ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 278 1975

АЛГЕБРА ТОКОВ И НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ πN-РАССЕЯНИЕ

Г. М. РАДУЦКИЙ, А. Н. ТАБАЧЕНКО

(Представлена научно-техническим семинаром лаборатории высоких энергий НИИ ЯФ)

Метод алгебры токов основывается на свойствах векторного и аксиально-векторного тока. Основными гипотезами являются сохранение векторного тока (CVC), частичное сохранение аксиально-векторного тока (PCAC) и одновременные коммутационные соотношения, которые определяют алгебру токов (CCR). Эти предположения относительно свойств векторного и аксиально-векторного токов впервые позволили с единой точки зрения подойти к проблеме слабых, электромагнитных и сильных взаимодействий.

Гипотезы алгебры токов в приближении мягких пионов (т. е. пионов, импульс и масса которых равны нулю или близки к нему) приводят к низкоэнергетическим теоремам для амплитуд различных пионных процессов. При сравнении результатов этих теорем с экспериментом существенную роль играет предположение о медленном изменении матричных элементов при переходе к 4 импульсам физических частиц. Можно поэтому ожидать, что модель мягких пионов применима только для описания пороговых явлений. Кроме того, аппроксимация физических амплитуд матричными элементами реакций с мягкими пионами в ряде случаев приводит к неоднозначному результату.

В последнее время были предложены различные методы вычисления амплитуд реакций без использования экстраполяции по импульсу пиона, в которых с самого начала имеют дело с физическими или жесткими пионами [1—7]. Важный шаг в этом направлении впервые сделал Вайнберг [1], который рассматривал правила сумм для спектральных функций векторного и аксиально-векторного токов в приближении одномезонной доминантности. В дальнейшем, используя идею работы [1], Шнитцер и Вайнберг [2] сформулировали метод алгебры токов с жесткими пионами, основанный на тождествах Уорда. В этом методе в дополнение к гипотезам алгебры токов CVC, PCAC, CCR принимается, что а) суммы по промежуточным состояниям в вакуумных средних Т-произведений векторного и аксиально-векторного токов насыщаются низколежащими одномезонными состояниями; б) вершинные функции частиц могут быть аппроксимированы полиномами конечной степени по импульсам.

Арновитт, Фридман, Нас и Суитор [3] показали, что эти динамические предположения вместе с требованиями локальности токов при вычислении вакуумных средних Т-произведений токов эквивалентны принятию тождеств ток-поле и использованию эффективного мезон-мезонного лагранжиана в приближении диаграмм типа «деревьев» и «чаек». Употребление наинизшего порядка теории возмущений является не приближением слабой связи, а лишь алгоритмом, обеспечивающим одночастичное насыщение.

В работах [8, 9] модель алгебры токов, предложенная Арновиттом и др. [3], основанная на эффективных лагранжианах, описывающих взаимодействие π, ρ, A_1, σ-мезонов, обобщается на систему частиц, включающую также нуклоны и Δ (1236)-резонанс. Для указанной системы частиц были построены эффективные лагранжианы взаимодействия, позволяющие вычислять амплитуды различных мезон-барионных реакций. В частности, в работах [10, 11] с помощью таким образом построенных эффективных лагранжианов рассмотрено низкоэнергетическое πN-рассеяние.

Низкоэнергетическое πN-рассеяние является одним из наиболее изученных экспериментально процессов. Применение алгебры токов с мягкими пионами к πN-рассеянию позволяет получить ряд интересных экспериментально проверяемых результатов. Сюда, в первую очередь, нужно отнести вычисление Вайнбергом и рядом других авторов [12] S-волновых длин πN-рассеяния. Особенностью результата Вайнберга и др. является то, что он не зависит от каких-либо модельных представлений относительно амплитуды аксиально-векторного рассеяния и есть следствие только алгебры токов и гипотезы PCAC.

