

S-ВОЛНОВОЕ ДВИЖЕНИЕ В ПОТЕНЦИАЛЕ ВУДСА-САКСОНА И ЭНЕРГИИ СВЯЗИ ГИПЕРЯДЕР

В. А. ФИЛИМОНОВ

(Представлена научно-техническим семинаром лаборатории
высоких энергий НИИ ЯФ)

1. Введение

Для объяснения зависимости энергии связи B_Λ гиперядер от массового числа A Иваненко и Колесников [1] предложили модель, по которой движение Λ в ядре рассматривается как движение в некоторой потенциальной яме с глубиной приблизительно одной и той же для всех ядер и радиусом, растущим по закону $R \approx r_0 A^{1/3}$.

В работе [2] было предложено рассматривать глубину ямы как дополнительный параметр, которому должны удовлетворять Λ -нуклонные силы, и считать его равным потенциальной энергии Λ в бесконечном ядерном веществе. Первые вычисления глубины потенциальной ямы на этой основе с разнообразными парными и трехчастичными ΛN потенциалами были проведены в работах [2—4]. В дальнейшем попытки оценить глубину потенциальной ямы по энергиям связи гиперядер и вычислить ее по ΛN -силам предпринимались многими авторами [5—8].

Взаимодействие частицы с ядром во многих случаях оправдано описывать с помощью потенциала Вудса-Саксона. Движение в этом потенциале рассматривалось во многих работах (например, [10—15]). В последнее время были найдены аналитические выражения для волновых функций S -орбитального движения [11—15]. В настоящей статье продолжено исследование S -волнового движения в потенциале Вудса-Саксона. Результаты используются для анализа энергий связи гиперядер. В разделе 2 получены различные представления для волновых функций связанных S -состояний и уравнения для определения собственных значений энергии. В третьем разделе обсуждается вопрос о нахождении размерных параметров для Λ -ядерного потенциала Вудса-Саксона. В разделе 4 по энергиям связи тяжелых гиперядер оценивается глубина потенциальной ямы для Λ -частицы в ядрах с $A=40—100$.

2. Движение в потенциале Вудса-Саксона

Потенциал Вудса-Саксона имеет вид

$$V(r) = -D/[1 + \chi(r)],$$
$$\chi(r) = \exp(r - c)/a.$$
(1)

Величина D не равна глубине потенциальной ямы при $r=0$ и связана с последней соотношением

$$-V(0) = D/[1 + \exp(-c/a)]. \quad (2)$$

Для $c/a \gg 1$ расхождение между $-V(0)$ и D невелико, и поэтому глубиной потенциала Вудса-Саксона можно считать величину D . Параметр a характеризует ширину краевой области, в которой происходит основное падение абсолютной величины потенциала от D до 0. При $a=0$, потенциал (1) переходит в прямоугольную потенциальную яму радиуса c и глубины D . Мы будем пользоваться также безразмерным параметром $\lambda = a/c$, который наиболее подходящим образом характеризует размытость края ядра.

Радиальное s -волновое уравнение Шредингера запишется в виде

$$(1/2 M_{\Lambda}') d^2 u / dr^2 + [E - V(r)] u = 0. \quad (3)$$

В (3) M_{Λ}' — приведенная масса Λ -гиперона и ядра-остова, если потенциал используется для описания взаимодействия Λ с ядром.

Введем обозначения

$$k^2 = -2M_{\Lambda}' E = d^2 \cos^2 \zeta, \quad d^2 = 2M_{\Lambda}' D, \quad x = -1/v = -\exp(c-r)/a \\ s = cd, \quad s_x = s \cos \zeta. \quad (4)$$

Для связанных состояний k — действительно и $0 \geq \zeta < \pi/2$; заметим также, что

$$B_{\Lambda} = -E = D \cos^2 \zeta.$$

Подстановкой

$$u(r) = e^{-kr} \chi(x) \quad (5)$$

(3) преобразуется в уравнение

$$x(1-x)\chi'' + (1-x)(2ka+1)\chi' - a^2 d^2 \chi = 0. \quad (6)$$

Это гипергеометрическое уравнение с параметрами

$$\alpha = a(k + i\sqrt{d^2 - k^2}) = \lambda s e^{i\zeta}, \\ \beta = a(k - i\sqrt{d^2 - k^2}) = \lambda s e^{-i\zeta}, \quad (7) \\ \gamma = i + 2ka = 1 + 2\lambda s \cos \zeta.$$

Уравнение (6) имеет два линейно-независимых решения. При условии $\gamma \neq 0, -1, -2, \dots$ (это условие согласно (7) выполняется всегда) решения можно выбрать следующим образом [16]: первое решение — регулярное в точке $x=0$

$$\chi_1(x) = F(\alpha, \beta; \gamma; x); \quad (8)$$

для второго решения точка $x=0$ является особой

$$\chi_2(x) = x^{-\gamma} F(\alpha - \gamma + 1, \beta - \gamma + 1; 2 - \gamma; x). \quad (9)$$

Общее решение уравнения Шредингера будет

$$u(r) = e^{-kr} (C_1 \chi_1 + C_2 \chi_2). \quad (10)$$

Изменению r от 0 до ∞ соответствует изменение x от $x_0 = -e^{c/a} < -1$ до 0. Входящие в (8) и (9) гипергеометрические функции при $|x| < 1$ можно представлять сходящимися гипергеометрическими рядами. При $r \rightarrow \infty$ гипергеометрические функции стремятся к 1 и общее решение (10) приобретает следующий асимптотический вид

$$u(r \rightarrow \infty) = C_1 e^{-kr} - C_2 e^{-2kc} e^{kr}. \quad (11)$$

Поэтому для случая связанных состояний следует положить $C_2 = 0$.

