ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. С. М. КИРОВА

Том 277 1977

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В СИЛЬНОТОЧНОМ УСКОРИТЕЛЕ ПРЯМОГО ДЕЙСТВИЯ

Г. И. СТАНЕВКО, Н. В. ТРИХАНОВА

(Представлена научным семинаром лаборатории вычислительной техники и автоматизации НИИ ЯФЭА)

В настоящее время большое практическое и научное значение приобретают высокоинтенсивные электронные пучки, получаемые в мощных ускорителях прямого действия. При разработке таких ускорителей требуется рассчитать оптику ускорителя, обеспечивающую на выходе электронные пучки с заданными характеристиками. Основной проблемой является расчет электрического поля между катодом и анодом и исследование траекторий электронного пучка в процессе ускорения с учетом собственного электромагнитного поля пучка. При достаточно сложной геометрии электродов решить подобную задачу возможно лишь численными методами.

В статье рассматривается применение метода последовательных приближений для исследования распределения электрического потенциала и построения траекторий электронов в процессе ускорения.

Постановка задачи

Пусть электродная система представляется в виде, изображенном на рис. 1, где 1 — анод (плоская пластина, перпендикулярная оси oz), 2 — цилиндрический острийный катод с полусферическим окончанием, 3 — наружный проводник, который в общем случае может рассматриваться в виде изолятора с распределенным напряжением или как часть анода.

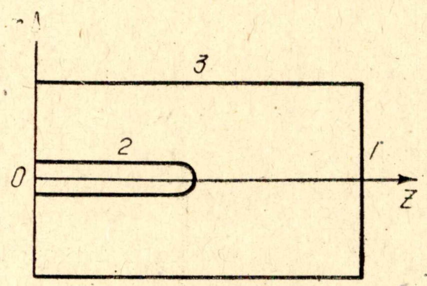

Рис. 1. Сечение электродной системы: 1 — анод, 2 — катод, 3 — наружный проводник.

Введем цилиндрическую систему координат (r, θ, z), ось которой совпадает с осью симметрии системы электродов. Рассмотрим область D, ограниченную контуром Γ, состоящую из поверхности анода, катода и наружного проводника.

Пусть на поверхности Γ задано некоторое распределение электрического потенциала, значения которого на аноде равны φ , а на катоде — нулю.

Требуется найти распределение потенциала электрического поля внутри области D, а также построить траектории движения электронов в пространстве «катод — анод».

Для высокоинтенсивных электронных пучков, в которых пространственный заряд оказывает существенное влияние на характер движения пучка частиц, потенциал электрического поля определяется решением уравнения Пуассона:

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho(r, z), \tag{1}$$

где $\rho(r, z)$ — плотность пространственного заряда.

Траектории электронов определяются решением уравнения движения:

$$\frac{d(m\overline{v})}{dt} = -e(\overline{E} + [\overline{v}\cdot\overline{B}]), \tag{2}$$

где

m — масса электрона, как функция скорости;

$\overline{v}$ — скорость электрона;

e — заряд электрона;

$\overline{E}$ — напряженность электрического поля, определенная уравнением (1);

$\overline{B}$ — магнитная индукция собственного магнитного поля пучка.

Решение уравнений (1), (2) методом последовательных приближений

Пусть $\varphi^{(n)} \rho^{(n)}, \overline{E}^{(n)}, \overline{B}^{(n)}, m^{(n)} \overline{v}^{(n)}$ — значения потенциала электрического поля, плотности пространственного заряда, магнитной индукции собственного магнитного поля пучка, массы и скорости электрона при n-м приближении. Тогда задачу (1), (2) можно представить как итерационную задачу вида

$$\Delta\varphi^{(n)} = -4\pi\rho^{(n)}, \tag{3}$$

$$\frac{d(m\overline{v})^{(n+1)}}{dt} = -e(\overline{E}^{(n+1)} + [\overline{v}\cdot\overline{B}]). \tag{4}$$

Итерационную процедуру (3), (4) следует повторять до тех пор, пока не установится соответствие между скоростью электронов и их траекториями и распределением пространственного заряда в данной области $Д$.

Реализация итерационной задачи (3), (4) на ЭЦВМ.

