

УДК 539.3

## АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЕКТОРОВ ВЕДУЩЕГО УСТРОЙСТВА СБОРКИ С ВКЛАДЫШАМИ

В.Н. Барашков

ФГНУ «НИИ прикладной математики и механики», г. Томск

E-mail: ger@mail.tomsknet.ru

С помощью разработанной численной методики рассматриваются способы понижения значений параметров пространственно-трёхмерного напряжённо-деформированного состояния ведущего устройства сборки в зоне соединения его секторов и метаемого стержня. Реализуется подход, основанный на ужесточении этой наиболее нагруженной части секторов с помощью вкладышей, выполненных из прочного материала. Полученные результаты позволяют ставить и рассматривать вопрос о некоем подобию рационального проектирования геометрии вкладышей секторов сборки. Задача упругопластического деформирования решается с помощью вариационно-разностного метода. Физические соотношения принимаются согласно теории малых упругопластических деформаций. Геометрические соотношения берутся в виде уравнений Коши. Физически нелинейная задача решается методом переменных параметров упругости.

### 1. Введение

Для анализа напряжённо-деформированного состояния (НДС) метаемых элементов и вспомогательных, т.н. ведущих устройств (ВУ), с помощью которых осуществляется разгон сборки при высокоскоростном метании, в [1–4] представлены численные методики расчёта двумерного осесимметричного и трёхмерного пространственного термоупругопластического деформирования конструктивных элементов сборки с использованием квазистатического подхода, а также результаты численного счёта и анализа их НДС.

Решение проводится вариационно-разностным методом, реализующим экстремальный вариационный принцип Лагранжа для функционала полной потенциальной энергии системы «тело-нагрузка» методом конечных разностей. В общем случае функционал энергии является неквадратичным. Для анализа упругопластического поведения конструкций используется деформационная теория пластичности А.А. Ильюшина, которая хорошо описывает процесс деформирования при монотонном нагружении и широко применяется в расчётах упругопластических тел. Решение физически нелинейной задачи сводится к решению последовательности квадратичных задач с уточняемыми в каждом приближении параметрами нелинейности. С помощью этих параметров осуществляется движение вдоль диаграммы нелинейной зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций  $\sigma_i \sim e_i$ , которая аппроксимируется ломаной двухзвенной линией. Для минимизации квадратичной функции многих переменных используется условие экстремума сеточного аналога функционала энергии, которое сводит проблему к решению системы линейных алгебраических уравнений большого порядка относительно искомым перемещений в узлах конечно-разностной сетки. Матрица системы уравнений имеет ленточную структуру, симметрична и положительно определена, что очень важно при численной реализации. Решение получающейся системы уравнений для двумерных задач проводится прямым методом Гаусса, для

трехмерных задач используется итерационный метод верхней релаксации с выбором оптимального коэффициента релаксации.

Работы [3, 4] посвящены численному моделированию пространственного трёхмерного термоупругопластического НДС выполненного в форме катушки ВУ при метании тяжёлого недеформируемого стержня массой 2 кг (рис. 1). Причиной пространственной постановки задачи является конструктивная трёхмерность ВУ, состоящего из трёх одинаковых дюралюминиевых секторов *FPNHGM* (рис. 2), между гранями которых находится предотвращающий прорыв газов герметик. К левому торцу ВУ и левой части стержня (рис. 1) приложено давление газа *P*, посредством которого сборка разгоняется в трубе метательной установки (МУ). Задача решалась в декартовой системе координат *x, y, z*. Геометрия секторов ВУ задавалась следующими параметрами: *L* – длина, *R*<sub>1</sub> – внешний радиус; *R*<sub>2</sub> – внутренний радиус (радиус стержня); *R*<sub>3</sub> – радиус цилиндрической части. Описанная модельная задача реализовывалась для следующих значений геометрических параметров: *R*<sub>1</sub>=5,0 см, *R*<sub>2</sub>=1,0 см, *L*=15,0 см. Ввиду равноправности секторов при нагружении, а также симметрии параметров НДС относительно плоскости *Oxz*, при численном анализе (как и представлении полученных результатов) рассматривалась половина *MNHG* сектора с углом  $\varphi=60^\circ$ . Соединение секторов ВУ со стержнем осуществлялось по части контактной поверхности «стержень-сектор ВУ» (т.н. гребёнка) с радиусом *R*<sub>2</sub> и значениями осевых координат *Z*<sub>ГР<sup>Н</sup> и *Z*<sub>ГР<sup>В</sup>, ограничивающими соответственно слева и справа область гребёнки. Таким образом, в рассмотренной постановке задачи гребёнка представляет собой зону приложения нагрузки со стороны метаемого стержня к исследуемым секторам ВУ.</sub></sub>

