

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

А. И. ЗАЙЦЕВ, А. П. ЗАЙЦЕВ, А. Д. МИТАЕНКО

(Представлена научно-техническим семинаром НИИ АЭМ)

Импульсное возбуждение электрических машин постоянного тока находит все более широкое применение в регулируемых электроприводах и в преобразовательных электромашинных агрегатах. Одними из основных показателей качества процесса импульсного регулирования электрической машины со стороны обмотки возбуждения в квазистатических режимах являются величины пульсаций э. д. с. и тока якоря. Точное аналитическое определение размаха пульсаций э. д. с. и тока якоря при широтно-импульсном регулировании тока возбуждения представляет собой сложную задачу в основном из-за сложного характера электромагнитных процессов, протекающих в контурах вихревых токов в массивных частях магнитопровода и оказывающих существенное влияние на пульсации потока возбуждения.

Из многочисленных способов учета действия вихревых токов [1, 2] наиболее удобным в математическом отношении является способ замены действия многочисленных контуров вихревых токов действием одного эквивалентного LR-контура, связанного без магнитного рассеяния с основным намагничивающим контуром.

Ниже приводятся результаты анализа квазистатических электромагнитных процессов при импульсном возбуждении электрической машины постоянного тока с учетом вихревых токов по вышеуказанному способу. При этом рассматривается задача упрощения анализа на основе учета действия только основной гармоники переменной составляющей намагничивающего тока.

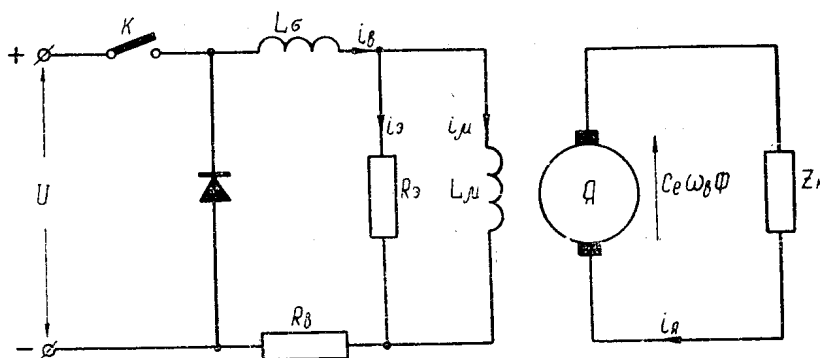


Рис. 1. Эквивалентная схема электрической машины в режиме генератора.

Эквивалентная схема электрической машины в генераторном режиме представлена на рис. 1. Регулирование тока возбуждения  $i_B$  осуществляется управляемым широтно-импульсным способом ключом К с периодом коммутации Т и относительной продолжительностью включения  $\gamma$ . Эквивалентный контур вихревых токов массивных участков магнитопровода учитывается сопротивлением  $R_B$ , по которому протекает эквивалентный вихревой ток  $i_B$ . Намагничивающий контур включает в себя индуктивность  $L_\mu$ , по которой протекает намагничивающий ток  $i_\mu$ . Расстояние главных полюсов учитывается индуктивностью  $L_\sigma$ .

Для интервала импульса  $\gamma T$  эквивалентной схеме соответствует система уравнений

$$\left. \begin{aligned} i_B R_B + L_\sigma \frac{di_B}{dt} + L_\mu \frac{di_\mu}{dt} &= U; \\ L_\mu \frac{di_\mu}{dt} &= i_B R_B; \\ i_B - i_\mu - i_\sigma &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Из (1) определяют дифференциальные уравнения в операторной форме относительно токов  $i_B$  и  $i_\mu$ :

$$T_\sigma T_\sigma p^2 i_B + (T_\mu + T_\sigma + T_\sigma) p i_B + i_B = k T_\sigma p U + k U; \quad (2)$$

$$T_\sigma T_\sigma p^2 i_\mu + (T_\mu + T_\sigma + T_\sigma) p i_\mu + i_\mu = k U, \quad (3)$$

где

$$T_\mu = \frac{L_\mu}{R_B}, \quad T_\sigma = \frac{L_\sigma}{R_B}, \quad T_\sigma = \frac{L_\mu}{R_B}, \quad k = \frac{1}{R_B}.$$

Для интервала паузы в (2) и (3) необходимо полагать  $U=0$ . Решения уравнений (2) и (3) представляются в виде:

$$i_{B1} = I_y + C_1 (1 + p_1 T_\sigma) e^{p_1 t} + C_2 (1 + p_2 T_\sigma) e^{p_2 t}; \quad (4)$$

$$i_{\mu 1} = I_y + C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t}, \quad (5)$$

где  $p_1, p_2$  — действительные, отрицательные и разные корни характеристического уравнения,

