

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ОСНОВЕ КОМБИНИРОВАННОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ

В. З. ЯМПОЛЬСКИЙ, В. А. СИЛИЧ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры автоматизированных систем управления и лаборатории управления).

В практике прогнозирования параметров систем на основе временных рядов широко используются методы изолированной экстраполяции, и, в частности, методы слепой экстраполяции. К их числу относятся:

- 1) метод скользящих средних [1];
- 2) методы экспоненциального сглаживания [2];
- 3) прогнозирование на основе полиномов Лягера [2], Лагранжа [3];
- 4) прогнозирование на основе метода квазиоптимальной фильтрации случайных процессов [2].

Прогнозы, полученные на основе методов экстраполяции, обладают весьма невысокой надежностью, и при использовании одного из методов возможно получение значительных ошибок в прогнозных значениях параметров. Очевидно, что совместное использование различных методов с целью получения некоторого компромиссного вектора прогноза $\vec{X}_0$ ($X_0 = (x_1^0, \dots, x_\theta^0)$ — вектор, компонентами которого являются компромиссные прогнозные значения параметров $x_1, \dots, x_\theta$ системы), позволит предохранить от «больших» ошибок прогноза.

Процедуру принятия решения о компромиссном значении вектора $\vec{X}_0$ на χ периодов предлагается рассматривать как игру с природой в условиях неопределенности.

Пусть $\vec{X}_i = (x_1^i, \dots, x_\theta^i)$ $i = \overline{1, s}$ — значение вектора прогноза $\vec{X} = (x_1, \dots, x_\theta)$, вычисленное по i -му алгоритму прогнозирования ($i = \overline{1, s}$, где s — число алгоритмов прогнозирования $P_1, \dots, P_s$).

Задача заключается в нахождении компромиссного значения вектора $\vec{X}_0$ путем определения наилучшей смеси векторов вида

$$\vec{X}_0 = \lambda_1 \vec{X}_1 + \lambda_2 \vec{X}_2 + \dots + \lambda_s \vec{X}_s \quad (1)$$

при

$$\sum_{i=1}^s \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0, i = \overline{1, s}. \quad (2)$$

Здесь λ_i — некоторый весовой коэффициент, с которым вектор должен присутствовать в смеси $\vec{X}_0$.

Прежде всего введем меру для измерения величины расхождения векторов прогноза $\vec{X}_i, i=\overline{1, s}$

$$g_{kl} = \sum_{j=1}^n \frac{|x_j^l - x_j^k|}{x_j^l}, \quad k, l = \overline{1, s}. \quad (3)$$

Значение g_{kl} количественно выражает несоответствие прогноза $\vec{X}_k$ прогнозу $\vec{X}_l$, полученным по алгоритмам прогнозирования P_k и P_l соответственно, и представляет собой сумму отношений по компонентной разности векторов $\vec{X}_k$ и $\vec{X}_l$ к компонентам вектора $\vec{X}_k$. Значение g_{kl} является наименьшим, то есть равным нулю, во всех случаях, когда $k=l$.

Формула (3) для оценки характеристики g_{kl} рекомендуется по следующим причинам:

а) g_{kl} является безразмерной величиной, что позволяет избежать трудности из-за различных единиц и масштабов изменения параметров;

б) g_{kl} позволяет учесть отклонения как в большую, так и в меньшую сторону, так как в числителе берется абсолютное значение разности векторов. С помощью введенной меры (1) строим квадратную матрицу потерь $G^* = (-g_{kl})$ (таблица).

Т а б л и ц а

$\vec{X}_k \backslash P_l$	P_1	P_2	...	P_l	...	P_s
$\vec{X}_1$	$-g_{11}$	$-g_{12}$	...	$-g_{1l}$	...	$-g_{1s}$
$\vec{X}_2$	$-g_{21}$	$-g_{22}$	...	$-g_{2l}$	...	$-g_{2s}$
...	...	...	...	...	...	...
$\vec{X}_k$	$-g_{k1}$	$-g_{k2}$	...	$-g_{kl}$	...	$-g_{ks}$
...	...	...	...	...	...	...
$\vec{X}_s$	$-g_{s1}$	$-g_{s2}$	...	$-g_{sl}$	...	$-g_{ss}$

Каждой строке матрицы G^* соответствует одно из s возможных значений вектора прогноза, полученных с помощью различных алгоритмов прогнозирования, а каждому столбцу соответствует один из алгоритмов прогнозирования.