При метании сборки для значений давления *P*=–250 МПа, модуля упрочнения материала *E*<sub>1</sub>=*E*/5 и радиуса цилиндрической поверхности *R*<sub>3</sub>=3,5 см в верхней части центрально расположенной по длине сектора гребёнки длиной *L*<sub>ГР</sub>=4,0 см (*Z*<sub>ГР<sup>Н</sup></sub>=5,5 см, *Z*<sub>ГР<sup>В</sup></sub>=9,5 см) возникают растягиваю-

шие, а в нижней её части – значительно большие по величине сжимающие осевые напряжения. Амплитуда изменения этих напряжений вдоль гребёнки составляет  $\Delta\sigma_z=1180$  МПа. Наибольшие значения величин интенсивности деформаций и напряжений находятся на этом же участке внутренней поверхности  $r=R_2$  секторов:  $(e_i)_{\max}=0,04$  и  $(\sigma_i)_{\max}=665$  МПа соответственно, и достигаются в нижней части гребёнки вблизи края грани для значения угла  $\varphi=54,4^\circ$ . Для значения модуля упрочнения  $E_1=E/25$  интенсивность деформаций  $(e_i)_{\max}=0,18$ , что является недопустимо большой величиной для данной конструкции. Таким образом, проведённый анализ полученных напряжений и деформаций во всём объеме секторов как по длине, так и по их толщине позволил выявить зону гребёнки «...как наиболее нагруженный локальный участок секторов, где отмечается значительная неравномерность распределения напряжений и деформаций, способная привести к разрушению сборки. Причиной такого распределения параметров напряжённо-деформированного состояния на гребёнке является нагрузка от метаемого стержня» [3]. Использование в качестве материала секторов сплава В95 с более высокими прочностными характеристиками (предел текучести  $\sigma_s=589$  МПа, деформация начала текучести  $e_s=0,0085$ ) привело к значительному снижению величин параметров НДС ВУ. Так, величина максимальной интенсивности деформаций по сравнению с дюралюминиевыми секторами уменьшилась примерно в три раза:  $(e_i)_{\max}=0,014$ . Всё это позволяет увеличить давление газа, а следовательно, – и скорость метания сборки. Тем не менее, уже для значения давления  $P=400$  МПа наибольшая величина интенсивности деформаций в секторах  $(e_i)_{\max}=0,153$ .

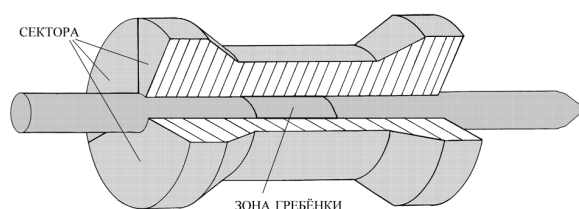


Рис. 1. Метаемая сборка

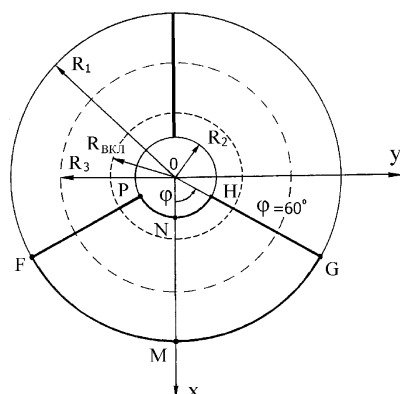


Рис. 2. Геометрические параметры секторов ведущего устройства. FPNHGM – один из трёх секторов; MNHG – рассчитываемая половина сектора