Решение уравнения (3) должно также удовлетворять граничному условию

$$u(0) = 0 \quad (12)$$

или

$$F(\alpha, \beta; \gamma; -e^{c/a}) = 0. \quad (12a)$$

Условие (12) является уравнением для определения дискретных значений энергий связанных состояний. Так как $e^{c/a} > 1$, то в (12a) нельзя воспользоваться представлением гипергеометрической функции через гипергеометрический ряд. Точно также решение (8) не может быть представлено гипергеометрическим рядом во всей области изменения r . Необходимо либо совершить аналитическое продолжение гипергеометрического ряда из окрестности точки $x=0$ в область $x \geq 1$, либо воспользоваться каким-либо иным представлением гипергеометрических функций.

При условии

$$\operatorname{Re} \gamma > \operatorname{Re} \beta > 0 \quad (13)$$

имеет место интегральное представление Эйлера для всех значений x :

$$F(\alpha, \beta; \gamma; x) = \frac{1}{B(\beta, \gamma - \beta)} \int_0^1 t^{\beta-1} (1-t)^{\gamma-\beta-1} (1-tx)^{-\alpha} dt. \quad (14)$$

Условие (13) выполняется для связанных состояний за исключением случая $a=0$. Выражение (14) приводит к комплексной волновой функции $u(r)$. В то же время известно, что решение радиального уравнения Шредингера в случае связанных состояний может иметь лишь произвольный постоянный комплексный фазовый множитель. Поэтому достаточно взять либо действительную, либо мнимую часть выражения (14):

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} B(\beta, \gamma - \beta) F(\alpha, \beta; \gamma; x) &= \int_0^1 t^{2ad \cos \zeta} \left(\frac{1-t}{t-t^2x} \right)^{ad \cos \zeta} \times \\ &\times \frac{\cos \left[ad \left(\ln \frac{1-t}{t-t^2x} \right) \sin \zeta \right]}{\sin \zeta} dt. \end{aligned} \quad (15)$$

Введением новой переменной $z = ad(\sin \varphi) \ln[(1-t)/t(1-tx)]$ интегралы (15) приводятся к виду более удобному для вычислений; с учетом (10) получаем два представления для радиальной волновой функции:

$$u(r) = A_s \int_0^\infty t(v-1) \left(\frac{t^2 v}{v} \right)^{\lambda \cos \zeta} \frac{\sin z dz}{1+t^2 v/v}, \quad (16)$$

$$u(r) = A_c \int_0^\infty (2-vt-t) \left(\frac{t^2 v}{v} \right)^{\lambda \cos \zeta} \frac{\cos z dz}{1+t^2 v/v}, \quad (17)$$

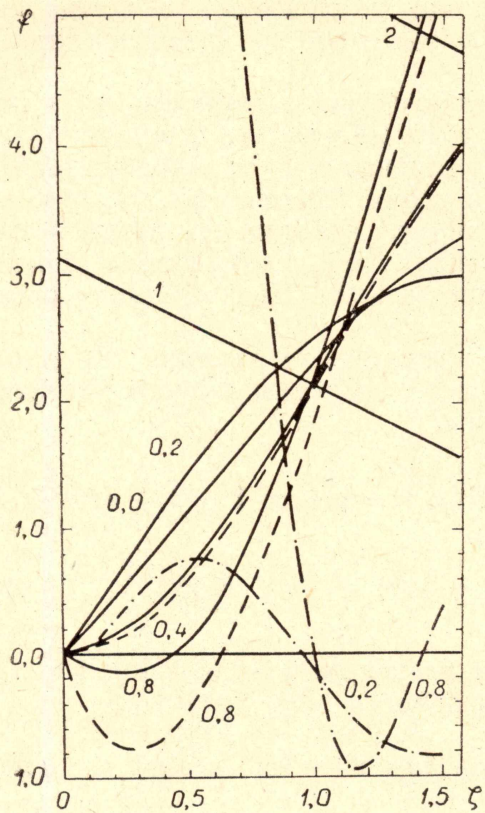
где

$$\begin{aligned} v &= \exp(-z/\lambda s \sin \zeta), \\ t &= 2/[V(v+1)^2 + 4v/v + v + 1] \end{aligned}$$

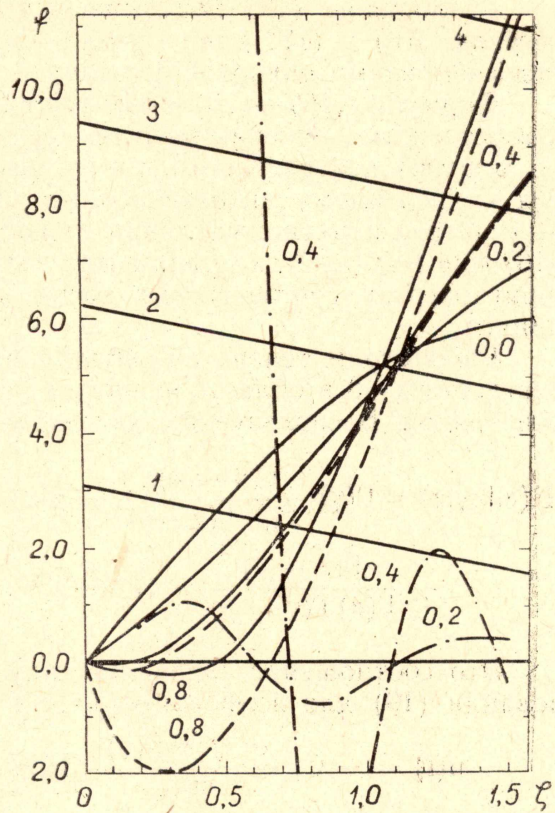
и A_s, A_c — нормировочные постоянные.