Как было показано Шнитцером [13] и Раманом [14] в случае P-волновых длин πN-рассеяния и S-волновых эффективных радиусов, важную роль приобретает амплитуда аксиально-векторного рассеяния. Аппроксимация ее вклада за счет нуклона и Δ (1236)-резонанса приводит к удовлетворительному описанию изоспин нечетных P-волновых длин рассеяния. Однако включение Δ (1236)-резонанса нарушает согласие с экспериментом изотопически симметричной S-волновой длины рассеяния $a^{(+)}{}_{0+}$, полученной Вайнбергом, если не учитывать скалярный член. Его учет снова дает нужный результат для $a^{(+)}{}_{0+}$ и одновременно улучшает согласие с экспериментом изоспин-четных P-волновых длин рассеяния. Возникает согласованный способ вычисления S- и P-волновых длин и S-волнового эффективного радиуса πN-рассеяния.

В рассматриваемых выше подходах к πN-рассеянию общим является использование того или иного способа экстраполяции от амплитуды с импульсами $k=q=0$ к амплитуде с физическими значениями четырех-импульсов пионов. Как мы уже видели ранее, гипотеза экстраполяции неудовлетворительна по ряду причин. Тот факт, что при вычислении параметров низкоэнергетического πN-рассеяния с использованием различных способов экстраполяции к физическим амплитудам результаты отличаются незначительно указывает просто на то, что в области пороговых явлений это различие составляет величины порядка $\frac{m_\pi^2}{m_N^2}$. Последнее может, однако, оказаться не так в области энергии выше порога. Кроме того, неоднозначность сама по себе неудовлетворительна, так как неясно, что же на самом деле проверяется экспериментом — процедура экстраполяции или следствия алгебры токов.

Низкоэнергетическое πN-рассеяние с амплитудами на массовой поверхности было рассмотрено в ряде работ [15—17]. Рей и Осиповский [17] для описания πN-рассеяния использовали алгебру токов в рамках гипотезы одночастичной доминантности. В работе [16] впервые применен метод тождества Уорда, разработанный Вайнбергом и Шнитцером, к вычислению параметров низкоэнергетического πN-рассеяния. При этом дополнительно предполагался вид коммутаторов векторного и аксиально-векторного токов с нуклонными полями. Полученные результаты для изоспин-нечетных S- и P-волновых длин рассеяния и S-волнового эффективного радиуса удовлетворительно согласуются с экспериментом. Несколько хуже получились значения параметров, связанных с изоспин-четной амплитудой. Хотя в распоряжении Рея [16] имелись два свободных параметра, ему не удалось получить удовлетворительный результат сразу для всех четырех изоспин-четных параметров.

Осиповский [17], основываясь на методе тождества Уорда вместе с дополнительным предположением о виде коммутатора векторного и аксиально-векторного токов с нуклонными полями, получил S- и P-волновые длины рассеяния и S-волновые эффективные радиусы, а также значение парциальных амплитуд при кинетической энергии пионов 58 МэВ. В отличие от Рея в работе Осиповского был учтен вклад σ-мезона с помощью σ-коммутатора, а амплитуда πN-рассеяния рассматривалась с точностью до второго порядка по импульсам. Это приводит к появлению 5 неизвестных параметров в амплитуде, которая описывает восемь величин: S-волновые длины $a^{(\pm)}{}_{0+}$, P-волновые длины, $a^{(\pm)}{}_{1\pm}$ и S-волновые эффективные радиусы $R^{(\pm)}$. В результате ему удалось получить значение параметров πN-рассеяния, а также амплитуды при кинетической энергии пиона 58 МэВ, которые хорошо согласуются с экспериментом.

В методе алгебры токов, основанном на использовании эффективных лагранжианов [8, 9] низкоэнергетическое πN-рассеяние описывается следующим лагранжианом взаимодействия:

$$L_I = L_{(3)} + L_{(4)}, \tag{1}$$

где

$$\begin{aligned} L_{(3)} = {} & \varepsilon_{abc}\left\{g_{\pi\pi\rho}\, v_{\mu b}\, \varphi_c{}^{\mu}\varphi_a + \frac{1}{2}\lambda_{\pi\pi\rho}\,\varphi_{\lambda b}\, G^{\lambda\mu}{}_c\,\varphi_{\mu a}\right\} + \frac{1}{2} g_{\pi\pi\sigma}\varphi_a\varphi_a\sigma + \\ & + \frac{1}{2}\lambda_{\pi\pi\sigma}\varphi_a{}^{\mu}\varphi_{\mu a}\sigma + i f_{NN\pi}\bar{\psi}\gamma^5\tau_a\psi\varphi_a + i\lambda_{NN\pi}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\gamma^5\tau_a\psi\varphi_{a\mu} + \\ & + d_{\Delta N\pi}\{\bar{\psi}(3g^{\nu\mu} + \sigma^{\nu\mu})T_a{}^{+}\bar{\psi}_\nu + \vec{\psi}_\nu(3g^{\nu\mu} - \sigma^{\nu\mu}T_a)\psi\}\varphi_{a\mu} + \\ & + i g_{NN\rho}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\tau_a\psi v_{\mu a} + \frac{i}{2}\lambda_{NN\rho}\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\tau_a\psi G^{\mu\nu}{}_a, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{(4)} = {} & \frac{1}{2F_\pi}\left\{f_{NN\pi} - \frac{b_{NN\sigma}}{\lambda_1}\right\}\bar{\psi}\psi\varphi_a\varphi_a + \left(\frac{\lambda_{NN\pi}}{F_\pi} - \frac{m^2{}_\rho}{2g^2{}_\rho}\right)\times \\ & \times\bar{\psi}\gamma^{\mu}\frac{1}{2}[\tau_b\tau_a]\psi\varphi_{\mu b}\varphi_a. \end{aligned}$$

Здесь ψ, ψ_ν, $v_{\mu a}$, φ_a, σ — феноменологические гайзенберговские интерполирующие поля изобары Δ (1236), нуклона N и ρ, π и σ-мезонов, параметр λ_1 описывает взаимодействие σ-мезона с π и A_1-мезонами.

Структура $\Delta N\pi$ вершины записана с учетом требования, чтобы πN-система взаимодействовала только с 3/2 частью поля Δ как на массовой, так и вне массовой поверхности.

Часть лагранжиана взаимодействия $L_{(3)}$ дает вклады в низкоэнергетическое πN-рассеяние за счет обмена σ, ρ, N, Δ частицами в прямом и перекрестных каналах, а $L_{(4)}$ представляет собой контактное взаимодействие. Вид лагранжиана L_I следует из основных предположений модели [8, 9], в которой наряду с SU (2)$\times$SU (2) алгеброй векторного $V_{a\mu}$ и аксиально-векторного $A_{a\mu}$ токов, коммутаторами барионного поля ψ с токами

$$\delta(x^0 - y^0)\,[V^0{}_a(x), \psi(y)] = -\delta^{(4)}(x-y)\frac{\tau_a}{2}\psi(x) + c - \mathrm{No}\cdot S\cdot T,$$

$$\delta(x^0 - y^0)\,[A^0{}_a(x), \psi(y)] = -\delta^{(4)}(x-y)\frac{\tau_a}{2}\gamma^5\psi(x) + c - \mathrm{No}\cdot S\cdot T$$

гипотезами CVC и PCAC принимаются два предположения динамического характера: а) суммы по промежуточным состояниям в вакуумных средних T-произведений токов и барионных полей насыщаются одночастичными состояниями π, ρ, A_1, σ-мезонов и Δ, N-барионов; б) вершинные функции частиц аппроксимируются полиномами конечной степени по импульсам. Алгебра токов, гипотезы CVC и PCAC накладывают ряд ограничений на константы связи, входящие в лагранжиан L_I. Мезон-мезонные константы выражаются через три свободных параметра: аномальный магнитный момент A_1 мезона и параметры, описывающие взаимодействие σ-мезона с π и A_1-мезонами. Два из них определены Арновиттом и др. [3], исходя из ширины распада $\rho \to 2\pi$ и анализа $\pi\pi$-рассеяния. Мезон-барионные константы выражаются через пион-нуклонную константу связи $g = 13,5$ и магнитный форм-фактор нуклона [8]. Наконец, константу $d_{\Delta N\pi}$ можно найти из экспериментального значения ширины распада Δ (1236).