Для устранения неравномерности распределения и понижения уровня напряжений и деформаций на гребёнке и во всём ВУ вместе с применением более прочных материалов также были предложены и численно реализованы достаточно очевидные технические решения [4]: 1) увеличение площади контактной поверхности «стержень-сектор ВУ» за счёт увеличения длины гребёнки  $L_{гр}$ ; 2) увеличение толщины цилиндрической части секторов, определяемой радиусом  $R_3$ . Так, для сплава В95, давления  $P=400$  МПа, длины гребёнки  $L_{гр}=7,0$  см и  $R_3=3,5$  см величина интенсивности деформаций  $(e_i)_{\max}=0,018$ . Для  $L_{гр}=4,0$  см величина  $(e_i)_{\max}=0,097$  для радиуса  $R_3=4,0$  см и  $(e_i)_{\max}=0,04$  для радиуса  $R_3=4,5$  см. Все эти меры позволили снизить величины параметров НДС на гребёнке секторов до значений, позволяющих гарантировать не только штатное функционирование сборки, но и безопасность процесса метания. Тем не менее, следует заметить, что увеличение массы сборки (на 7 и 16 % соответственно) по сравнению с первоначальной массой 4,066 кг (для  $R_3=3,5$  см) за счёт изменения толщины цилиндрической части секторов приводит к уменьшению скорости метания сборки. Из представленных результатов видно, что вариант увеличения длины гребёнки является наиболее перспективным при решении задачи уменьшения параметров НДС в секторах. Проведённые расчеты для случая  $L_{гр}=L$  и  $R_3=3,5$  см для сплава В95 позволили без изменения массы сборки увеличить величину давления газа до значения  $P=550$  МПа при наибольшем значении интенсивности деформаций в секторах  $(e_i)_{\max}=0,05$ .

В случае фиксированных геометрических размеров секторов ВУ, места расположения гребёнки в сборке и её длины, значительно меньшей, чем длина секторов, изложенные подходы и способы устранения неравномерности распределения параметров НДС в зоне гребёнки и уменьшения значений этих параметров, как это видно из представленных результатов, не позволяют находить приемлемое решение. Поэтому необходимо искать иные пути решения задачи: например, использование для ВУ более прочных и лёгких материалов; новые конструктивные решения для секторов и т. д., имея при этом в виду нежелательным увеличение массы метаемой сборки. Ниже предлагается один из таких подходов.

## 2. Расчёт НДС секторов ВУ с вкладышами

Для уменьшения значений параметров НДС ВУ при метании сборки предлагается наиболее нагруженную часть секторов в зоне гребёнки упрочнить с помощью вкладышей, выполненных из прочного материала. На рис. 3 с соблюдением пропорций для описанных выше геометрических размеров представлена половина сектора ВУ с вкладышем (область, расположенная в центральной части сектора и закрашенная тёмным цветом). Вкладыши одинаковы по форме и размеру, а каждый из них в

отдельности представляет собой полученную двумя осевыми сечениями (для значения угла между ними  $\varphi=120^\circ$ ) треть толстостенной трубы длиной  $L_{\text{ВКЛ}}$  и радиусами  $R_2$  и  $R_{\text{ВКЛ}}$  (см. рис. 2) внешней и внутренней поверхности соответственно. Длина вкладышей определяется значениями осевой координаты  $Z_{\text{ВКЛ}}^{\text{H}}$  и  $Z_{\text{ВКЛ}}^{\text{B}}$ . Гребёнка, размеры и положение которой задаются осевыми координатами  $Z_{\text{ГР}}^{\text{H}}=5,5$  см,  $Z_{\text{ГР}}^{\text{B}}=9,5$  см, имеет длину  $L_{\text{ГР}}=4,0$  см и расположена симметрично относительно значения осевой координаты  $z=L/2$ , т. е. в средней по длине части секторов. На рис. 3 гребёнка обозначена областью, закрашенной по сравнению с вкладышем более светлым тоном.

