

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В СИЛЬНОТОЧНОМ УСКОРИТЕЛЕ ПРЯМОГО ДЕЙСТВИЯ

Г. И. СТАНЕВКО, Н. В. ТРИХАНОВА

(Представлена научным семинаром лаборатории вычислительной техники
и автоматизации НИИ ЯФЭА)

В настоящее время большое практическое и научное значение приобретают высокоинтенсивные электронные пучки, получаемые в мощных ускорителях прямого действия. При разработке таких ускорителей требуется рассчитать оптику ускорителя, обеспечивающую на выходе электронные пучки с заданными характеристиками. Основной проблемой является расчет электрического поля между катодом и анодом и исследование траекторий электронного пучка в процессе ускорения с учетом собственного электромагнитного поля пучка. При достаточно сложной геометрии электродов решить подобную задачу возможно лишь численными методами.

В статье рассматривается применение метода последовательных приближений для исследования распределения электрического потенциала и построения траекторий электронов в процессе ускорения.

Постановка задачи

Пусть электродная система представляется в виде, изображенном на рис. 1, где 1 — анод (плоская пластина, перпендикулярная оси oz), 2 — цилиндрический острый катод с полусферическим окончанием, 3 — наружный проводник, который в общем случае может рассматриваться в виде изолятора с распределенным напряжением или как часть анода.

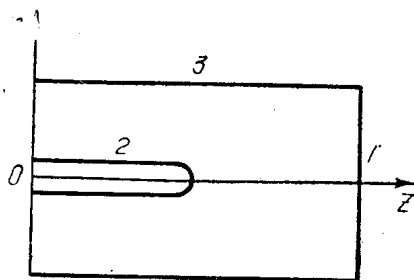


Рис. 1. Сечение электродной системы: 1 — анод, 2 — катод, 3 — наружный проводник.

Введем цилиндрическую систему координат (r, θ, z) , ось которой совпадает с осью симметрии системы электродов. Рассмотрим область D , ограниченную контуром Γ , состоящую из поверхности анода, катода и наружного проводника.

Пусть на поверхности Γ задано некоторое распределение электрического потенциала, значения которого на аноде равны φ , а на катоде — нулю.

Требуется найти распределение потенциала электрического поля внутри области D , а также построить траектории движения электронов в пространстве «катод — анод».

Для высокоинтенсивных электронных пучков, в которых пространственный заряд оказывает существенное влияние на характер движения пучка частиц, потенциал электрического поля определяется решением уравнения Пуассона:

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho(r, z), \quad (1)$$

где $\rho(r, z)$ — плотность пространственного заряда.

Траектории электронов определяются решением уравнения движения:

$$\frac{d(m\bar{v})}{dt} = -e(\bar{E} + [\bar{v} \cdot \bar{B}]), \quad (2)$$

где

m — масса электрона, как функция скорости;

\bar{v} — скорость электрона;

e — заряд электрона;

\bar{E} — напряженность электрического поля, определенная уравнением (1);

\bar{B} — магнитная индукция собственного магнитного поля пучка.

Решение уравнений (1), (2) методом последовательных приближений

Пусть $\varphi^{(n)}, \rho^{(n)}, \bar{E}^{(n)}, \bar{B}^{(n)}, m^{(n)}, \bar{v}^{(n)}$ — значения потенциала электрического поля, плотности пространственного заряда, магнитной индукции собственного магнитного поля пучка, массы и скорости электрона при n -м приближении. Тогда задачу (1), (2) можно представить как итерационную задачу вида

$$\Delta\varphi^{(n)} = -4\pi\rho^{(n)}, \quad (3)$$

$$\frac{d(m\bar{v})^{(n+1)}}{dt} = -e(\bar{E}^{(n+1)} + [\bar{v} \cdot \bar{B}]). \quad (4)$$

Итерационную процедуру (3), (4) следует повторять до тех пор, пока не установится соответствие между скоростью электронов и их траекториями и распределением пространственного заряда в данной области D .

Реализация итерационной задачи (3), (4) на ЭЦВМ.