Диагональные элементы матрицы равны 0. Остальные элементы матрицы меньше нуля или равны нулю в случае совпадения векторов прогноза для различных алгоритмов прогноза. Далее матрица G^* рассматривается как матрица платежей в игре двух лиц.

Возможными стратегиями одного из игроков (природы) являются различные алгоритмы прогнозирования $P = \{P_1, \dots, P_s\}$ значений временных рядов, а второго — различные векторы прогноза $\vec{X} = \{\vec{X}_1, \dots, \vec{X}_s\}$, вычисленные по алгоритмам $P_1, \dots, P_s$. Необходимо определить такую оптимальную стратегию $\vec{X}_0$ первого игрока (т. е. определить $\lambda_1, \dots, \lambda_s$), которой бы соответствовали минимальные отклонения вектора $\vec{X}_0$ от векторов $\vec{X}_1, \dots, \vec{X}_s$. Из структуры матрицы G^* следует, что она не обладает седловой точкой, потому что

$$\max_k \min_l (-g_{kl}) < \min_l \max_k (-g_{kl}) = 0.$$

Решение игры заданной матрицей G^* определяется в форме смешанных стратегий и может быть найдено одним из известных методов [4]. Рассмотренная задача определения компромиссного вектора может быть решена методами линейного программирования. Задача оптимизации при этом приобретает вид. Найти

$$v \rightarrow \max \quad (4)$$

при условиях:

$$\left. \begin{array}{l} -\lambda_1 g_{11} - \dots - \lambda_s g_{s1} \geq v; \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ -\lambda_1 g_{1s} - \dots - \lambda_s g_{ss} \geq v; \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^S \lambda_i = 1; \quad (6)$$

$$\lambda_i \geq 0; \quad i = \overline{1, s}. \quad (7)$$

Здесь g_{kl} ($k, e=1, s$) представляют элементы матрицы игры G^* , а переменными величинами являются $\lambda_1, \dots, \lambda_s$, которые составляют компоненты определяемой оптимальной стратегии, а v — цена игры.

Требование максимизации правой части (5) идентично требованию для компромиссного прогноза минимизировать максимальное отклонение по отношению ко всем векторам $\vec{X}_i (i=1, -s)$. При определении значения компромиссного вектора прогноза на x периодов элементы g_{kl} матрицы игры G^* вычисляются по формуле

$$g_{kl}^z = \sum_{v=1}^z \sum_{j=1}^{\theta} \frac{|x_j^{lv} - x_j^{kv}|}{x_j^{lv}}, \quad (8)$$

где x_j^{lv} — значение j -го параметра вектора $\vec{X}$, полученного по l -му алгоритму прогнозирования P_l на v -й период прогнозирования ($j = \overline{1, \theta}$, $l = \overline{1, s}$; $v = \overline{1, \kappa}$).

Рассмотренный в данной статье подход к решению задачи прогнозирования на основе временных рядов следует рассматривать как приближенное решение, позволяющее предотвратить большие значения ошибок прогноза от применения каждого из методов в отдельности в условиях существенной неопределенности. Нахождение описанного компромиссного прогноза является существенно более корректной процедурой по сравнению с использованием в практике прогнозирования простого усреднения результатов прогноза по отдельным методам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Рыжиков. Управление запасами. М., «Наука», 1969.
2. А. Д. Смирнов. Моделирование и прогнозирование социалистического воспроизводства. М., «Экономика», 1970.
3. Е. А. Гальперин. Программа долгосрочного прогнозирования. Сб.: «Цифровая вычислительная техника и программирование». Вып. 5, М., «Сов. радио», 1969.
4. Р. Д. Льюис, Х. Райфа. Игры и решения. М., ИЛ, 1961.