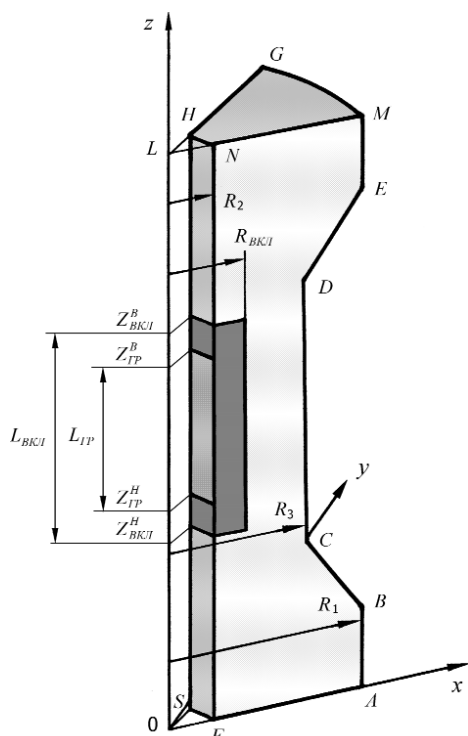


Рис. 3. Рассчитываемая половина сектора AFSMNHG с вкладышем

Задача решается при следующих статических и геометрических граничных условиях для половины сектора [3]:

- торец  $z=0$ :

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0, \quad \sigma_z = P;$$

- торец  $z=L$ :

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_z = 0;$$

- контактная поверхность  $FNHS$  «стержень-сектор ВУ», кроме гребёнки, (жёсткая стенка со скольжением):

$$u = v = 0,$$

$$\sigma_{xz} n_x + \sigma_{yz} n_y = 0 \quad (\sigma_{rz} = 0);$$

- гребёнка (жёсткая стенка без скольжения):

$$u = v = 0,$$

$$\sigma_{xz} n_x + \sigma_{yz} n_y = P_{\text{СТ}} \quad (\sigma_{rz} = P_{\text{СТ}});$$

- поверхность  $AMNF$  ( $y=0$ ) (рис. 2, 3):

$$v = 0, \quad \sigma_{yx} = \sigma_{yz} = 0;$$

- контактные поверхности «труба МУ-сектор ВУ»  $AB, EM$  (жёсткая стенка со скольжением):

$$u = v = 0,$$

$$\sigma_{xz} n_x + \sigma_{yz} n_y = 0 \quad (\sigma_{rz} = 0);$$

- свободные конические поверхности  $BC, DE$  (равенство нулю проекций на оси координат действующего на наклонной площадке полного напряжения):

$$\sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z = 0,$$

$$\sigma_{yx} n_x + \sigma_y n_y + \sigma_{yz} n_z = 0,$$

$$\sigma_{zx} n_x + \sigma_{zy} n_y + \sigma_z n_z = 0;$$

- свободная поверхность  $CD$ , задаваемая радиусом  $R_3$  –

$$\sigma_x n_x^2 + \sigma_y n_y^2 + 2\sigma_{xy} n_x n_y = 0 \quad (\sigma_r = 0),$$

$$(\sigma_y - \sigma_x) n_x n_y + \sigma_{xy} (n_x^2 - n_y^2) = 0 \quad (\sigma_{r\varphi} = 0),$$

$$\sigma_{xz} n_x + \sigma_{yz} n_y = 0 \quad (\sigma_{rz} = 0);$$

- свободная поверхность грани  $SHG$ , для которой  $\varphi=60^\circ$  (рис. 2, 3) –

$$\sigma_x n_y^2 + \sigma_y n_x^2 - 2\sigma_{xy} n_x n_y = 0 \quad (\sigma_\varphi = 0),$$