Рассмотрим сетчатую область D_s , аппроксимирующую область D . Для начала счета необходимо задаться нулевым приближением для распределения потенциала электрического поля внутри области D_s и нулевым приближением для траекторий движения электронов.

В качестве нулевого распределения потенциала электрического поля внутри области возьмем решение уравнения Лапласа

$$\Delta\varphi = 0$$

при заданных значениях электрического потенциала на границе области D_s . Для построения нулевого приближения траекторий движения электронов в области D_s разобьем катод на несколько равных участ-

ков. Допустим, что все траектории электронов, эмиттируемых одним участком катода, подобны и образуют элементарную трубку тока. Величину тока в j -й трубке в n -м приближении обозначим через $I_j^{(n)}$. Будем считать, что этот ток сосредоточен в центре j -й трубки тока, следовательно, ее центральную траекторию можно рассматривать в качестве элементарного луча. В общем случае трубки тока могут пересекаться.

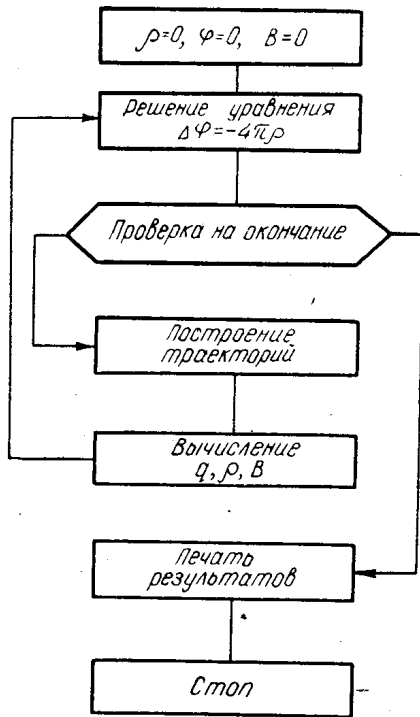


Рис. 2. Блок-схема метода последовательных приближений.

j — номер элементарного луча, проходящего через k -ю ячейку;
 I_j — ток элементарного луча;
 t_{jk} — время пребывания j -го луча в k -й ячейке.

Для построения траекторий при $(n+1)$ -м приближении, т. е. для решения уравнения (4), подсчитываем магнитную индукцию собственного магнитного поля пучка $\vec{B}_{(n)}$ по закону полного тока [2].

С учетом вновь построенных траекторий подсчитываем плотность пространственного заряда следующего приближения по формулам (4), (5) и, решив уравнение (3), находим распределение потенциала электрического поля и т. д.

Процесс итераций необходимо продолжать до выполнения условия

$$|\varphi^{(n+1)} - \varphi^{(n)}| \leq \varepsilon \quad (7)$$

одновременно для всех точек области D_s , где ε — заданная точность расчета.

Вопрос о сходимости метода рассмотрен П. Кирштейном, Г. Кайно, У. Уотерсом [3].

На рис. 2 приведена блок-схема программы. Плотность тока на катоде определялась на основании закона «степени трех вторых», при этом в качестве диодных элементов выбиралась область, находящаяся вблизи катода.

Построим траектории движения электронов в нулевом приближении, решив уравнение (2) без учета собственного магнитного поля пучка и пространственного заряда ($\vec{B}=0$, $\rho=0$).

Для построения последующих приближений для потенциала электрического поля и траекторий движения электронов решаем задачу (3), (4).

Для получения $(n+1)$ приближений для φ , т. е. для решения уравнения (3), подсчитываем плотность пространственного заряда в k -й ячейке области D_s по формуле

$$\rho_k^{(n)}(r, z) = \frac{q_k^{(n)}}{d_k}, \quad (5)$$

где

$d_k^{(n)}$ — объем k -й ячейки,

q_k — заряд, вносимый элементарными лучами в k -ю ячейку при n -м приближении.

Заряд определяется по формуле

$$q_k^{(n)} = \sum_j I_j^{(n)} \cdot t_{jk}^{(n)}, \quad (6)$$

где

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. М., «Мир», 1966.
 2. П. Кирштейн, Г. Кайно, У. Уотерс. Формирование электронных пучков. М., «Мир», 1970.
-