Для $v > 1$, т. е. для $r > c$ волновую функцию можно представить в виде разложения по степеням $v^{-1} = \exp(r-c)/a$:

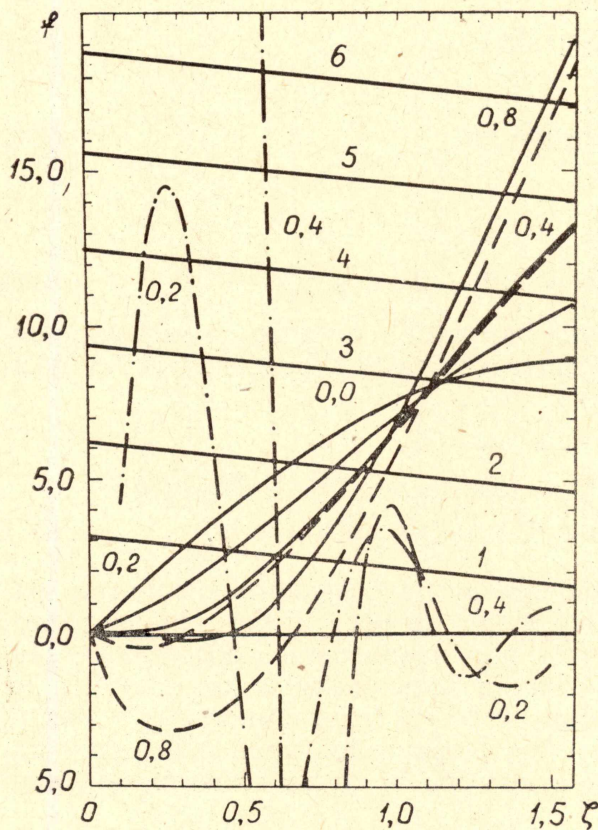
$$\begin{aligned} u(r) &= A_s e^{-k(r-c)} \left\{ \int_0^\infty v^{\lambda s \cos \zeta} \frac{(v-1) \sin z dz}{(1+v)^{2\lambda s \cos \zeta + 1}} - \right. \\ &\left. - 2(1 + \lambda s \cos \zeta) e^{-\frac{(r-c)}{a}} \int_0^\infty v^{1+\lambda s \cos \zeta} \frac{(v-1) \sin z dz}{(1+v)^{2\lambda s \cos \zeta + 3}} + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$



а



б



в

Рис. 1. Графики, иллюстрирующие уравнения для определения собственных значений энергии s -волнового движения в потенциале Вудса-Саксона. Штрих-пунктирные линии — зависимости правой части (16) от ζ при $\gamma=0$; сплошные кривые — зависимости левой части уравнения (23) от ζ ; пунктирные — то же для приближенного уравнения (26). Числа у кривых — значения параметра λ . Наклонные прямые — правые части (25) и (26); у прямых проставлены значения квантового числа n . Для $\lambda = 0,2$ сплошные и пунктирные линии на графиках сливаются. Индексы а, б, в соответствуют $s = 3, s = 6, s = 9$.

Разложение (18) показывает, что, как и следовало ожидать, интегралы (16) и (17) дают правильное асимптотическое поведение представляемой ими волновой функции.

Формулы (16) — (18) позволяют легко получать волновые функции и собственные значения энергии (если только $\lambda \cos \zeta$ не слишком близко к нулю) как основного, так и возбужденных s -состояний, не прибегая к численному интегрированию уравнения Шредингера. На рис. 1 а — в штрих-пунктирные линии иллюстрируют зависимость левой части (16) при $\gamma = 0$ от ζ для различных значений s и λ . Собственным значениям энергии соответствуют точки пересечения этих кривых с осью абсцисс.

Рассмотрим теперь аналитическое продолжение решения (8) в окрестности $x=0$ в область значений $|x| \geq 1$ с помощью гипергеометрических рядов. Воспользуемся соотношением

$$F(\alpha, \beta; \gamma; z) = \Gamma(\gamma) \frac{\Gamma(\beta - \alpha)}{\Gamma(\beta) \Gamma(\gamma - \alpha)} (-z)^{-\alpha} F(\alpha, 1 - \gamma + \alpha; 1 - \beta + \alpha; z^{-1}) + \frac{\Gamma(\alpha - \beta)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\gamma - \beta)} (-z)^{-\beta} F(\beta, 1 - \gamma + \beta; 1 - \alpha + \beta; z^{-1}) \quad (19)$$