Используя лагранжиан взаимодействия (1) можно получить амплитуды ($A^{(\pm)}$, $B^{(\pm)}$uπN-рассеяния, которые определяются следующим образом:

$$<Np_2\,;\ \pi q_2 b\ \mathrm{ont}/Np_1\,;\ \pi q_1\ \mathrm{ain}> = -i(2\pi)^4\,\delta(p_2+q_2-p_1-q_1)\frac{1}{(2\pi)^6}\times$$

$$\times\frac{m_N}{\sqrt{4q_1^0,\ p_1^0,\ q_2^0\ p_2^0}}\,\bar{u}(p_2)\Big\{-A^{(+)}(s,t,u)\,\delta_{ba}-A^{(-)}(s,t,u)\frac{1}{2}[\tau_b\tau_a]+$$

$$+\,i\,\frac{\hat{q}_1+\hat{q}_2}{2}\left(B^{(+)}(s,t,u)\,\delta_{ba}+B^{(-)}(s,t,u)\frac{1}{2}[\tau_b\tau_a]\right\}u(p_1).$$

Выражения для различных вкладов в амплитуды за счет ρ, σ-мезонов, нуклона, изобары Δ (1236) и лагранжиана контактного взаимодействия $L_{(4)}$ имеют вид:

от ρ-обмена

$${}_{\rho}A^{(+)} = {}_{\rho}B^{(+)} = 0\,,$$

$${}_{\rho}A^{(-)} = \frac{s-u}{2}\lambda_{NN\rho}\frac{2g_{\pi\pi\rho}-m^2_{\rho}\lambda_{\pi\pi\rho}}{m^2_{\rho}-t}\,,$$

$${}_{\rho}B^{(-)} = (g_{NN\rho}-2m_N\lambda_{NN\rho})\frac{2g_{\pi\pi\rho}-m^2_{\rho}\lambda_{\pi\pi\rho}}{m^2_{\rho}-t}+g_{NN\rho}\lambda_{\pi\pi\rho}\,;$$

от σ-обмена

$${}_{\sigma}A^{(+)} = b_{NN\sigma}\frac{g_{\pi\pi\sigma}+\dfrac{t-2m^2_{\pi}}{2}\lambda_{\pi\pi\sigma}}{m^2_{\sigma}-t}\,,$$

$${}_{\sigma}A^{(-)} = {}_{\sigma}B^{(\pm)} = 0\,;$$

от N-обмена

$${}_{N}A^{(+)} = -4f_{NN\pi}\lambda_{NN\pi}+4m_N\lambda^2_{NN\pi}\,,$$

$${}_{N}A^{(-)} = 0\,,$$

$${}_{N}B^{(+)} = g^2\left(\frac{1}{m_N^2-s}-\frac{1}{m^2_N-u}\right),$$

$${}_{N}B^{(-)} = g^2\left(\frac{1}{m_N^2-s}+\frac{1}{m_N^2-u}\right)-2\lambda^2_{NN\pi}\,,$$

где $g = f_{NN\pi}-2m_N\lambda_{NN\pi}$ — есть обычная константа πN-взаимодействия, $g^2/4\pi = 14,4$ [8];

от Δ-обмена

$$
{}_{\Delta}A^{(+)} = -\frac{2}{3}\, d^2_{\Delta N\pi}\left[\frac{f(s,t)}{m_\Delta^2 - s} + \frac{f(u,t)}{m_\Delta^2 - u}\right],
$$

$$
{}_{\Delta}A^{(-)} = \frac{1}{3}\, d^2_{\Delta N\pi}\left[\frac{f(s,t)}{m_\Delta^2 - s} - \frac{f(u,t)}{m_\Delta^2 - u}\right],
$$

$$
{}_{\Delta}B^{(+)} = \frac{2}{3}\, d^2_{\Delta N\pi}\left[\frac{g(s,t)}{m_\Delta^2 - s} - \frac{g(u,t)}{m_\Delta^2 - u}\right],
$$

$$
{}_{\Delta}B^{(-)} = -\frac{1}{3}\, d^2_{\Delta N\pi}\left[\frac{g(s,t)}{m_\Delta^2 - s} + \frac{g(u,t)}{m_\Delta^2 - u}\right].
$$

Здесь

$$
\begin{aligned}
f(s,t) = {} & -8(m_\Delta + m_N)(t - 2m_\pi^2) + (m_N^2 - s)(4m_\Delta + 6m_N) + \\
& + \frac{4}{3m_\Delta}\left[-s^2 + s(m_N^2 - 4m_\pi^2) + 4m_\pi^2(m_N^2 - m_\pi^2)\right] + \\
& + \frac{2}{3}\frac{m_N}{m_\Delta^2}\left[-3s^2 + s(7m_N^2 - 8m_\pi^2) - 4(m_N^2 - m_\pi^2)^2\right],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g(s,t) = {} & 8(t - m_\pi^2) - 2(m_N^2 - s) - m_N(8m_\Delta + 12m_N) + \\
& + \frac{8m_N}{3m_\Delta}(s - 2m_N^2 + 2m_\pi^2) + \\
& + \frac{2}{3m_\Delta^2}\left[s^2 - s(3m_N^2 - 4m_\pi^2) + 4(m_N^2 - m_\pi^2)^2\right].
\end{aligned}
$$

