} (\rho + \beta \int dt) \left( b_1 \frac{1}{K} - b_2 \frac{1}{K} \right) + \delta \frac{d}{dt} (b_1 - b_2) = 0. \quad (7)$$

Частное решение системы (6), (7) зададим в виде

$$b_1 = B_1 \cos \omega t, \quad (8)$$

$$b_2 = B_2 \cos(\omega t + \theta), \quad (9)$$

где

$B_1$  и  $B_2$  — амплитуды индукций в сердечниках,

$\theta$  — угол между амплитудами.

Дифференцируя (7) и подставляя затем в (6) и (7) решения (9), получим два тождества. Придавая в тождествах аргументу определенные значения (например,  $\omega t = 0$  и  $\omega t = \frac{\pi}{2}$ ) и производя все необходимые преобразования, приходим к системе трех трансцендентных уравнений, связывающих коэффициенты решений (9):

$$B_2 = \left[ \frac{\rho \sin \frac{1}{K} \theta \cos \theta}{\mu_K \cdot K \delta \omega} + \frac{\beta \sin \frac{1}{K} \theta}{\mu_K \delta \omega^2} \right] \frac{K}{K-1}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{\mu_K} B_1 \frac{1}{K} - \delta \omega^2 B_1 &= \frac{\beta}{\mu_K} B_2 \frac{1}{K} \cos \frac{1}{K} \theta - \\ - \delta \omega^2 B_2 \cos \theta - \frac{\rho \omega}{\mu_K \cdot K} B_2 \frac{1}{K} \cos \frac{1}{K} \theta \sin \theta, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\left(\frac{\lambda \beta}{\mu_K}\right)^2 \left[ B_1^{\frac{2}{K}} + 2B_1^{\frac{1}{K}} B_2^{\frac{1}{K}} \cos^{\frac{1}{K}} \theta + B_2^{\frac{2}{K}} \left( \cos^{\frac{2}{K}} \theta + \sin^{\frac{2}{K}} \theta \right) \right] +$$

$$+ \frac{2\lambda \rho k_T \delta \omega}{\mu_K} \left[ B_1 B_2^{\frac{1}{K}} \sin^{\frac{1}{K}} \theta - B_1^{\frac{1}{K}} B_2 \sin \theta + B_2^{\frac{1}{K}+1} \left( \sin^{\frac{1}{K}} \theta \cos \theta - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \sin \theta \cos^{\frac{1}{K}} \theta \right) \right] + (k_T \delta \omega)^2 (B_1^2 + 2B_1 B_2 \cos \theta + B_2^2) = U_m^2 \quad (12)$$

Система (10) ÷ (12) определена при задании амплитуды напряжения возбуждения  $U_m$ , при которой в колебательном контуре возникают колебания (порог возбуждения). Расчет порога возбуждения производится, исходя из предположения равенства средней собственной частоты нелинейного колебательного контура ( $\Omega_{cp}$ ) частоте параметрических колебаний  $\omega$ . Расчет ведется в следующей последовательности: 1) используя принятую аппроксимацию, составляем выражение для квадрата собственной частоты колебательного контура до возникновения колебаний ( $b_1 = b_2 = b$ ); 2) определяется средняя собственная частота за период; 3) в полученном выражении при  $\Omega_{cp} = \omega$  определяется амплитуда индукции  $B_H$ , соответствующая  $U_m$ .

$$B_H = \left[ \frac{2 \Omega_{cp}^2 S w_2^2 K \mu_K^{\frac{1}{K}} \sqrt{\pi} C \Gamma\left(\frac{1}{2K} + 0,5\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2K}\right)} \right]^{\frac{K}{1-K}} \quad (13)$$

где  $\Gamma$  — гамма-функция.