Рассмотрим сетчатую область $Д_s$, аппроксимирующую область $Д$. Для начала счета необходимо задаться нулевым приближением для распределения потенциала электрического поля внутри области $Д_s$ и нулевым приближением для траекторий движения электронов.

В качестве нулевого распределения потенциала электрического поля внутри области возьмем решение уравнения Лапласа

$$\Delta\varphi = 0$$

при заданных значениях электрического потенциала на границе области $Д_s$. Для построения нулевого приближения траекторий движения электронов в области $Д_s$ разобьем катод на несколько равных участков. Допустим, что все траектории электронов, эмиттируемых одним участком катода, подобны и образуют элементарную трубку тока. Величину тока в j-й трубке в n-м приближении обозначим через $I_j^{(n)}$. Будем считать, что этот ток сосредоточен в центре j-й трубки тока, следовательно, ее центральную траекторию можно рассматривать в качестве элементарного луча. В общем случае трубки тока могут пересекаться.

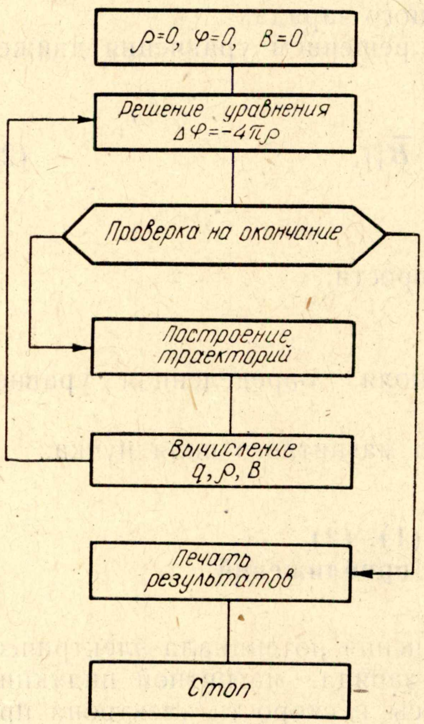

Рис. 2. Блок-схема метода последовательных приближений.

Построим траектории движения электронов в нулевом приближении, решив уравнение (2) без учета собственного магнитного поля пучка и пространственного заряда ($\bar{\boldsymbol{B}}=0$, $\rho=0$).

Для построения последующих приближений для потенциала электрического поля и траекторий движения электронов решаем задачу (3), (4).

Для получения $(n+1)$ приближений для φ, т. е. для решения уравнения (3), подсчитываем плотность пространственного заряда в k-й ячейке области D_s по формуле

$$\rho_k^{(n)}(r,z)=\frac{q_k^{(n)}}{d_k}, \tag{5}$$

где

$d_k^{(n)}$ — объем k-й ячейки,

q_k — заряд, вносимый элементарными лучами в k-ю ячейку при n-м приближении.

Заряд определяется по формуле

$$q_k^{(n)}=\sum_j I_j^{(n)}\cdot t_{jk}^{(n)}, \tag{6}$$

где

j — номер элементарного луча, проходящего через k-ю ячейку;

I_j — ток элементарного луча;

t_{jk} — время пребывания j-го луча в k-й ячейке.

Для построения траекторий при $(n+1)$-м приближении, т. е. для решения уравнения (4), подсчитываем магнитную индукцию собственного магнитного поля пучка $\bar{\boldsymbol{B}}_{(n)}$ по закону полного тока [2].

С учетом вновь построенных траекторий подсчитываем плотность пространственного заряда следующего приближения по формулам (4), (5) и, решив уравнение (3), находим распределение потенциала электрического поля и т. д.

Процесс итераций необходимо продолжать до выполнения условия

$$|\varphi^{(n+1)}-\varphi^{(n)}|\leqslant\varepsilon \tag{7}$$

одновременно для всех точек области D_s, где ε — заданная точность расчета.

Вопрос о сходимости метода рассмотрен П. Кирштейном, Г. Кайно, У. Уотерсом [3].

На рис. 2 приведена блок-схема программы. Плотность тока на катоде определялась на основании закона «степени трех вторых», при этом в качестве диодных элементов выбиралась область, находящаяся вблизи катода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. М., «Мир», 1966.
2. П. Кирштейн, Г. Кайно, У. Уотерс. Формирование электронных пучков. М., «Мир», 1970.