Наконец, вклад от лагранжиана контактного взаимодействия равен:

$$
{}_{K}A^{(+)} = \frac{f_{NN\pi}}{F_\pi} - \frac{b_{NN\sigma}}{F_\pi \lambda_1},
$$

$$
{}_{K}A^{(-)} = {}_{K}B^{(+)} = 0,
$$

$$
{}_{K}B^{(-)} = \frac{2\lambda_{NN\pi}}{F_\pi} - \frac{m^2_\rho}{g^2_\rho}.
$$

Вклады в амплитуды от обмена ρ, N и Δ (1236) частицами не зависят от свободных параметров, а вклады в изоспин-четные амплитуды от σ-мезона и контактного члена выражаются через два свободных параметра $b_{NN\sigma}$ и λ_1. Выписанные выше амплитуды позволяют найти S и P-длины рассеяния, а также энергетическую зависимость S- и P-фаз πN-рассеяния от энергии π-мезона.

Таблица 1

Параметры	ρ-мезонный вклад	Нуклонный вклад	Контактный член	Вклад Δ (1236)	Общий результат	Суммарный вклад с учетом σ-мезона	Эксперимент [18]	[19]	[20]	[21]
$a_{0+}^{(+)}$	0	—1,037	1,027	—0,050	—0,063	—0,007	—0,002	—0,012	—0,009	0
$a_{1-}^{(+)}$	0	—0,101	—0,006	0,038	0,069	—0,057	—0,059	—0,036	—0,055	
$a_{1+}^{(+)}$	0	0,054	0	0,073	0,127	0,134	0,134	0,134	0,136	
$R^{(+)}$	0					—0,049	—0,042			
$a_{0+}^{(-)}$	0,076	0,131	—0,130	0,001	0,078	0,078	0,086	0,085	0,093	0,099
$a_{1-}^{(-)}$	0,023	—0,044	—0,010	0,019	—0,012	—0,012	—0,021	—0,003	—0,013	
$a_{1+}^{(-)}$	—0,005	—0,054	0	—0,027	—0,086	—0,086	—0,081	—0,081	—0,081	
$R^{(-)}$						0,013	0,010			

В табл. 1 представлены численные значения различных вкладов в S- и P-волновые длины πN-рассеяния, S-волновые эффективные радиусы, полученные в [10, 11], а также соответствующие экспериментальные данные. Значение $a^{(-)}_{0+}$ в основном дается ρ-мезонным вкладом, величина которого пропорциональна G^{-2}_{A}, что хорошо согласуется с экспериментом и совпадает с результатом метода алгебры токов с мягкими пионами для изоспин-нечетной S-волновой длины рассеяния. Второе слагаемое в $a^{(-)}_{0+}$ возникает за счет суммы нуклонной ${}_{N}B^{(-)}_{0}$ и контактной ${}_{K}B^{(-)}_{0}$ амплитуд. Особенностью этой величины является то, что она очень мала по сравнению с ρ-мезонным слагаемым, хотя по отдельности нуклонный и контактный вклады на порядок превышают ρ-мезонный член. Другой особенностью результата для $a^{(-)}_{0+}$ длины рассеяния является компенсация между вкладами Δ (1236)-резонанса в $A^{(-)}_{0}$ и $B^{(-)}_{0}$, каждый из которых по отдельности на два порядка превышает ρ-мезонное слагаемое.

Длина рассеяния $a^{(-)}_{1+}$ определяется в основном вкладом нуклона и изобары Δ (1236). Эта величина достаточно хорошо согласуется с экспериментом. Имеется также разумное согласие с экспериментом для $a^{(-)}_{1-}$ длины рассеяния.

