ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА
ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 269 1976

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ОСНОВЕ КОМБИНИРОВАННОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ

В. З. ЯМПОЛЬСКИЙ, В. А. СИЛИЧ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры автоматизированных систем управления и лаборатории управления).

В практике прогнозирования параметров систем на основе временных рядов широко используются методы изолированной экстраполяции, и, в частности, методы слепой экстраполяции. К их числу относятся:

1) метод скользящих средних [1];

2) методы экспоненциального сглаживания [2];

3) прогнозирование на основе полиномов Лягера [2], Лагранжа [3];

4) прогнозирование на основе метода квазиоптимальной фильтрации случайных процессов [2].

Прогнозы, полученные на основе методов экстраполяции, обладают весьма невысокой надежностью, и при использовании одного из методов возможно получение значительных ошибок в прогнозных значениях параметров. Очевидно, что совместное использование различных методов с целью получения некоторого компромиссного вектора прогноза $\vec{X}_0$ ($X_0=(x_1^0, ..., x_\theta^0)$ — вектор, компонентами которого являются компромиссные прогнозные значения параметров $x_1, ..., x_\theta$ системы), позволит предохранить от «больших» ошибок прогноза.

Процедуру принятия решения о компромиссном значении вектора $\vec{X}_0$ на χ периодов предлагается рассматривать как игру с природой в условиях неопределенности.

Пусть $\vec{X}_i=(x_1^i, ..., x_\theta^i)$ $i=\overline{1, s}$ — значение вектора прогноза $\vec{X}=(x_1, ..., x_\theta)$, вычисленное по i-му алгоритму прогнозирования ($i=\overline{1, s}$, где s — число алгоритмов прогнозирования $P_1, ..., P_s$).

Задача заключается в нахождении компромиссного значения вектора $\vec{X}_0$ путем определения наилучшей смеси векторов вида

$$\vec{X}_0=\lambda_1\vec{X}_1+\lambda_2\vec{X}_2+...+\lambda_s\vec{X}_s \tag{1}$$

при

$$\sum_{i=1}^{s}\lambda_i=1,\ \lambda_i\geqslant 0,\ i=\overline{1, s}. \tag{2}$$

Здесь λ_i — некоторый весовой коэффициент, с которым вектор должен присутствовать в смеси $\vec{X}_0$.

Прежде всего введем меру для измерения величины расхождения векторов прогноза X_i, $i=\overline{1, s}$

$$g_{kl}=\sum_{j=1}^{\theta}\frac{|x_j^l-x_j^k|}{x_j^l},\ k,\ l=\overline{1,\ s}. \qquad (3)$$

Значение g_{kl} количественно выражает несоответствие прогноза $\vec{X}_k$ прогнозу $\vec{X}_e$, полученным по алгоритмам прогнозирования P_k и P_l соответственно, и представляет собой сумму отношений по компонентной разности векторов $\vec{X}_k$ и $\vec{X}_l$ к компонентам вектора $\vec{X}_k$. Значение g_{kl} является наименьшим, то есть равным нулю, во всех случаях, когда $k=l$.

Формула (3) для оценки характеристики g_{kl} рекомендуется по следующим причинам:

а) g_{kl} является безразмерной величиной, что позволяет избежать трудности из-за различных единиц и масштабов изменения параметров;

б) g_{kl} позволяет учесть отклонения как в большую, так и в меньшую сторону, так как в числителе берется абсолютное значение разности векторов. С помощью введенной меры (1) строим квадратную матрицу потерь $G^*=(-g_{kl})$ (таблица).

Таблица

$\vec{X}_k$ \ P_l	P_1	P_2	...	P_l	...	P_s
$\vec{X}_1$	$-g_{11}$	$-g_{12}$	...	$-g_{1l}$	...	$-g_{1s}$
$\vec{X}_2$	$-g_{21}$	$-g_{22}$	...	$-g_{2l}$	...	$-g_{2s}$
...	...	...	...	...	...	...
$\vec{X}_k$	$-g_{k1}$	$-g_{k2}$	...	$-g_{kl}$		$-g_{ks}$
...	...	...	...		...	...
$\vec{X}_s$	$-g_{s1}$	$-g_{s1}$	...	$-g_{sl}$	...	$-g_{ss}$

Каждой строке матрицы G^* соответствует одно из s возможных значений вектора прогноза, полученных с помощью различных алгоритмов прогнозирования, а каждому столбцу соответствует один из алгоритмов прогнозирования.