$$(\sigma_y - \sigma_x) n_x n_y + \sigma_{xy} (n_x^2 - n_y^2) = 0 \quad (\sigma_{r\varphi} = 0),$$

$$\sigma_{yz} n_x - \sigma_{zx} n_y = 0 \quad (\sigma_{z\varphi} = 0),$$

где  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{yx}, \sigma_{zy}, \sigma_{xz}$  – компоненты тензора напряжений;  $u, v, w$  – компоненты вектора перемещений в декартовой системе координат;  $n_x, n_y, n_z$  – направляющие косинусы;  $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z, \sigma_{r\varphi}, \sigma_{\varphi r}, \sigma_{rz}, \sigma_{zr}, \sigma_{\varphi z}, \sigma_{z\varphi}, \sigma_{rz}$  – компоненты тензора напряжений в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$ ;  $P_{\text{СТ}}$  – приложенная на гребёнке нагрузка от стержня. На осевые перемещения  $w$  ограничения не накладываются. Для наглядности рядом с некоторыми статическими граничными условиями в скобках содержатся записи этих условий в цилиндрической системе координат. На контактных поверхностях вкладыша задаются условия непрерывного контакта.

Результаты получены на конечно-разностной сетке  $(i \times j \times k) = (15 \times 17 \times 66)$  при реализации системы примерно 50500 линейных уравнений итерационным методом верхней релаксации. Здесь  $i$  – количество узлов сетки по толщине (по радиусу),  $j$  – по окружности,  $k$  – по длине секторов. Материал секторов – сплав В95. Вкладыши выполнены из высокопрочной хромоникельмолибденованадиевой стали 38ХНЗМФА, имеющей высокие предел текучести  $\sigma_s=1080$  МПа и величину деформации начала текучести  $e_s=0,0051$ . Рассматривается вариант нагружения сборки давлением  $P=400$  МПа.

Как упоминалось выше, при отсутствии вкладышей наибольшая величина интенсивности деформации в секторах  $(e)_{\text{max}}=0,153$ , а величина  $(\sigma)_{\text{max}}=889$  МПа. Эти значения достигаются в одной

и той же ячейке на внешних боковых гранях  $SHG$  рядом с внутренней поверхностью  $r=R_2$  в средней по длине части сектора. Максимальная амплитуда осевых напряжений в ВУ  $\Delta\sigma_z=1715$  МПа имеет место также на гребёнке: в верхней её части для  $z=9,4$  см  $\sigma_z=695$  МПа и  $\sigma_z=-1020$  МПа в нижней части для  $z=5,4$  см. В силу характера действующих внешних нагрузок осевые напряжения изначально являются определяющими в НДС метаемой сборки. Практически во всем объеме сектора ВУ эти напряжения сжимающие. Исключением является небольшая по размерам область в верхней части гребёнки на контактной поверхности «стержень-сектор ВУ», ограниченная по длине сборки значениями 7,5 и 10,0 см осевой координаты и 1,5 см по радиусу, где осевые напряжения являются растягивающими. Около 1,5 % объёма ВУ деформируется пластически. Ниже гребёнки для значения осевой координаты  $z\approx 4,6$  см материал секторов достаточно близок к выходу в область пластического деформирования по всей их толщине (от внутренней поверхности радиусом  $R_2$  до внешней поверхности радиусом  $R_3$ ). При увеличении величины давления в секторах ВУ возможно образование т.н. пластического шарнира. В направлении осевой координаты размеры этой зоны незначительны, т. к. они представлены одним рядом ячеек конечно-разностной сетки.

Учитывая полученные результаты для наибольших значений интенсивности напряжений и деформаций, место положения вкладышей в секторах было выбрано симметричным относительно значения осевой координаты  $z=L/2$ . На рис. 4 представлены зависимости максимальных значений интенсивности деформаций  $(e_i)_{\max}$  от толщины  $h$  и длины  $L_{\text{вкл}}$  вкладыша. Толщина вкладыша определяется соотношением:  $h=R_{\text{вкл}}-R_2$ . Кривые 1, 2, 3 построены для случая симметричного расположения вкладыша в секторе ВУ для трёх вариантов значений длины  $L_{\text{вкл}}$ , равных 1,5; 3,5 и 5,0 см соответственно.

