

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЗАКОНА СВЯЗИ  
МЕЖДУ ИЗБЫТОЧНЫМИ ТЕМПЕРАТУРАМИ  
В ОБМОТКЕ БЕТАТРОНА ТИПА ПМБ-6**

В. С. ЛОГИНОВ, А. А. ГЕЙЗЕР

(Представлена научно-исследовательским институтом  
ядерной физики, электроники и автоматики)

При тепловом расчете бетатрона необходимо знание распределения температур по отдельным элементам (ряды шин, магнитопровод и т. д.) электромагнита. В рамках эксплуатационного контроля не всегда возможно вести наблюдение за ходом изменения температур в точках, к которым трудно проникнуть с помощью термодатчиков, а про-

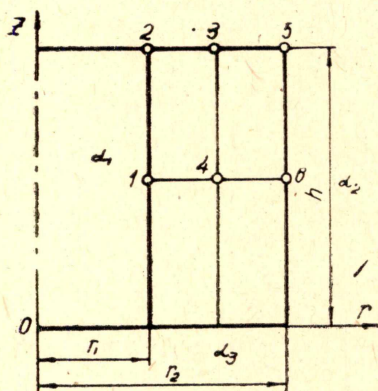


Рис. 1. К проверке закона связи между избыточными температурами в цилиндрической катушке бетатрона

ведение расчета с использованием аналогичных выражений в телах сложной формы имеет определенные трудности.

Из опыта [1] известно, что самой нагруженной в тепловом отношении является обмотка бетатрона. Ее можно представить как полый цилиндр конечных размеров. Принимаем теплофизические характеристики рассматриваемого тела известными и постоянными, а коэффициенты теплообмена не одинаковыми величинами на внутренней и внешней поверхности, но неизменными во времени. Внутренние источники тепла предполагаются заданными и являются функцией, зависящей от координат и времени.

При принятых допущениях данную задачу можно решить методом Гринберга А. Г. Это решение приведено в приложении. Заметим, что в дальнейших расчетах полученное аналитическое выражение нами не используется, но с помощью его удастся получить приближенную связь между избыточными температурами и провести проверку с опытными значениями. Применительно к известным нам бетатронам в решении (II) можно ограничиться одним членом ряда (такое утверждение не относится к малым моментам времени рассматриваемого теплового процесса и к разрывным функциям  $P_0(X_2Fo)$ ). В этом случае наблюдается приближенная связь между температурами

$$\theta(R, Z, Fo) \approx \frac{\theta(R^*, Z, Fo)\theta(R, Z^*, Fo)}{\theta(R^*, Z^*, Fo)}, \quad (1)$$

Таблица 1

## Сопоставление опытных и расчетных значений температур

$\tau$ , мин	$t_1$ , °C	$t_2$ , °C	$t_3$ , °C	$t_5$ , °C	$t_6$ , °C	$t_4$ , °C	Расчет по (3)	$\delta$ , %	Расчет по (4)	$\delta$ , %
1,0	7,1	7,1	7,1	6,8	8,8	7,4	7,1	-4,1	9,18	24,2
9,0	21,4	21,4	21,6	17,3	27,0	26,8	21,6	-19,4	33,7	25,8
15,0	33,5	32,9	32,5	27,0	40,4	40,4	33,1	-18,1	48,6	19,8
18,0	46,1	46,4	45,5	36,8	54,7	55,3	45,2	-18,3	67,6	22,3
23,0	57,5	56,9	54,6	46,1	60,8	69,7	55,2	-20,8	72,0	3,3
28,0	62,9	58,0	60,8	51,1	64,1	75,4	64,9	-13,9	76,3	1,2
32,0	71,6	68,0	65,8	53,4	66,8	79,0	69,3	-13,3	82,5	4,3
39,0	76,8	69,1	73,2	59,6	69,1	86,6	81,3	-6,2	84,9	-2,0
46,0	78,9	74,1	78,4	63,7	73,2	90,1	83,5	-7,3	90,1	—
51,0	82,9	76,9	81,1	67,2	77,6	92,8	87,4	-5,8	93,6	0,9

где  $R^*, Z^*$  — фиксированные координаты.  
По своей структуре соотношение (1) аналогично приведенной зависимости [2]. Выражение (1) запишем в удобном виде для практических расчетов.

$$v(r, z, \tau) \approx \frac{v(r, z^*, \tau)v(r^*, z, \tau)}{v(r^*, z^*, \tau)}, \quad (2)$$

где

$$v(r, z, \tau) = t(r, z, \tau) - t_f \text{ — избыточная температура, } ^\circ\text{C}.$$

В табл. 1 приведены значения температур, полученные из опыта, и расчеты, проведенные для точки 4 (рис. 1), по формулам

$$v_4 \approx \frac{v_1 \cdot v_3}{v_2}, \quad (3) \quad \text{и} \quad v_4 \approx \frac{v_6 \cdot v_3}{v_5}. \quad (4)$$

Сравнение температур, найденных из опыта и рассчитанных по соотношениям (3), (4), показывает наличие связи между температурами в обмотке бетатрона (многожильный кабель [1]) через достаточно большой промежуток времени (28 мин.). При малых значениях времени соотношения (3), (4) дают отклонение до 50% по сравнению с тем, что наблюдается в действительности.