Это соотношение сохраняет силу и в пределе $a \rightarrow 0$ и $E \rightarrow 0$. На основании (19) для волновой функции в области $r \leq c$ получаем

$$u(r) = -C_1 \frac{e^{-\lambda s \sin \zeta} \Gamma(\gamma)}{\sin \zeta} [\operatorname{Re} P \sin(rd \sin \zeta) + \operatorname{Im} P \cos kr], \quad (20)$$

$$P = \frac{e^{-i(\zeta + \lambda s \sin \zeta)} \Gamma(1 - 2i\lambda s \sin \zeta)}{\Gamma^2(1 + \lambda s e^{-i\zeta})} F\left(\lambda s e^{i\zeta}, -\lambda s e^{-i\zeta}; 1 + 2i\lambda s \sin \zeta; -e^{\frac{r-c}{a}}\right).$$

Условие квантования энергии

$$\operatorname{Im} P = 0 \quad (21)$$

или

$$\arg P = n\pi, \quad (21a)$$

где n — целое число.

Для $r > c$

$$u(r) = C_1 e^{-kr} F(\lambda s e^{i\zeta}, \lambda s e^{-i\zeta}; 1 + 2\lambda s \cos \zeta; -e^{\frac{c-r}{a}}). \quad (22)$$

Выражения (20) и (22) совместно с (21) дают представление волновой функции через гипергеометрические ряды. Уравнение (21a) можно также записать в виде

$$f(\zeta, \lambda, s) = n\pi - \zeta, \\ f(\zeta, \lambda, s) = \lambda s \sin \zeta - 2 \arg \Gamma(1 + \lambda s e^{i\zeta}) + \arg \Gamma(1 + 2i\lambda s \sin \zeta) - \arg F(\lambda s e^{i\zeta}, -\lambda s e^{-i\zeta}; 1 + 2i\lambda s \sin \zeta; e^{-1/\lambda}). \quad (23)$$

Полученное уравнение отличается от приведенного в работах [13, 14] слагаемым $\arg F$. Поэтому замечание авторов цитированных работ, что ими получено точное уравнение для нахождения собственных значений энергии s -волнового движения в потенциале Вудса-Саксона, не является правильным. При условии $e^{-c/a} \ll 1$ слагаемым $\arg F$ можно пренебречь, в результате получается укороченное уравнение для нахождения собственных значений, в которое не будет входить гипергеометрическая функция:

$$cd \sin \zeta - 2 \arg \Gamma(1 + ad e^{-i\zeta}) + \arg \Gamma(1 + 2iad \sin \zeta) = n\pi - \zeta. \quad (24)$$

При $a \rightarrow 0$ уравнения (23) и (24) переходят в уравнение для прямоугольной потенциальной ямы:

$$s \sin \zeta = p\lambda - \zeta. \quad (25)$$

Рис. 1, а—в иллюстрирует уравнения (23)—(25). Сплошные кривые представляют зависимость левой части (23), а пунктирные — левой части (24) от ζ , прямые — зависимость от ζ правых частей (23) — (25) при различных p . Корни уравнений определяются точками пересечения кривых с прямыми. Корни уравнения (23) для различных значений s_x и λ приведены в табл. 1. Числа в таблице — значения величины $10^4 \cos^2 \zeta$. Эти значения позволяют находить глубину ямы по энергии связи Λ -гиперона путем деления B_λ на $\cos^2 \zeta$ из табл. 1.

Таблица 1
Корни уравнения (12) при $p = 1$ для различных значений s_x и λ . Приведены величины $10^4 \cos^2 \zeta$

s_x/λ	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
0,5	0690	0687	0681	0678	0681	0690	0703	0721
1,0	1955	1937	1900	1863	1834	1817	1812	1815
1,5	3224	3187	3106	3014	2932	2868	2821	2789
2,0	4329	4274	4148	4003	3866	3750	3658	3586
2,5	5244	5174	5011	4819	4635	4473	4339	4231
3,0	5988	5906	5716	5487	5264	5064	4895	4755
3,5	6590	6499	6290	6034	5780	5551	5353	5187
4,0	7077	6982	6760	6485	6209	5955	5735	5547
4,5	7475	7377	7147	6860	6567	6295	6056	5850
5,0	7802	7703	7469	7174	6869	6583	6329	6110
5,5	8073	7974	7739	7439	7126	6830	6564	6333
6,0	8299	8200	7967	7666	7347	7043	6768	6527
6,5	8489	8392	8161	7860	7539	7229	6947	6698
7,0	8650	8555	8328	8029	7706	7392	7104	6848
7,5	8788	8695	8472	8176	7853	7536	7244	6982
8,0	8906	8815	8598	8305	7983	7664	7368	7103
8,5	9008	8920	8708	8419	8098	7779	7480	7211
9,0	9097	9011	8804	8521	8202	7882	7581	7309
9,5	9174	9091	8890	8611	8295	7975	7673	7398
10,0	9242	9162	8966	8692	8379	8060	7756	7480

3. Построение Λ -ядерного потенциала

Будем считать, что приближенно форма Λ -ядерного потенциала $V(r)$ может быть получена путем свертывания распределения плотности уклонов в ядре $\rho(r)$ с Λ -нуклонным потенциалом $v(r)$:

$$V(r) = \int \rho(r') v(r' - r) dr'. \quad (26)$$

Примем, что в (26) $\rho(r)$ и $v(r)$ нормированы на 1. Тогда и объемный интеграл $V(r)$ также равен 1.