Диагональные элементы матрицы равны 0. Остальные элементы матрицы меньше нуля или равны нулю в случае совпадения векторов прогноза для различных алгоритмов прогноза. Далее матрица G^* рассматривается как матрица платежей в игре двух лиц.

Возможными стратегиями одного из игроков (природы) являются различные алгоритмы прогнозирования $P=\{P_1, \ldots, P_s\}$ значений временных рядов, а второго — различные векторы прогноза $\vec{X}=\{\vec{X}_1, \ldots, \vec{X}_s\}$, вычисленные по алгоритмам $P_1, \ldots, P_s$. Необходимо определить такую оптимальную стратегию $\vec{X}_0$ первого игрока (т. е. определить $\lambda_1, \ldots, \lambda_s$), которой бы соответствовали минимальные отклонения вектора $\vec{X}_0$ от векторов $\vec{X}_1, \ldots, \vec{X}_s$. Из структуры матрицы G^* следует, что она не обладает седловой точкой, потому что

$$\max_k \min_l (-g_{kl}) < \min_l \max_k (-g_{kl})=0.$$

Решение игры заданной матрицей G^* определяется в форме смешанных стратегий и может быть найдено одним из известных методов [4]. Рассмотренная задача определения компромиссного вектора может быть решена методами линейного программирования. Задача оптимизации при этом приобретает вид. Найти

$$v \to \max \tag{4}$$

при условиях:

$$\left.\begin{array}{l} -\lambda_1 g_{11} - \ldots - \lambda_s g_{s1} \geqslant v; \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ -\lambda_1 g_{1s} - \ldots - \lambda_s g_{ss} \geqslant v; \end{array}\right\} \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{s} \lambda_i = 1; \tag{6}$$

$$\lambda_i \geqslant 0; \quad i=\overline{1,\ s}. \tag{7}$$

Здесь g_{kl} (k, $e=1$, s) представляют элементы матрицы игры G^*, а переменными величинами являются $\lambda_1, \ldots, \lambda_s$, которые составляют компоненты определяемой оптимальной стратегии, а v — цена игры.

Требование максимизации правой части (5) идентично требованию для компромиссного прогноза минимизировать максимальное отклонение по отношению ко всем векторам $\vec{X}_i (i=1, -s)$. При определении значения компромиссного вектора прогноза на x периодов элементы g_{kl} матрицы игры G^* вычисляются по формуле

$$g_{kl}^{\varkappa} = \sum_{\nu=1}^{\varkappa} \sum_{j=1}^{\theta} \frac{|x_j^{l\nu} - x_j^{k\nu}|}{x_j^{l\nu}}, \tag{8}$$

где $x_j^{l\nu}$ — значение j-го параметра вектора $\vec{X}$, полученного по l-му алгоритму прогнозирования P_l на ν-й период прогнозирования ($j=\overline{1, \theta}$, $l=1, s$; $\nu=\overline{1, \varkappa}$).

Рассмотренный в данной статье подход к решению задачи прогнозирования на основе временных рядов следует рассматривать как приближенное решение, позволяющее предотвратить большие значения ошибок прогноза от применения каждого из методов в отдельности в условиях существенной неопределенности. Нахождение описанного компромиссного прогноза является существенно более корректной процедурой по сравнению с использованием в практике прогнозирования простого усреднения результатов прогноза по отдельным методам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Рыжиков. Управление запасами. М., «Наука», 1969.
2. А. Д. Смирнов. Моделирование и прогнозирование социалистического воспроизводства. М., «Экономика», 1970.
3. Е. А. Гальперин. Программа долгосрочного прогнозирования. Сб.: «Цифровая вычислительная техника и программирование». Вып. 5, М., «Сов. радио», 1969.
4. Р. Д. Льюс, Х. Райфа. Игры и решения. М., ИЛ., 1961.