ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. С. М. КИРОВА

Том 277 1977

НОВЫЙ ВАРИАНТ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ПРАВИЛЬНОСТИ СПОСОБА ДЕЛЕНИЯ БЕЗ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОСТАТКА

А. В. ТРИХАНОВ

(Представлена научным семинаром кафедры вычислительной техники)

Известно [1÷3] два основных способа деления:

1) деление с восстановлением остатка (первый способ),
2) деление без восстановления остатка (второй способ).

Для их реализации используется сумматор, в котором перед делением засылается делимое D, регистр частного Ч и регистр делителя d. Относительный сдвиг положительного остатка (делимого в первом цикле) и делителя создается за счет сдвига либо в сумматоре, либо в регистре делителя. Большее распространение имеет последнее.

Устройство деления на основе D и d формирует цифры частного Ч. Если не учитывать знак и целую часть частного, то можно считать, что

$$Ч=0,r_1 r_2 \cdots r_i \cdots r_n, \tag{1}$$

где r_i — цифра i-го разряда частного.

В соответствии с (1)

$$D=dr_1 2^{-1}+dr_2 2^{-2}+\cdots+dr_i 2^{-i}+\cdots+dr_n 2^{-n}. \tag{2}$$

Из (2) следует, что цифра r_1 может определяться на основе остатка $Q_1=D-d\cdot 2^{-1}$ по следующему алгоритму:

$$\text{если } Q_1\geqslant 0, \text{ то } r_1=1, \tag{3}$$

$$\text{если } Q_1<0, \text{ то } r_1=0. \tag{4}$$

При (4) далее следует восстановление предыдущего положительного остатка (делимого в первом цикле):

$$Q_1+d\cdot 2^{-1}=D-d\cdot 2^{-1}+d\cdot 2^{-1}=D. \tag{5}$$

На i-м цикле могут использоваться выражения:

$$Q_i=Q_{i-1}-d\cdot 2^{-i}, \tag{6}$$

$$\text{если } Q_i\geqslant 0, \text{ то } r_i=1, \tag{7}$$

$$\text{если } Q_i<0, \text{ то } r_i=0, \tag{8}$$

$$\text{если } Q_i<0, \text{ то } Q_i+d\cdot 2^{-i}=Q_{i-1}. \tag{9}$$

Выражения (6÷8) составляют основу первого метода деления. Отличительной особенностью первого метода является использование выражения (9).

Второй способ деления при Q_i <0 перед получением цифры $_{i+1}$исключает восстановление последнего положительного остатка Q_{i-1} в соответствии с (9). Взамен этого к Q_i прибавляется сдвинутый дополнительно делитель ($d \cdot 2^{(i+1)}$). Известное доказательство правильности второго способа деления, изложенное в [1] для сдвига в сумматоре, применительно к сдвигу делителя можно было бы изложить следующим образом:

допустим, что $Q_i < 0$, по принятой в этом способе методике получим величину $d \cdot 2^{-(i+1)}$ и прибавим ее к остатку, в результате получим $Q_i + d \cdot 2^{-(i+1)}$. Подставив значение Q_t , будем иметь

$$Q_i + d \cdot 2^{-(i+1)} = Q_{i+1} - d \cdot 2^{-i} + d \cdot 2^{-(i+1)} . \tag{10}$$

После преобразования правой части (10)

$$Q_i + d \cdot 2^{-(i+1)} = Q_{i-1} - d \cdot 2^{-(i+1)} . \tag{11}$$

Видно, что полученный остаток (правая часть равенства) представляет собой разность последнего положительного остатка Q_{i-1} и предварительно сдвинутого делителя для $(i+1)$-го цикла. Следовательно, происходит автоматическое восстановление последнего положительного остатка, относительный сдвиг и вычитание из этого сдвинутого делителя, т. е. то, что предусматривается первым способом.

С нашей точки зрения, более логичным является прямое доказательство, основанное на преобразовании выражения отрицательного остатка Q_i, полученного в соответствии с методикой первого способа. Допустим, что $Q_i < 0$, по принятой в первом способе методике восстанавливается Q_{i-1} $(Q_{i-1} = Q_i + d \cdot 2^{-i})$, производится сдвиг делителя (получается величина $d \cdot 2^{-(i+1)}$) и вычитание его из $Q_{i-1}(Q_{i-1} - d \cdot 2^{-(i+1)})$, в итоге получается Q_{i+1}.

Подставив вместо Q_{i-1} соответствующее выражение, получим

$$Q_{i+1} = Q_i + d \cdot 2^{-i} - d \cdot 2^{-(i+1)} . \tag{12}$$

После преобразований правой части этого выражения получим

$$Q_{i+1} = Q_i + d \cdot 2^{-(i+1)} . \tag{13}$$

Видно, что остаток Q_{i+1} , необходимый для формирования соответствующей цифры частного, можно получить на основе предыдущего отрицательного остатка путем прибавления к нему предварительно сдвинутого делителя.

Поскольку в любом методе деления последний положительный остаток в итоге восстанавливается, в первом методе для этого предусматривается соответствующее действие, а во втором, как отмечается в [1], восстановление происходит автоматически, по нашему мнению, целесообразнее первый метод назвать методом деления с явным восстановлением остатка, второй — методом деления без явного восстановления остатка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. В. Анисимов, В. Н. Четвериков. Основы теории и проектирования ЭЦВМ. М., «Высшая школа», 1970.

2. Ю. В. Гаврилов, А. Н. Пучко. Арифметические устройства быстродействующих ЭЦВМ. М., «Советское радио», 1970.

3. М. А. Карцев. Арифметика цифровых машин. М., Физматгиз, 1970.