$C_1, C_2$  — постоянные интегрирования,

$$I_y = \frac{U}{R_B}.$$

Для интервала паузы

$$i_{B2} = C_3 (1 + p_1 T_\sigma) e^{p_1 t} + C_4 (1 + p_2 T_\sigma) e^{p_2 t}; \quad (6)$$

$$i_{\mu 2} = C_3 e^{p_1 t} + C_4 e^{p_2 t}. \quad (7)$$

Постоянные интегрирования определяются из условия  $i_{B1} = i_{B2}$  и  $i_{\mu 1} = i_{\mu 2}$  в моменты переключений ключа:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= q_2 I_y \frac{1 - e^{p_1(1-\gamma)T}}{1 - e^{p_1 T}}; \quad C_2 = -q_1 I_y \frac{1 - e^{p_2(1-\gamma)T}}{1 - e^{p_2 T}}; \\ C_3 &= -q_2 I_y \frac{1 - e^{p_1 \gamma T}}{1 - e^{p_1 T}}; \quad C_4 = q_1 I_y \frac{1 - e^{p_2 \gamma T}}{1 - e^{p_2 T}}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В выражениях для  $C_1 - C_4$  приняты обозначения:

$$q_1 = \frac{p_1}{p_1 - p_2}; \quad q_2 = \frac{p_2}{p_1 - p_2}.$$

В (4) — (7) время  $t$  отсчитывается от моментов переключения ключа, поэтому для интервала импульса  $0 \leq t \leq \gamma T$ , а для интервала паузы  $0 \leq t \leq (1 - \gamma)T$ .

Экстремальные значения тока  $i_B$  могут быть определены из (4) или (6) при граничных значениях  $t$ .

Исследование зависимостей (5) и (7) на экстремум позволяет определить времена сдвига экстремумов токов  $i_B$  и  $i_\mu$  (рис. 2):

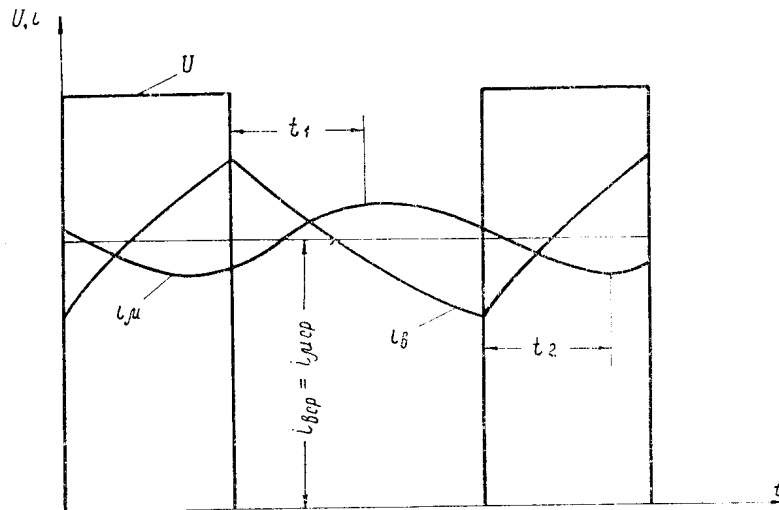


Рис. 2. Кривые токов  $i_B$  и  $i_\mu$ .

$$t_1 = \frac{1}{p_1 - p_2} \ln \left| \frac{C_4 p_2}{C_3 p_1} \right|; \quad t_2 = \frac{1}{p_1 - p_2} \ln \left| \frac{C_2 p_2}{C_1 p_1} \right|, \quad (9)$$

а затем по найденным экстремальным значениям тока  $i_\mu$  вычислить размах пульсаций

$$\Delta i_\mu = I_y \left\{ \frac{(1 - e^{p_1 T}) q_2}{(1 - e^{p_2 T}) q_1} \left[ \frac{(1 - e^{p_2 \gamma T}) q_1}{(1 - e^{p_1 \gamma T}) q_2} + \frac{(1 - e^{p_2 (1 - \gamma) T}) q_1}{(1 - e^{p_1 (1 - \gamma) T}) q_2} \right] - 1 \right\}. \quad (10)$$

При выполнении условия  $p_2 \gg p_1$  максимальный размах пульсаций будет при  $\gamma = 0,5$

$$\Delta i_\mu = I_y \left[ \frac{4 \left( 1 + e^{\frac{p_2 T}{2}} \right) - q_1}{4 + p_1 T} - 1 \right]. \quad (11)$$

Уравнение (2) отличается от (3) наличием в правой части члена  $kT_{\text{эп}} U$ , содержащего первую производную от скачкообразной функции воздействия и существующего только в моменты переключений ключа. В моменты скачков функции воздействия  $kT_{\text{эп}} U = \infty$ , что вызывает скачки определенной величины первой производной тока  $i_B$  и обуславливает различие начальных условий в решениях уравнений (2) и (3). Кривая тока  $i_\mu$ , определяющего пульсации полезного потока и тока якоря, имеет явно выраженный сглаженный характер и существенно отличается от кривой тока  $i_B$  как по размаху пульсаций, так и по гармоническому составу.