Полагая в (12)  $B_1 = B_2 = B_H$  и  $\theta = 0^\circ$  (параметрические колебания отсутствуют), определяем  $U_m$

$$U_m = 2 \left[ \left( \frac{\lambda \beta}{\mu_K} B_H^{\frac{1}{K}} \right)^2 + (k_T \delta \omega B_H)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

Для параметрона со следующими исходными данными  $l = 0,182$  м

$$w_2 = 1000 \text{ вит.}, \quad S = 0,176 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2, \quad \omega = 314 \frac{1}{\text{сек}},$$

$$\Omega_{cp} = 314 \frac{1}{\text{сек}}, \quad k_T = 0,8 \quad \delta = 0,176 \text{ м}^2 \text{ вит.},$$

$$R_1 = 39 \text{ ом}, \quad R_2 = 31,4 \text{ ом}, \quad \rho = 2,86 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м} \cdot \text{ом}}{\text{вит.}},$$

$$\lambda = 1,53, \quad \mu_K = 0,33, \quad K = 0,185, \quad w_1 = 800 \text{ вит.}$$

подсчитаны значения  $U_m$  по формулам (13), (14) в диапазоне емкостей  $C = (2 \div 40) 10^{-6}$  ф. Результаты расчетов приведены на рис. 2 (сплошная

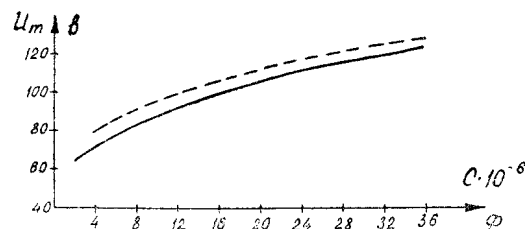


Рис. 2

кривая). Здесь же приведены данные экспериментов (пунктирная кривая). Из рис. 2 видно, что экспериментальные величины  $U_m$  превышают расчетные не больше, чем на 8%. Увеличение сопротивления колебательного контура в 2 раза не приводит к заметному изменению этой разницы.

Приведем расчет амплитуд индукций  $B_1$ ,  $B_2$  и угла между ними  $\Theta$  в установившемся режиме колебаний для параметрона, данные которого приведены выше, при емкостях конденсатора колебательного контура, равных 12, 16 и 20 мкф. Вычисления будем проводить в следующем порядке: 1) по выражению (10) вычисляем значения  $B_2$  в функции  $\Theta$ ; 2) подставляя известные значения  $B_2$  и  $\Theta$  в (11), рассчитываем  $B_1$ ; 3) подставляя  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $\Theta$  в (12), вычисляем левую часть ( $L$ ) уравнения (12). Результаты вычислений  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $L$  в функции  $\Theta$  приведены на рис. 3.

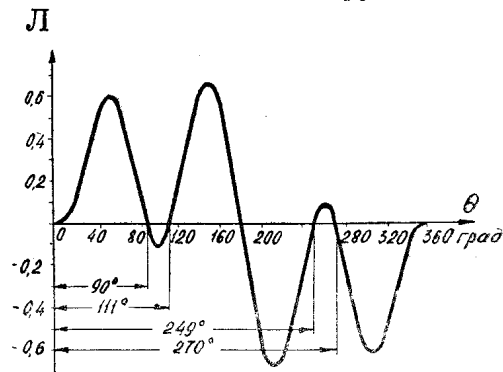


Рис. 3.

Откладывая на кривой  $L$  величину  $U_m^2$ , рассчитанную по (14), определяем  $\Theta$  и по  $\Theta$  находим  $B_1$  и  $B_2$ . Точность расчета зависит от точности определения  $U_m$ . Так как расчетные значения  $U_m$  отличаются от экспериментальных, то полученные значения величин необходимо уточнить. Это уточнение можно произвести с помощью уравнения энергетического баланса колебательного контура за период

$$W_{R_2} + W_L = 0, \quad (15)$$

где

$W_{R_2}$  — энергия, потребляемая в активном сопротивлении колебательного контура за период колебаний,

$W_L$  — энергия, вносимая в колебательный контур каждый период за счет модуляции индуктивности.

При принятой аппроксимации основной кривой намагничивания и форме изменения индукции в сердечниках (9) уравнение (15) через искомые величины выражается таким образом:

$$\frac{1}{W_2 \mu_K \omega} \left[ N \left( B_1^{\frac{2}{K}} + B_2^{\frac{2}{K}} \right) - B_1^{\frac{1}{K}} B_2^{\frac{1}{K}} \varphi(\theta, K) \right] - \frac{1}{W_2 \mu_K} M \sin \theta \left( B_1^{\frac{1}{K}} B_2 - B_1 B_2^{\frac{1}{K}} \right) = 0, \quad (16)$$

где

$$N = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(1 + \frac{2-K}{2K}\right)}{\Gamma\left(1,5 + \frac{2-K}{2K}\right)},$$

$$M = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(1 + \frac{1}{2K}\right)}{\Gamma\left(1,5 + \frac{1}{2K}\right)},$$

$$\varphi(\theta, K) = \int_0^{2\pi} [\cos \omega t \cos(\omega t + \theta)]^{\frac{1}{K}} d\omega t.$$

Вычисление  $\varphi(\theta, K)$  проведено с помощью некоторого формального способа. Результаты вычислений приведены на рис. 4.