Аналогично, в изоспин-четной S-волновой длине рассеяния $a^{(+)}_{0+}$ нуклонный и контактный члены почти полностью сокращают друг друга, хотя по отдельности они велики. В отличие от $a^{(-)}_{0+}$ длины рассеяния в $a^{(+)}_{0+}$ нет компенсации вкладов Δ (1236)-резонанса в $A^{(+)}_{0}$ и $B^{(+)}_{0}$.

Из-за слишком большой величины Δ (1236)-резонансного вклада и сокращения нуклонного и контактного членов, $a^{(+)}_{0+}$ без учета слагаемого, связанного с σ-мезонным параметром, плохо согласуется с экспериментом. Вследствие неопределенности σ-мезонных параметров, комбинацию этих констант можно найти из условия совпадения теоретической величины $a^{(+)}_{0+}$ с ее экспериментальным значением.

Для P-волновой длины рассеяния $a^{(+)}_{1+}$ без учета σ-мезона получается заниженный результат по сравнению с экспериментом. Снова можно найти комбинацию σ-мезонных параметров из условия совпадения экспериментального и теоретического значения

Тогда P-волновая длина рассеяния $a^{(+)}_{1-}$ полностью определяется через известные величины. При этом учет вклада σ-мезона улучшает предсказание $a^{(+)}_{1-}$, приближая ее к экспериментальному значению.

Определение σ-мезонных параметров за счет $a^{(+)}_{0+}$ и $a^{(+)}_{1+}$ [10, 11] приводит к инвариантным амплитудам, записанным через известные величины. Это позволяет вычислить S-волновые эффективные радиусы и найти парциально-волновые амплитуды как функции кинетической энергии π-мезона.

Вычисление S-волновых эффективных радиусов $R^{(\pm)}$ с полученными значениями параметров взаимодействия σ-мезона приводит к $R^{(\pm)}$, которые, как видно из табл. 1, не противоречат данным Гамильтона и Вулкока [18].

Для нахождения энергетической зависимости фаз в [10, 11] используется K-матричный подход для унитаризации амплитуды [3, 22]

$$\mathrm{Rl}\, f_{1\pm} = \frac{1}{q} \operatorname{tg} \delta_{1\pm} .$$

На рис. 1—6 представлены экспериментальные данные [23] (кривая I) и результаты работ [10, 11] (кривая II) для зависимости S- и P-фаз π_N-рассеяния от кинетической энергии π-мезона в л. с. к.

Полученная зависимость от энергии S и P парциальных амплитуд вплоть до энергии первого резонанса Δ (1236) удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными.

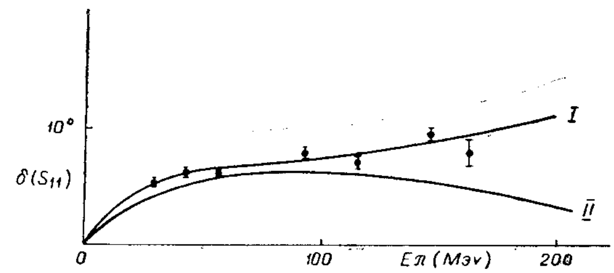

Рис. 1. Фазовые сдвиги для πN-рассеяния в S_{11} канале.

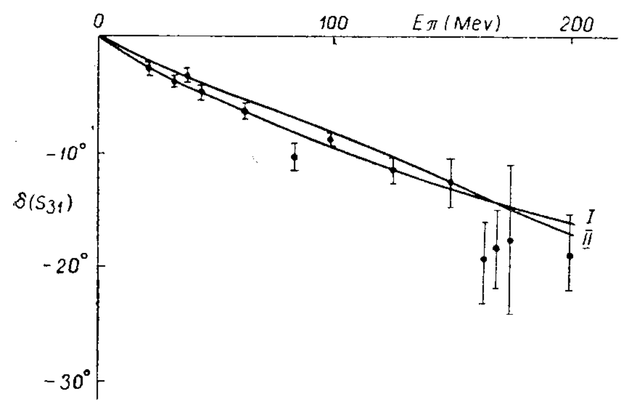

Рис. 2. Фазовые сдвиги для πN-рассеяния в S_{31} канале.