Как видно из представленных на рис. 4 результатов, наличие вкладыша приводит к уменьшению значений параметров НДС, в данном случае – величины интенсивности деформаций. При этом следует отметить комплексный характер влияния геометрических параметров вкладыша на этот процесс: чем больше длина  $L_{\text{вкл}}$  вкладыша, тем значительнее уменьшение интенсивности деформаций с увеличением толщины  $h$  по сравнению с вариантом без вкладыша. При выборе геометрии вкладышей необходимо иметь в виду, что увеличение их длины и толщины приводит к увеличению массы секторов ВУ и, как следствие, – к уменьшению скорости метания сборки. Поэтому выбор геометрии вкладыша следует делать по результатам всесторонней оценки её влияния на НДС сектора с учётом изменения массы сборки. В рассмотренных вариантах увеличение массы сборки за счет наличия вкладыша для минимальной и максимальной толщины  $h$  составляет 0,22 и 1,94 % для варианта 1; 0,53 и 4,50 % для

варианта 2; 0,76 и 6,50 % для варианта 3 соответственно. Наибольшие величины максимальных значений интенсивности деформаций  $(e_i)_{\max}$  имеют место на внутренней поверхности  $r=R_2$  секторов как в нижней части вкладыша, так и ниже вкладыша в зоне гребёнки. Величины  $(e_i)_{\max}$ , начиная, примерно, со значения 0,017 и меньше, достигаются на внешней цилиндрической поверхности  $r=R_3$ .

Анализ полученных результатов показал, что верхняя часть вкладышей менее нагружена по сравнению с её нижней частью, как это было в зоне гребёнки секторов при отсутствии вкладыша. Поэтому был рассмотрен вариант несимметричного относительно значения координаты  $z=L/2$  расположения вкладыша, для которого на рис. 4 построена кривая 4. В этом варианте  $Z_{\text{вкл}}^H=5,00$  см и  $Z_{\text{вкл}}^B=8,75$  см, а его длина  $L_{\text{вкл}}=3,75$  см. Увеличение массы сборки для минимальной и максимальной толщины  $h$  составило 0,56 и 4,90 % соответственно, что (для случая максимальной толщины) на 1,6 % меньше, нежели в варианте, представленном кривой 3, в котором длина вкладыша  $L_{\text{вкл}}=5,0$  см. Таким образом, с точки зрения наименьшего увеличения массы метаемой сборки вариант несимметричного расположения вкладыша является предпочтительным по сравнению с вариантом симметричного его расположения относительно координаты  $z=L/2$ .

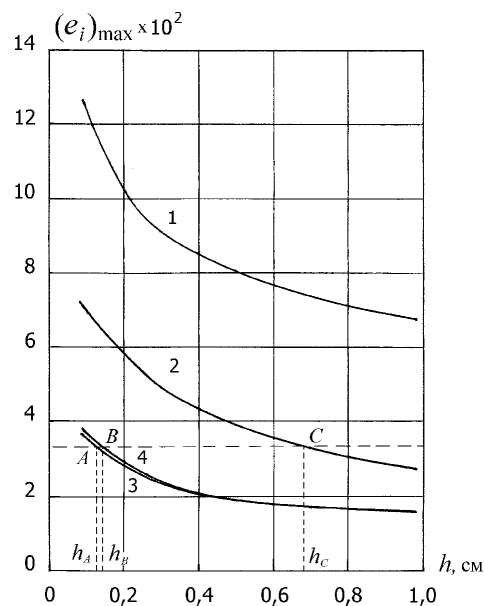


Рис. 4. Зависимости максимальных значений интенсивности деформаций  $(e_i)_{\max}$  в секторе ВУ от геометрических параметров вкладышей