### Приложение

Исходная система дифференциальных уравнений, описывающая процесс теплопроводности в полом цилиндре конечных размеров при принятых допущениях, имеет вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + Po(R, Z, Fo); \quad (5)$$

$$R_1 < R < R_2, \quad 0 < Z < 1, \quad Fo > 0;$$

$$\frac{\partial \theta(R_1, Z, Fo)}{\partial R} - Bi_1 \theta(R_1, Z, Fo) = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \theta(R_2, Z, Fo)}{\partial R} + Bi_2 \theta(R_2, Z, Fo) = 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta(R, 0, Fo)}{\partial Z} - Bi_3 \theta(R, 0, Fo) = 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta(R, 1, Fo)}{\partial Z} + Bi_4 \theta(R, 1, Fo) = 0; \quad (9)$$

$$\theta(R, Z, 0) = \varphi(R, Z). \quad (10)$$

Здесь  $t(r, z, \tau)$  — текущая температура,  $\tau$  — время;  $t_f$  — температура окружающей среды, которая во времени остается неизменной,  $^\circ\text{C}$ ;  $\alpha_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) — коэффициенты теплообмена,  $\text{вт}/\text{м}^2\text{град}$ ;  $\lambda$  — коэффициенты теплопроводности,  $\text{вт}/\text{мград}$ ;  $r_1, r_2, h$  — геометрические размеры полого цилиндра;  $\theta(R, Z, Fo) = \frac{t(r, z, \tau) - t_f}{t_m}$  — безразмерная температу-

ра;  $t_m$  — масштаб температуры;  $Bi_i = \frac{\alpha_i h}{\lambda}$  — критерий Био;  $Fo = \frac{a\tau}{h^2}$  — число Фурье;  $R = \frac{r}{h}$ ,  $Z = \frac{z}{h}$  — безразмерные координаты.

Решение (5) — (10) методом конечных интегральных преобразований [3] имеет вид

$$\theta(R, Z, Fo) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{T(\mu_n, \gamma_m, Fo) K(\mu_n R) W(\gamma_m, Z)}{\int_{R_1}^{R_2} \int_0^1 RK^2(\mu_n R) W^2(\gamma_m, Z) dR dZ}, \quad (11)$$

где

$$T(\mu_n, \gamma_m, Fo) = \exp[-(\mu_n^2 + \gamma_m^2) Fo] \left[ \int_{R_1}^{R_2} \int_0^1 \varphi(R, Z) K(\mu_n R) W(\gamma_m, Z) dR dZ + \right. \\ \left. + \int_0^{Fo} \int_{R_1}^{R_2} \int_0^1 \exp[(\mu_n^2 + \gamma_m^2) Fo'] P_o(R, Z, Fo') K(\mu_n R) W(\gamma_m, Z) dR dZ dFo' \right],$$

$$K(\mu_n, R) = [\mu_n Y_1(\mu_n R_1) - Bi_1 Y_0(\mu_n R_1)] I_0(\mu_n R) + \\ + [Bi_1 I_0(\mu_n R_1) - \mu_n I_1(\mu_n R_1)] Y_0(\mu_n R) -$$

— ядро конечного интегрального преобразования по переменной координате  $R$ ,

$I_1(\mu_n R), I_0(\mu_n R), Y_1(\mu_n R), Y_0(\mu_n R)$  — функции Бесселя,

$\mu_n$  — собственные числа, которые определяются из выражения

$$[\mu Y_1(\mu R_2) + Bi_2 Y_0(\mu R_2)] [Bi_1 I_0(\mu R_1) - \mu I_1(\mu R_1)] = \\ = [\mu I_1(\mu R_2) + Bi_2 I_0(\mu R_2)] [Bi_1 Y_0(\mu R_1) - \mu Y_1(\mu R_1)], \quad (12)$$

$W(\gamma_m, Z) = \gamma_m \cos \gamma_m Z + Bi_3 \sin \gamma_m Z$  — ядро конечного интегрального преобразования по переменной  $Z$ ,  $\gamma_m$  — корни уравнения

$$\text{ctg } \gamma = \frac{\gamma(Bi_3 + Bi_4)}{\gamma^2 - Bi_3 Bi_4}. \quad (13)$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Логинов, А. А. Гейзер, В. Л. Чахлов. Оценка электрических потерь в электромагните бетатрона типа ПМБ-6 с импульсным питанием током повышенной частоты. Настоящий сборник.
2. Г. П. Бойков. Закон связи между избыточными температурами тел конечных размеров. ИФЖ, т. V, 3, 1962.
3. А. Т. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд. АН СССР, 1948.