В общем случае проведение интегрирования в (26) затруднительно. Поэтому для получения зависимости Λ -ядерного потенциала от r прибегают к приближенным оценкам интеграла (26). В работе [7] была получена связь $V(r)$ с распределением плотности нуклонов в виде

$$V(r) = \left(1 + \frac{\langle r^2 \rangle v}{6} \Delta \right) \rho(r), \quad (27)$$

где $\langle r^2 \rangle v$ — среднеквадратичный радиус ΛN -потенциала и Δ — оператор Лапласа.

Если $\rho(r)$ взять в виде фермиевского распределения

$$\rho(r) = \rho_0 / [1 + \exp(r - c_p) / a_p], \quad (28)$$

то $V(r)$ в (27) не будет иметь вудс-саксоновский вид. Поэтому воспользуемся иным приемом [17]. Будем описывать взаимодействие Λ с ядром потенциалом (1). Параметры s и a этого потенциала найдем из требования, чтобы второй и четвертый моменты потенциала (1) совпали с соответствующими моментами $V(r)$ в (26). Моменты $V(r)$ в (26) можно связать с моментами распределений $\rho(r)$ и $v(r)$, входящих в подинтегральное выражение. Ограничимся рассмотрением моментов четного порядка и примем для них обозначение

$$\langle r^{2n} \rangle_{\varphi} = \int r^{2n} \varphi(r) dr. \quad (29)$$

Введем трехмерное преобразование Фурье

$$\varphi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \tilde{\varphi}(q) e^{iqr} dq. \quad (30)$$

Фурье-образы некоторых простейших распределений приведены в табл. 2. Выражения (26) и (29) с учетом (30) преобразуются к виду

$$\tilde{V}(q) = \tilde{\rho}(q) \tilde{v}(q). \quad (31)$$

и

$$\langle r^{2n} \rangle_{\varphi} = (-1)^n \lim_{q \rightarrow 0} \Delta_q^n \tilde{\varphi}(q). \quad (32)$$

Таблица 2

Трехмерные фурье-образы и моменты простейших распределений. Объемные интегралы пространственных распределений равны 1

$\varphi(r)$	$\tilde{\varphi}(q) = \int \varphi(r) e^{-qr} dr$	$\langle r^2 \rangle_{\varphi}$	$\frac{\langle r^4 \rangle_{\varphi}}{\langle r^2 \rangle_{\varphi}^2}$
$\frac{1}{\pi \sqrt{\pi R^3}} e^{-r^2/R^2}$	$e^{-q^2 R^2/4}$	$\frac{3}{2} R^2$	5/3
$\frac{1}{4\pi R^2 r} e^{-r/R}$	$\frac{1}{1 + q^2 R^2}$	$6R^2$	10/3
$\begin{matrix} 3/4\pi R^3 & r < R \\ 0 & r > 0 \end{matrix}$	$\frac{3(\sin q R - q R \cos q R)}{q^3 R^3}$	$\frac{3}{5} R^2$	25/21
$\frac{1}{8\pi R^3} e^{-r/R}$	$\frac{1}{(1 + q^2 R^2)^2}$	$12R^2$	5/2

Если распределения $\rho(r)$ и $v(r)$ — центрально-симметричные, то и потенциал $V(r)$ в (26) также центрально-симметричен. Для центрально-симметричных распределений упрощается также выражение (32):

$$\langle r^{2n} \rangle_{\varphi} = (-1)^n (2n + 1) \tilde{\varphi}^{(2n)}(0), \quad (33)$$

где $\tilde{\varphi}^{(2n)}(0)$ — значение производной $2n$ порядка по q при $q=0$. На основе (33) и (31) получаем искомую связь моментов распределений $V(r)$, $\rho(r)$ и $v(r)$:

$$\langle r^{2n} \rangle_{v \downarrow} = (2n + 1)! \sum_{k=0}^n \frac{\langle r^{2(n-k)} \rangle_{\rho} \langle r^{2k} \rangle_{v}}{(2n - 2k + 1)! (2k + 1)!}. \quad (34)$$

Из (34) следует

$$\langle r^2 \rangle_{v \downarrow} = \langle r^2 \rangle_{\rho} + \langle r^2 \rangle_{v}, \quad (35)$$

$$\langle r^4 \rangle_{v \downarrow} = \langle r^4 \rangle_{\rho} + \frac{10}{3} \langle r^2 \rangle_{\rho} \langle r^2 \rangle_{v} + \langle r^4 \rangle_{v}. \quad (36)$$

Моменты фермиевского распределения выражаются через параметры c_p и a_p следующим образом [18]:

$$\langle r^{2n} \rangle_p = c_p^{2n} \frac{F_n(\lambda_p)}{F_0(\lambda_p)}, \quad (37)$$

где

$$F_n(\lambda) = \lambda^{2n+3} \int_0^\infty \frac{x^{2n+2} dx}{1 + e^{(x-1/\lambda)}} = \lambda^{2n+3} \left\{ 1/\lambda^{2n+3} (2n+3) + (2n+2)! \times \right. \\ \times \left[\sum_{r=0}^{2n+2} [1 - (-1)^r] [1/\lambda^{2n+2-r} (2n+2-r)! (1 - 2^{-r} \zeta(r+1) - \right. \\ \left. \left. - \sum_{m=1}^\infty (-1)^m e^{-m/\lambda} / m^{2n+3}] \right] \right\}, \lambda_p = a_p/c_p. \quad (38)$$