Представленные на рис. 4 результаты позволяют выбирать геометрические параметры вкладыша для получения заранее заданного значения максимальной интенсивности деформаций  $(e_i)_{\max}$  в секторах ВУ. Например, для получения в секторах НДС, интенсивность деформаций при котором не превышала бы величины  $(e_i)_{\max}=0,033$  (это значение на рис. 4 отмечено пунктирной горизонтальной линией), можно воспользоваться следующими вариан-

тами геометрии для вкладыша: 1)  $h=h_A \approx 0,125$  см,  $L_{\text{ВКЛ}}=5,0$  см; 2)  $h=h_B \approx 0,14$  см,  $L_{\text{ВКЛ}}=3,75$  см; 3)  $h=h_C \approx 0,68$  см,  $L_{\text{ВКЛ}}=3,50$  см.

Что касается вероятности появления пластического шарнира, то она, судя по уменьшению объема пластически деформируемого материала сектора, уменьшается.

### 3. Выводы

На основе разработанной численной методики рассмотрены способы уменьшения значений параметров пространственного трёхмерного напряжённо-деформированного состояния ведущего устройства (ВУ) сборки в зоне соединения секторов ВУ и метаемого стержня – т.н. гребёнки. Проведённые ранее исследования, основанные на использовании в качестве материала секторов лёгкого и прочного сплава В95 и достаточно очевидных конструктивных решений – увеличении площади контактной поверхности «стержень-сектор ВУ» за счет изменения длины гребёнки и толщины цилиндрической части секторов, – позволили ценой значительного повышения массы метаемой сборки уменьшить интенсивности деформаций. Отмечается, что эти подходы (особенно второй) для сборки данной геометрии практически уже не позволяют повышать скорость метания за счет увеличения давления газа.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барашков В.Н. Численный анализ деформирования метаемого поддона // Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения: Сб. докл. II научн. конф. Волжского регион. центра РАН, г. Саров, 29 мая – 01 июня 2001 г. – Саров: Изд-во РЯЦ-ВНИИЭФ, 2003. – С. 71–78.
2. Барашков В.Н. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния метаемых сборок // Известия Томского политехнического университета. – 2004. – Т. 307. – № 1. – С. 29–33.
3. Барашков В.Н. Численное моделирование трехмерного упругопластического деформирования секторов ведущего устройства // Известия Томского политехнического университета. – 2004. – Т. 307. – № 4. – С. 22–27.
4. Барашков В.Н. Расчет напряженно-деформированного состояния метаемых элементов и вспомогательных устройств сборки // Внутрикамерные процессы, горение и газовая динамика дисперсных систем: Сб. трудов IV Междунар. школы-семинара. – СПб.: БГУ, 2005. – Т. 2. – С. 50–60.

Предложенное и численно реализованное в работе конструктивное решение для секторов сборки, имеющее целью ужесточение наиболее нагруженной в зоне гребёнки области с помощью выполненных из прочного материала вкладышей, дало положительный эффект. Полученные результаты позволяют ставить и рассматривать вопрос о некоем подобии рационального проектирования геометрических параметров вкладыша секторов ВУ метаемой сборки. Для этого необходимо построить семейство кривых зависимости  $(e)_{\text{max}} = f(L_{\text{ВКЛ}}, h)$  для разных вариантов расположения вкладыша (и не только для вкладыша рассмотренной цилиндрической формы) с целью получения номограммы, пользуясь которой, для заданного значения максимальной интенсивности деформаций  $(e)_{\text{max}}$  можно определить геометрические параметры вкладыша.

Относительно созданной методики следует отметить, что она позволяет получать информацию обо всех параметрах пространственного напряженно-деформированного состояния с точностью до ячейки конечно-разностной сетки при проектировании и оценке прочности не только рассмотренного варианта сборки, но и других конструкций для широкого спектра внешних нагрузок.

*Работа выполнена при частичном финансировании по программе Минобразования РФ «Развитие научного потенциала высшей школы (2006–2008 годы)» (проект РНП 2.1.2. 2398).*