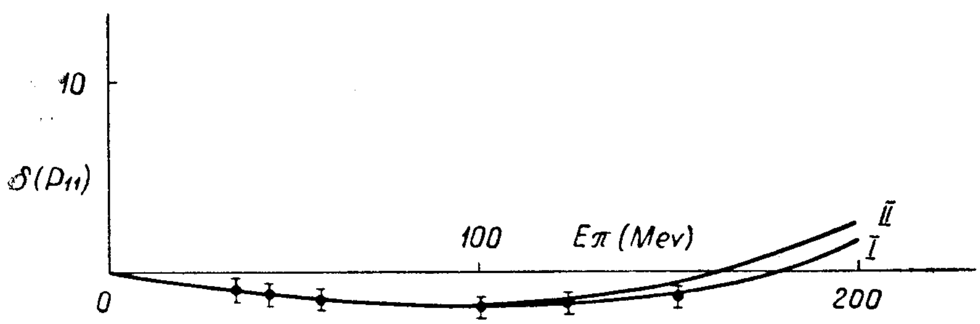

Рис. 3. Фазовые сдвиги для πN-рассеяния в P_{11} канале.

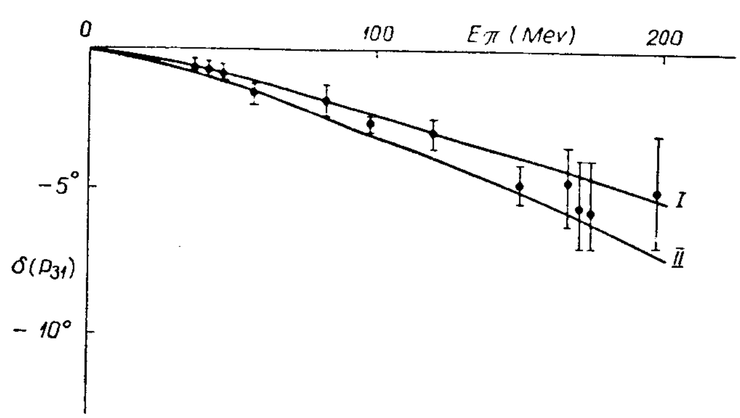

Рис. 4. Фазовые сдвиги для πN-рассеяния в P_{31} канале.

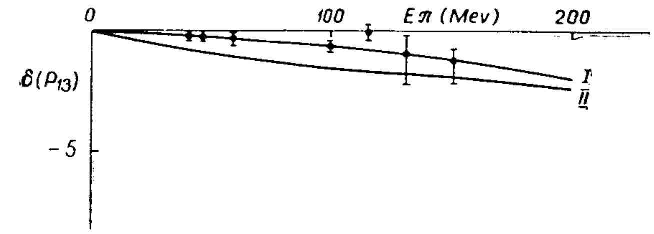

Рис. 5. Фазовые сдвиги для πN-рассеяния в P_{13} канале.

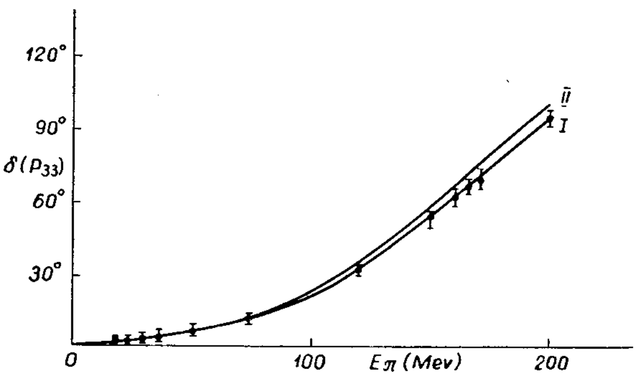

Рис. 6. Фазовые сдвиги для πN-рассеяния в P_{33} канале.

Таким образом, алгебра токов в формулировке эффективных лагранжианов в применении к πN-рассеянию удовлетворительно описывает одновременно всю совокупность параметров, которая включает S- и P-волновые длины рассеяния и S-волновые эффективные радиусы.

Результаты для изоспин-нечетных длин рассеяния $a^{(-)}{}_{0+}$ и $a^{(-)}{}_{1+}$ [10, 11] близки к значениям этих параметров в модели жестких пионов использованной Реем [16] и Осиповским [17].