При $\lambda \ll 1$ имеем

$$F_1/F_0 = (3/5) (1 + 7\pi^2\lambda^2/3), \quad (39)$$

$$F_2/F_0 = (3/7) (1 + 6\pi^2\lambda^2 + 3/\pi^4\lambda^4/3). \quad (40)$$

Если известны второй и четвертый моменты потенциала (1), то параметры c и λ можно найти с помощью следующих формул, вытекающих из выражений (37)–(40):

$$\lambda = \frac{1}{\pi} \left[\frac{(3x - 3 + \sqrt{12(4x/7 - 1)})}{31 - 7x} \right]^{1/2}, \quad (41)$$

$$x = 49 \langle r^4 \rangle_v / 25 \langle r^2 \rangle_v^2.$$

$$c^2 = \frac{5 \langle r^2 \rangle_v}{3(1 + 7y/3)} = \left[\frac{7 \langle r^4 \rangle_v}{3(1 + 6y + 31/y^2/3)} \right]^{1/2}, \quad (42)$$

$$y = \pi^2 \lambda^2.$$

Таким образом, процедура нахождения параметров Λ -ядерного потенциала в форме (1) сводится к следующему. По известным параметрам распределения нуклонов c_p и a_p посредством выражений (37) и (38) находятся второй и четвертый моменты этого распределения. Далее по формулам (35) и (36) определяются моменты Λ -ядерного потенциала. Параметры c и a этого потенциала затем вычисляются с помощью (41) и (42).

Из данных по рассеянию электронов на тяжелых ядрах [18] следует, что

$$c_p = l A^{1/3} - \frac{\pi^2 a_p^2}{3l} A^{-1/3} = 1,123 A^{1/3} - 0,94 A^{-1/3}. \quad (43)$$

При этом параметр $a_p = 0,57$ принимается одинаковым для всех тяжелых ядер. Считается, что стандартное отклонение для l составляет 10% ее величины.

В табл. 3 приведены параметры Λ -ядерного потенциала для различных значений A , полученные с помощью вышеизложенной процедуры. Потенциал Λ -нуклонного взаимодействия $v(r)$ брался в юкавовской форме. Приведены значения c и a , вычисленные для двух радиусов действия юкавовского потенциала, соответствующих обмену двумя π -мезонами и обмену одним K -мезоном. Кроме того, приведены параметры для нулевого радиуса действия, которые совпадают с параметрами фермиевского распределения плотности нуклонов в ядре.

Параметры вудс-саксоновского потенциала для
 Λ -ядерного взаимодействия

A	$V_\lambda + \Delta V_\lambda$ (МэВ)	m	c (фм)	a (фм)	D (МэВ)	σ^2 (МэВ) ²
36±7	21,9±0,4	2m π	3,43	0,73	36,7	8,2
		m κ	3,47	0,62	35,4	7,1
		∞	3,42	0,57	35,3	7,7
64±7	21,9±0,4	2m π	4,23	0,74	32,0	3,4
		m κ	4,27	0,62	31,1	2,9
		∞	4,26	0,57	30,8	2,9
45±6	23,0±0,4	2m π	3,73	0,74	36,0	5,6
		m κ	3,76	0,62	34,8	4,8
		∞	3,73	0,57	34,6	5,0
73±6	23,0±0,4	2m π	4,43	0,75	32,4	2,9
		m κ	4,48	0,62	31,5	2,4
		∞	4,47	0,57	31,2	2,4
53±5	22,5±0,4	2m π	3,95	0,74	34,1	4,2
		m κ	3,99	0,62	33,0	3,6
		∞	3,97	0,57	32,8	3,6
81±5	22,5±0,4	2m π	4,60	0,75	31,2	2,5
		m κ	4,65	0,63	30,4	2,0
		∞	4,64	0,57	30,1	2,0
66±4	22,8±0,4	2m π	4,28	0,74	32,9	3,1
		m κ	4,32	0,62	31,9	2,6
		∞	4,31	0,57	31,6	2,6
94±4	22,8±0,4	2m π	4,85	0,75	30,7	2,0
		m κ	4,90	0,63	30,0	1,7
		∞	4,90	0,57	29,7	1,6
76±2	23,7±0,4	2m π	4,50	0,75	33,0	2,6
		m κ	4,54	0,62	32,1	2,2
		∞	4,53	0,57	31,8	2,1
104±2	23,7±0,4	2m π	5,03	0,75	31,2	1,8
		m κ	5,08	0,63	30,4	1,5
		∞	5,08	0,57	30,2	1,4

Из табл. 3 видно, что учет конечности радиуса действия ΛN -сил слабо влияет на величину c, но существенно изменяет a. Таким образом, увеличение радиуса действия сил приводит главным образом лишь к расширению области, где происходит падение абсолютной величины Λ -ядерного потенциала.

4. Оценка глубины Λ -ядерного потенциала

Для оценки глубины Λ -ядерного потенциала в тяжелых гиперядрах воспользуемся существующими в литературе данными об энергиях связи гиперядер с $A=40-100$. Получение тяжелых гиперядер оказывается возможным благодаря следующему обстоятельству. При взаимодействии K^- -мезона с тяжелым ядром эмульсии Ag или Vg образующиеся Λ и Σ -гипероны могут застрять в остаточном ядре (Σ при этом конвертируются в Λ). Существуют различные методы оценки массы остаточного ядра для каждого конкретного случая захвата K^- . При этом обычно имеет место двусмысленность, так как трудно установить, произошел ли захват на ядре Ag или Vg.

