ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 280 1975

К РАСЧЕТУ ОПТИМАЛЬНЫХ ФРАКЦИОНИРОВАННЫХ СОСТАВОВ ЗАПОЛНИТЕЛЕЙ БЕТОНОВ

В. И. СЕСЬ

(Представлена научным семинаром НИИ ЭИ)

Экспериментально установлено, что свойства композиционных материалов в значительной мере определяются внутренней структурой [1, 3].

В настоящей работе выбор оптимального состава заполнителя композиционного материала, на примере бетона, предлагается производить по результатам эксперимента на ЦВМ; предлагается методика такого эксперимента и дается экспериментальное обоснование методики.

Факторный эксперимент

Оценку оптимальности фракционного состава заполнителя предлагается получать по результатам факторного эксперимента на ЦВМ. Суть данного метода заключается в том, что на ЦВМ создается модель случайной структуры, учитывающая влияние фракционного состава заполнителя. Используя методы активного эксперимента, находим состав заполнителя для модели, соответствующий экстремальному значению оцениваемого параметра.

Оценки геометрических характеристик случайных структур могут находиться по методике, изложенной в работах [1, 2]. Для обоснования возможности использования данной методики проводился факторный эксперимент с гравием и находились оценки параметров на ЦВМ по методу тетраэдров [2]. Матрица плана, результаты наблюдений и расчета приведены в табл. 1. В качестве факторов приняты относительные частости гранул данной фракции. Размер гранул фракции принят равным среднеарифметическому диаметров ячеек сит, на которых данная фракция выделялась. Эксперимент проводился с трехфракционным заполнителем, размеры гранул которого относились как 1 : 2,12 : 3,66. Так как факторами приняты относительные частости, то число факторов на единицу меньше числа фракций в смеси заполнителя. Факторы x_1 и x_2 — отношение числа гранул мелкой и средней фракций к числу гранул крупной фракции, $m^г$ и $m^м$ — коэффициент пустотности (К. П.) для гравия и цифровой модели соответственно. Наблюдения с гравием проводились по пять раз при одних и тех же условиях для оценки внутригрупповой дисперсии. Соответствующая дисперсия вероятностно-геометрической модели на ЦВМ [2] равна нулю. Выбор в качестве поверхности отклика К. П. объясняется линейностью зависимости его от фракционного состава. Находится К. П. из выражения

$$m = \Theta(1 - \Theta)^{-1}, \quad (1)$$

Таблица 1

Нулевой уровень	18	10
Верхний уровень	28	19
Нижний уровень	8	1
Интервал варьирования	10	9

x_0	x_1	x_2	$m^г$			$m^м$
+	+	+	0,4725 0,4487 0,4675	0,4610 0,4663	**0,46328**	0,2534
+	—	+	0,4942 0,5067 0,4905	0,4881 0,4942	**0,49474**	0,2655
+	+	+	0,4180 0,3961 0,3886	0,4192 0,3718	**0,39874**	0,2127
+	—	—	0,4372 0,4390 0,4338	0,4338 0,4392	**0,43660**	0,2264

где Θ — отношение объема пустот ко всему объему структуры.

Среднее значение по группе (табл. 1, графа 2) подчеркнуто. По результатам, приведенным в таблице, найдены коэффициенты для линейного уравнения регрессии b_1 и b_2, которые приведены ниже:
для модели

$$m^м = 0{,}2395 - 0{,}0064\, x_1 + 0{,}0200\, x_2$$

и для гравия

$$m^г = 0{,}4483 - 0{,}0173\, x_1 + 0{,}0307\, x_2.$$

Данные для проведения регрессионного анализа приведены в табл. 2.

Таблица 2

Причина отклонения	Степень свободы	Формула	Гравий	Модель
Общая сумма	3	$S_{00} = \Sigma m_i^г - n m^г$	0,05	0,0018
	1	$\sum\limits^{n} m_i x_{1i}$	—0,6932	—0,0258
	1	$\sum\limits^{n} m_i x_{2i}$	0,12268	0,0798
Регрессия	2	$\sum\limits^{n} b_i S_{0i}$	0,0049	0,0017

Множественная корреляция, которая служит мерой связи между зависимой и независимыми переменными, оценивается величиной

$$R^2 = \Sigma b_i\, S_{0i}/S_{00}$$

и равна 0,98 и 0,94 для гравия и модели соответственно. Большая величина множественной корреляции указывает на тесную линейную связь К. П. и факторов x_1 и x_2. Остаточная сумма квадратов $R_0^2 = S_{00} - \Sigma b_i S_{0i}$ для шаров и гравия равна 10^{-4}.

Для обоснования возможности использования модели необходимо доказать справедливость гипотезы H_0: равенства коэффициентов $b_1^г = b_1^м$, $b_2^г = b_2^м$ в уравнениях регрессий для гравия и модели, что указывает на совпадение уравнений с точностью до постоянной. Критерий задается дисперсионным отношением

$$\frac{R_2^2 - R_0^2}{2} \Big/ \frac{R_0^2}{n + n' - 6}$$

с 2 и $(n + n' - 6)$ степенями свободы, где n и n' — объемы выборок, R_2^2 — остаточная сумма квадратов объединенной выборки с $(n + n' - 6)$ степенями свободы.

$$R_2^2 = S_{00}^г + S_{00}^м - \Sigma b_i'' S_{0i}'',$$

где $S_{0i}'' = S_{0i}^г + S_{0i}^м$ — «исправленные» суммы произведений объединенной выборки, $S_{0i}^г$ и $S_{0i}^м$ — соответствующие суммы из табл. 2.