Величина $a^{(-)}{}_{1-}$ отличается от полученной в работе Осиповского, однако оба эти значения находятся в пределах существующих экспериментальных оценок $a^{(-)}{}_{1-}$. Заметим, что в отличие от работы Рея, где использовались два свободных параметра и работы Осиповского, в которой имеется один параметр, полученные в [10, 11] изоспин-нечетные S- и P-волновые длины рассеяния и эффективный радиус не содержат свободных параметров.

В случае изоспин-четных S- и P-волновых длин рассеяния и S-волнового эффективного радиуса результаты [10, 11] близки к соответствующим величинам Осиповского [17]. В работе [17] изоспин-четные величины зависят от четырех свободных параметров, два из которых связаны с вкладом σ-мезона. Из согласия с экспериментом следует, что наилучшим является такой выбор свободных параметров, когда подгонка к экспериментальным данным $a^{(+)}{}_{0+}$, $a^{(+)}{}_{1\pm}$, $R^{(+)}$ осуществляется с помощью параметров, характеризующих вклад σ-мезона, причем два других полагаются равными нулю.

Из полученных результатов в работах [10, 11] для πN-фаз рассеяния следует, что метод эффективных лагранжианов позволяет также описывать πN-рассеяние значительно выше порога, где методы алгебры токов с мягкими пионами неприменимы.

Таким образом, алгебра токов с жесткими пионами, основанная на использовании эффективных лагранжианов, в применении к низкоэнергетическому πN-рассеянию успешно описывает всю совокупность экспериментальных данных как и модели, основанные на использовании тождеств Уорда. В то же время модель эффективных лагранжианов отличается простотой и наглядностью механизма взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Weinberg. Phys. Rev. Letters, **18**, 507 (1967).
2. H. J. Schnitzer, S. Weinberg. Phys. Rev., **164**, 1828 (1967).
3. R. Arnowitt, M. H. Friedman, P. Nath. Phys. Rev., **174**, 1999, 2008 (1968); R. Arnowitt, M. H. Friedman, P. Nath, R. Suitor, Phys. Rev., **175**, 1802 (1968).
4. S. G. Brown, G. B. West. Phys. Rev. Letters, **19**, 812 (1967); Phys. Rev., **174**, 1777, 1786 (1968).
5. J. Schwinger. Physics Letters, 24B, 473 (1967); Phys. Rev., **167**, 1432 (1968).
6. J. Wess, B. Zumino. Phys. Rev., **163**, 1727 (1967).
7. Б. М. Зупник, В. И. Огиевецкий. Письма ЖЭТФ, **12**, 191 (1970).
8. Г. М. Радуцкий, А. Н. Табаченко. «Ядерная физика», **11**, 1087 (1970).
9. Г. М. Радуцкий, А. Н. Табаченко. Теоретическая и математическая физика, **3**, 333 (1970).
10. Г. М. Радуцкий, А. Н. Табаченко. Nucl. Phys. **B29**, 405 (1971).
11. Г. М. Радуцкий, А. Н. Табаченко. «Физика», **1**, 63 (1972).
12. S. Weinberg. Phys. Rev. Letters, **16**, 616 (1966); Y. Tomozawa. Nuovo Cim., **46**, 803 (1967); K. Raman, C. G. Sudarshan. Physics Letters, **21** 450 (1966).
13. H. J. Schitżer. Phys. Rev. **158**, 1471 (1967).
14. K. Raman. Phys. Rev. **164**, 1736 (1968).
15. R. D. Peccei. Phys. Rev., **176**, 1812 (1968). C. Carreras, A. De Rujula CERN, preprint TH 1062 (1969).
16. D. A. Wray. Ann. Phys., 51, 162 (1969).
7. E. T. Osypowski. Nucl. Phys., 21B, 615 (1970).
18. J. Hamilton, W. S. Woolcock. Rev. of Modern Phys., 35, 737 (1963).
19. L. D. Roper, R. M. Wright, B. T. Feld. Phys. Rev., **138B**, 1990 (1965).
20. V. K. Samaranayake, W. S. Woolcock. Phys. Rev. Letters, **15**, 936 (1965).
21. В. А. Мещеряков. Письма ЖЭТФ, **4**, 282 (1966).
22. B. Dutta-Roy, I. R. Lapidus and M. I. Tausner. Phys. Rev., **181**, 2091 (1969).
23. C. Lovelace. Proceedings of the International Conference on Elementary Particles, Heidelberg, Germany, 1967.