Энергию связи определяют, используя редкие случаи π^- -распадов. Для распадов типа $\pi^- \rightarrow p + \text{ядро}$ отдачи V_λ находят по верхней границе спектра видимой энергии при распаде. Практически это означает, что из совокупности гиперядер с близкими массами выделяют лишь одно гиперядро, у которого V_λ оказалось наименьшим. Найденные

таким образом B_Λ [19] совместно с оцененными значениями A приведены в табл. 3. Заметим, что меньшее значение A соответствует интерпретации гиперядра как образовавшегося на ядре Bg , большее — на ядре Ag .

На основе приведенных в табл. 3 значений B_Λ и параметров Λ -ядерного потенциала были вычислены глубины D по формулам раздела 2. Значения D и величины $\sigma^2 =$

$$= \left| \frac{\partial D}{\partial l} \right|^2 \Delta^2 l + \left| \frac{\partial D}{\partial A} \right|^2 \Delta A^2 + \left| \frac{\partial D}{\partial B_\Lambda} \right|^2 \Delta B_\Lambda^2$$

приведены в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что с ростом радиуса действия ΛN -потенциала глубина ямы, требующаяся для воспроизведения наблюдаемой энергии связи, растет. Это связано с отмеченным выше размазыванием края потенциала при увеличении радиуса ΛN -сил, что приводит к ослаблению общего Λ -ядерного взаимодействия. Увеличение глубины ямы компенсирует это ослабление. Основной вклад в σ^2 дает принятая 10%-ная ошибка в значении l в формуле (43).

Для оценки D_Λ -глубины потенциальной ямы для Λ в ядре воспользуемся методом максимального правдоподобия. Составим для i -го гиперядра величину

$$\varepsilon_i = D_\Lambda - D_i, \quad (44)$$

где D_i -значение D из табл. 3. Примем, что величина ε_i имеет нормальное распределение с дисперсией σ_i^2 , равной значениям σ^2 из табл. 3. Тогда функция правдоподобия для совокупности событий, представленных в табл. 3 запишется в виде

$$F = C \prod_{i=1}^5 \left\{ p [\exp(-\varepsilon_i^{(1)2}/2\sigma_i^{(1)2})/\sigma_i^{(1)}] + (1-p) [\exp(-\varepsilon_i^{(2)2}/2\sigma_i^{(2)2})/\sigma_i^{(2)}] \right\}. \quad (45)$$

Два слагаемых в (45) возникают из-за двузначности в интерпретации случаев. В (45) p — относительная вероятность интерпретации гиперядра как возникшего на ядре Bg , соответственно $(1-p)$ — на ядре Ag . Этим двум интерпретациям соответствуют верхние индексы 1 и 2. Нормировочная постоянная C обычно выбирается таким образом, чтобы в максимуме F было равно 1. В качестве оценки глубины потенциальной ямы будем принимать значение D_Λ , при котором F имеет максимум.

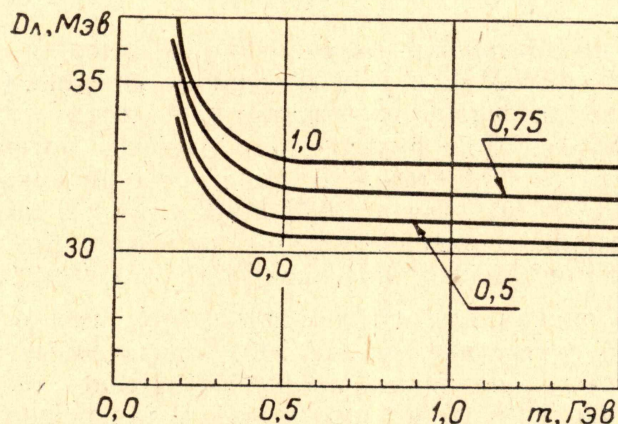


Рис. 2. Зависимость оценок глубины потенциальной ямы для Λ в ядре от массы обменного мезона в ΛN -взаимодействии. Числа у кривых — значения p .

На рис. 2 приведены полученные оценки D_{Λ} в зависимости от массы обмениваемого мезона m , определяющей радиус действия юкавовского потенциала. При $m \geq 600$ МэВ кривые зависимости выходят на плато и оценка D_{Λ} практически становится независимой от радиуса действия ΛN -сил и совпадающей с оценкой при нулевом радиусе.

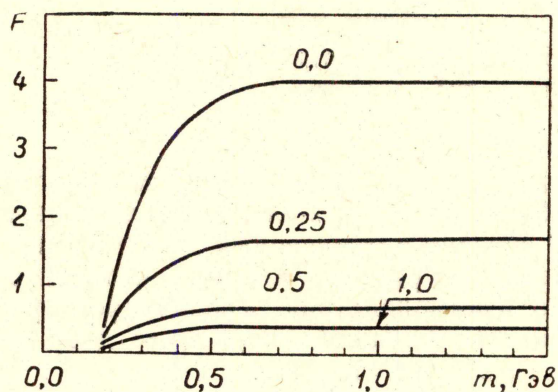


Рис. 3. Зависимость максимальных значений функции правдоподобия от массы обменного мезона. Числа у кривых — значения r .