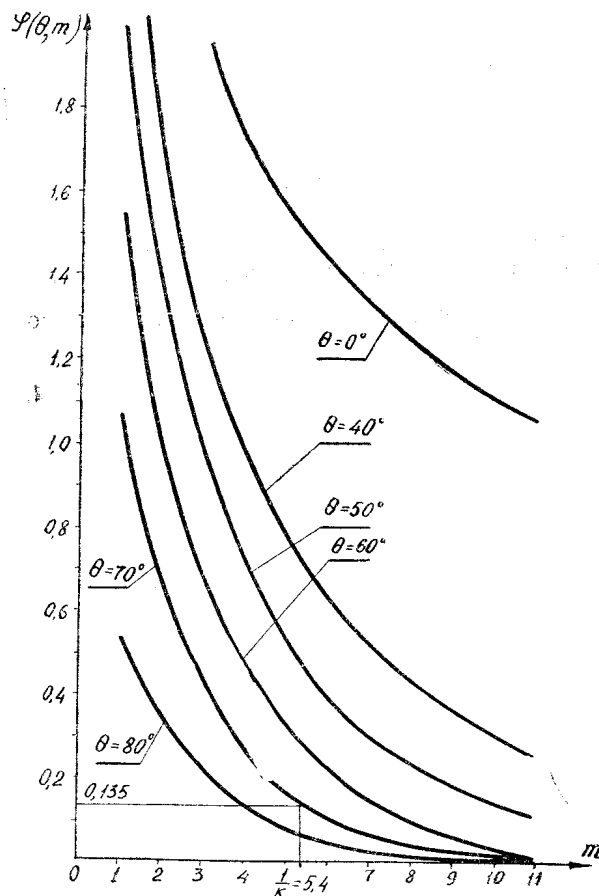


Рис. 4

Расчеты по (15) приведены на рис. 3 (кривые, пересекающие ось  $\Theta$ ). При  $W_{R2} + W_L = 0$  получаем уточненное значение угла  $\Theta$  и по нему с помощью кривых рис. 3 определяем уточненные значения  $V_1$ ,  $V_2$  и  $U_m$ . Ниже в табл. 1 приводятся результаты расчета и экспериментальные данные для рассматриваемого параметрона. Как видно из таблицы, расчетные и экспериментальные данные достаточно близко совпадают. Следовательно, выведенные выше соотношения могут быть использованы для расчета параметрона.

Таблица 1

№ п.п.	Название величины	Емкость (мкф)	Обозначение	Един. измерения	Расчетные данные	Экспериментальн. данные
1.	Индукция в сердечнике первого дросселя	12	$B_1$	$\frac{в б}{м^2}$	1,46	1,5
		16			1,545	1,56
		20			1,615	1,53
2.	Индукция в сердечнике второго дросселя	12	$B_2$	$\frac{в б}{м^2}$	1,56	1,6
		16			1,63	1,8
		20			1,745	1,98
3.	Угол между амплитудами индукций	12	$\Theta$	град.	-84,75	86
		16			-83,42	86
		20			-82,5	83
4.	Амплитуда напряжения возбуждения	12	$U_m$	в	98,3	98
		16			103	105
		20			111	112
5.	Действующее значение тока в колебательном контуре	12	$I_2$	а	0,238	0,275
		16			0,305	0,4
		20			0,427	0,48
6.	Действующее значение тока в цепи возбуждения	12	$I_1$	а	0,297	0,36
		16			0,384	0,52
		20			0,54	0,75

## ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Хаяси. Вынужденные колебания в нелинейных системах. ИЛ., 1957.
2. Л. А. Бессонов. Нелинейные электрические цепи. «Высшая школа», 1964.
3. Л. А. Бессонов. Теоретические основы электротехники. «Высшая школа», 1964.