Для гармонического анализа кривой тока  $i_\mu$  выделим его переменную составляющую исключением из (5) и (7) постоянной составляющей  $\gamma I_y$  и запишем уравнения на интервалах импульса и паузы с учетом единого отсчета времени от начала периода  $T$ :

$$\sim i_{\mu 1} = I_y (1 - \gamma) + C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t}, \quad 0 \leq t \leq \gamma T; \quad (12)$$

$$\sim i_{\mu 2} = C_3 e^{p_1 (t - \gamma T)} + C_4 e^{p_2 (t - \gamma T)} - \gamma I_y, \quad \gamma T \leq t \leq T. \quad (13)$$

На основании (12) и (13) получим аналитические зависимости для определения коэффициентов ряда Фурье:

$$a_k = \frac{I_y p_1 p_2 T^2 \{ [p_1 p_2 T^2 - (2\pi k)^2] \sin \beta + 2\pi k T (p_1 + p_2)(1 - \cos \beta) \}}{\pi k [(p_1 T)^2 + (2\pi k)^2] [(p_2 T)^2 + (2\pi k)^2]}; \quad (14)$$

$$b_k = \frac{I_y p_1 p_2 T^2 \{ (1 - \cos \beta) [p_1 p_2 T^2 - (2\pi k)^2] - 2\pi k T (p_1 + p_2) \sin \beta \}}{\pi k [(p_1 T)^2 + (2\pi k)^2] [(p_2 T)^2 + (2\pi k)^2]}, \quad (15)$$

где  $\beta = 2\pi k \gamma$ ,

$k$  — номер гармоники.

Представим нелинейную функцию переменной составляющей  $\sim i_a$  рядом Фурье

$$\sim i_a = \sum_{k=1}^n A_k \sin(k\omega t + \varphi_k), \quad (16)$$

где

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} = \frac{0,45 I_y p_1 p_2 T^2}{k} \times \\ \times \sqrt{\frac{1 - \cos \beta}{[(p_1 T)^2 + (2\pi k)^2] [(p_2 T)^2 + (2\pi k)^2]}}, \\ \operatorname{tg} \varphi_k = \frac{a_k}{b_k}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Гармонический анализ выражения для переменной составляющей  $\sim i_a$  показывает, что уже для электрических машин мощностью выше 8—10 квт амплитуды высших гармоник значительно меньше амплитуды первой гармоники при частотах регулирования свыше 200 гц. Поэтому без большой погрешности в дальнейших расчетах можно учитывать только первую гармонику тока  $i_a$ , а размах пульсаций  $\Delta i_a$  определять по удвоенной амплитуде первой гармоники. При этом наименьшая погрешность имеет место при  $\gamma = 0,4—0,6$ .

Использование в расчетах только основной гармоники тока  $i_a$  позволяет существенно упростить анализ электромагнитных процессов в цепи якоря. При активно-индуктивном характере сопротивления цепи якоря дифференциальное уравнение относительно тока якоря имеет третий порядок, и по отношению ко входному воздействию электрическая машина имеет достаточно хорошие фильтрующие свойства. Аналитическое решение дифференциального уравнения третьего порядка относительно тока якоря  $i_a$  является трудоемким. Использование же результатов гармонического анализа значительно упрощает решение этой задачи при удовлетворительной точности.

При учете только первой гармоники ( $k=1$ ) переменная составляющая тока  $i_a$  с учетом (16) определяется выражением

$$\sim i_a = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad (17)$$

а амплитуда переменной составляющей полезного потока без учета реакции якоря

$$\Phi_m = k_a A_1, \quad (18)$$

где

$k_a$  — угловой коэффициент касательной к кривой намагничивания в рабочей точке, определяемой постоянной составляющей тока  $i_a$ .

Соответственно амплитуды переменных составляющих э. д. с. и тока якоря как в двигательном, так и в генераторном режимах можно представить в виде

$$E_m = c_e \omega_v k_{\mu} A_1, \quad (19)$$

$$I_{ям} = \frac{E_m}{z}, \quad (20)$$

где

$\omega_v$  — угловая скорость вращения якоря,  
 $z$  — комплексное сопротивление цепи якоря.

Определение постоянных составляющих э. д. с. и тока якоря производится обычным способом с учетом среднего значения намагничивающего тока  $I_{\mu,ср} = i_{в,ср} = \gamma I_y$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Мусин. Сравнение различных способов учета влияния вихревых токов на процесс установления потока в машинах постоянного тока. Известия ЛЭТИ, выпуск XLII, Л., 1960.
  2. О. В. Слежановский. Реверсивный электропривод постоянного тока. М., «Металлургия», 1967.
-