На рис. 3 представлена зависимость максимальных значений функции F (ненормированной) от массы мезона. Максимальные значения F растут с увеличением m . Рост практически прекращается при $m \geq 600$ МэВ. Поэтому для массы обмениваемого мезона получаем оценку $m \geq 600$ МэВ. Масса $m \approx 600$ МэВ приблизительно совпадает со средним значением удвоенных масс K и π -мезона: $m_K + m_{\pi} = 633$ МэВ. Заметим также, что это значение массы совпадает с величиной массы, приписываемой обычно скалярному мезону. В работах [2, 3] было показано на основе мезонной модели ΛN -сил, что основной вклад в потенциальную энергию Λ в ядерном веществе дает обмен двумя π и обмен двумя K -мезонами. Возможно, что юкавовский потенциал с $m \approx m_K + m_{\pi}$ воспроизводит эффект этих двух процессов обмена. Наибольших значений F достигает при $r=0$, т. е. при предположении, что представленные в табл. 3 гиперядра образованы на наиболее тяжелом ядре эмульсии — ядре Ag . Поэтому оценку D_{Λ} предпочтительней проводить при $r=0$.

На рис. 4 представлена нормированная функция правдоподобия при $m = m_K + m_{\pi} = 633$ МэВ и $r=0$ (сплошная кривая). Отрезок внутри кривой определяет интервал, соответствующий одному стандартному отклонению. На основе этой функции для глубины потенциальной ямы получаем оценку $D_{\Lambda} = 30,6 \pm 0,6$ МэВ. На том же рисунке показана также зависимость F от D_{Λ} для $m = 633$ МэВ и $r=1/2$ (пунктирная кривая). Предположение о равновероятной роли ядер Ag и Bg в данных табл. 3 приводит к несколько иной оценке: $D_{\Lambda} = 31,0 \pm 0,9$ МэВ.

Полученная оценка глубины потенциальной ямы основывается на очень небольшой статистике. Кроме того, приведенные в табл. 3 значения D_{Λ} следует рассматривать лишь как верхние границы энергии связи. Поэтому оценка глубины ямы может в дальнейшем при увеличении и уточнении экспериментальных данных несколько измениться. Рассмотренный здесь метод способен при большем объеме экспериментального материала дать сведения не только о глубине потенциальной ямы для Λ -гиперона, но и некоторую информацию о радиусе действия

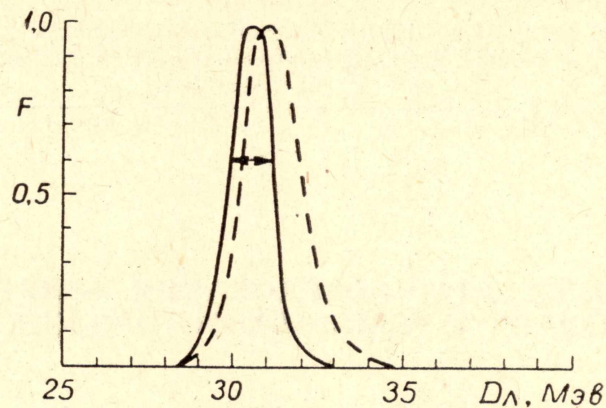


Рис. 4. Нормированная функция правдоподобия в зависимости от D_L при $p=0$ — сплошная кривая и при $p=1/2$ — пунктирная кривая. Отрезок внутри кривой определяет интервал, соответствующий одному стандартному отклонению.

ΛN -сил, размере ядер и прочих величинах, от которых может зависеть энергия связи Λ -гиперона в ядре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Д. Иваненко, Н. Н. Колесников. ЖЭТФ, **30**, 800, 1956.
2. В. А. Филимонов. Изв. вузов, «Физика», № 6, 61, 1959.
3. В. А. Филимонов. ЖЭТФ, **36**, 1569, 1959.
4. В. А. Филимонов. Изв. вузов, «Физика», № 4, 222, 1960.
5. J. D. Walecka. Nuovo Cim., **16**, 342, 1960.
6. Д. Д. Иваненко, В. А. Люлька, В. А. Филимонов. УФН, **68**, 663, 1959.
7. А. М. Кольчужкин, Н. Н. Колесников. Изв. вузов, «Физика», № 4, 19, 1963.
8. A. R. Bodmer, S. Sampanthar. Nucl. Phys., **31**, 251, 1962.
9. D. M. Rote, A. R. Bodmer. Nucl. Phys., **A 148**, 97, 1970.
10. П. Е. Немировский. ЖЭТФ, **33**, 746, 1957.
11. T. Ishidzu. Progr. Theor. Phys., **40**, 796, 1968.
12. C. Ganguly. Ind. J. Phys., **44**, 253, 1970.
13. A. Deloff. Nucl. Phys., **B 27**, 149, 1971.
14. A. Deloff, J. Pniewski. Nucl. Phys., **B 32**, 453, 1971.
15. В. А. Филимонов. ЯФ, **15**, 334, 1972.
16. H. Bateman. Higher Transcendental Functions Mc Graw Hill Book Company, Inc., New-York, Toronto, London, 1953.
17. B. W. Downs, P. D. Hunz. Proc. Inter. Conf. Hypernuclear Phys. at Argonne Nat. Lab., 796, 1969.
18. Л. Элтон. Размеры ядер. М., ИЛ., 1962.
19. D. P. Goyal. Nucl. Phys., **83**, 639, 1966.