Постоянные b_i'' находятся из выражения $S_{0i} = b_1'' S_{1i}'' + b_2'' S_{2i}''$ и равны

$$b_1'' = -0{,}012, \qquad b_2'' = 0{,}025,$$

$$S_{01}'' = -0{,}096, \qquad S_{02}'' = 0{,}203.$$

Тогда R_2^2 равен 0,0004 и дисперсионное отношение равно 3. Табличное значение F-отношения с (2, 2) степенями свободы и значимостью 0,95 равно 19, поэтому отклонение можно считать незначимым и гипотеза H_0 справедлива. Следовательно, экстремальные точки поверхности отклика для гравия можно определять по предложенной модели.

Методика экстремального эксперимента на ЦВМ

Использование модели позволяет трудоемкий и не всегда возможный физический эксперимент заменить машинным экспериментом. Одна из методик экстремального факторного эксперимента реализуется в алгоритме для ЦВМ, по которому определяются условия проведения обсчета и направление движения в экстремальную область по результатам предварительных расчетов.

В табл. 3 приведена матрица плана 2-факторного экстремального эксперимента и результаты поиска экстремального значения К. П. по методу крутого восхождения, реализованного на БЭСМ-4. Для сравнения и обоснования методики здесь же приведены результаты физического эксперимента для тех же составов смеси заполнителя.

Направление движения определялось коэффициентами $b_i^м$ и $b_i^г$, найденными по результатам четырех опытов. Опыты 5, 6 и 7 обсчитывались при изменении факторов x_1 и x_2 с шагом 0,1 и 0,0026 соответственно. До опыта 6 К. П. уменьшается, а в 7 опыте увеличивается. Поэтому новый план составляется для составов, близких к составу шестого опыта, и проводится новая четверка расчетов. Процедура эта повторяется до выхода в почти стационарную область.

Для сравнения методов была составлена программа машинного эксперимента по симплекс-плану, расчет параметров производился по данной модели. Результаты приведены в табл. 4.

Эксперимент планировался как 2-факторный, процентное содержание 3-й фракции определяется содержанием первых двух. Наименьшее значение К. П. получено в опыте 7. В скобках стоят номера опытов, условия которых заменяются данными.

Таблица 3

Уровни факторов	Отношение веса мелкой фракции к крупной, x_1	Отношение веса средней фракции к крупной, x_2	Коэффициент пустотности	
			гравий $m^г$	модель $m^м$
1 Нулевой уровень (0)	0,07	0,07		
2 Верхний уровень (+1)	0,1	0,1		
3 Нижний уровень (—1)	0,04	0,04		
4 Интервал варьирования	0,03	0,04		
5 Опыт 1	—1	—1	0,6437	0,2541
6 Опыт 2	+1	—1	0,5918	0,2352
7 Опыт 3	—1	+1	0,6294	0,2538
8 Опыт 4	+	+1	0,5797	0,2330
9 $b_1^г$	—0,0254	—0,0066		
10 $b_i^м$	—0,0099	—0,0006		
11 Шаг	0,1	0,026		
12 Опыт 5	0,17	0,096	0,5316	0,2270
13 Опыт 6	0,27	0,122	0,5044	0,2174
14 Опыт 7	0,37	0,148	0,5104	0,2236
15 Нулевой уровень (0)	0,27	0,122		
16 Верхний уровень (+1)	0,34	0,202		
17 Нижний уровень (—1)	0,2	0,042		
18 Интервал варьирования	0,07	0,08		
19 Опыт 8	—1	—1	0,4900	0,2176
20 Опыт 9	+1	+1	0,4794	0,2121
21 Опыт 10	—1	+1	0,5142	0,2249
22 Опыт 11	+1	+1	0,5081	0,2185
23 $b_1^г$	—0.042	0,0132		
24 $b_i^м$	—0.030	0,0034		

Таблица 4

Факторы	x_1	x_2	x_3	$m^м$
Нулевой уровень, %	33	26		
Интервал варьирования, %	10	10		
Опыт 1	38	29	33	0,275
» 2	28	29	43	0,263
» 3	33	20	47	0,255
» 4(1)	23	20	57	0,245
» 5(2)	28	11	61	0,233
» 6(3)	18	11	71	0,223
» 7(4)	32	02	75	0,211
» 8(5)	13	02	85	0,243

В результате экспериментов найдена почти стационарная область с фракционным составом в % по весу, приведенная в табл. 5, и значением $m^м = 0{,}2110 \div 0{,}2121$.

Таблица 5

Относительные размеры	1	2,12	3,66
Относительный вес фракции, %	23—27	2—4	69—75

Однако формализовать вычисление по симплекс-плану значительно проще, так как имеются строгие правила последовательности операций при проведении эксперимента, в то время как метод крутого восхождения предусматривает вмешательство экспериментатора. В связи с вышеизложенным для машинного эксперимента наиболее приемлем симплекс-план.

Результаты анализа подтверждают, что методика, предлагаемая в настоящей работе, может с успехом использоваться для нахождения оптимального гранулометрического состава заполнителя бетона.

Применение настоящей методики позволит улучшить свойства бетонов при снижении его стоимости.

Кроме того, трудоемкий физический эксперимент заменяется расчетом на ЦВМ с учетом в критерии оптимальности таких факторов, которые в физическом эксперименте оценить трудно, а иногда и невозможно.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Воробьев, И. Э. Наац, В. И. Сесь. Расчет гранулометрического состава заполнителя бетона. Известия вузов, «Строительство и архитектура», **10**, 1970.

2. В. А. Воробьев, В. И. Сесь. Метод расчетов случайных структур композиционных материалов. Известия ТПИ, т. 251, Томск, 1970.

3. В. И. Сорокер, В. И. Галактионов. Выбор оптимальных смесей фракционированных заполнителей для бетона заводов железобетонных изделий. Известия вузов, «Строительство и архитектура», 5, Новосибирск, 1966.