ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 288 1976

ОБ АНАЛИЗЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ИНТЕГРАЛОВ И. И. ГУРВИЧА НА ОСНОВЕ ФОРМУЛ ФАНГА

Л. А. ЗАЩИНСКИЙ

(Представлена профессором, доктором Д. С. Миковым)

И. И. Гурвич в своей статье [3] указал на аналогию интегралов

$$I_1 = \int^{\tau} l(\tau-\Theta,\xi)\ n\ (\Theta,x)\ d\Theta, \qquad (1)$$

$$I_2 = \int_0^{\tau} l(\tau-\Theta,\xi)\ m\ (\Theta,x)\ d\Theta, \qquad (2)$$

$$I_3 = \int_0^{\tau} m(\tau-\Theta,y)\ n\ (\Theta,x)\ d\Theta, \qquad (3)$$

где $m=m\ (t,y)$ — сигнал;
$n=n\ (t,x)$ — временная характеристика области приема;
$l=l\ (t,\Theta)$ — временная характеристика области отражения.

В этой же статье вышеупомянутый автор подчеркнул необходимость исследования статистических свойств характеристик m, n, l, определяемых их функциями автокорреляции.

В качестве инструмента такого анализа естественно использовать спектральные представления соответствующих случайных процессов. Это позволяет применить к ним уже разработанные приемы оценки эффективности разделения сигналов, как это было сделано Ф. М. Гольцманом в теории интерференционного приема [2].

В связи с важностью указанной проблемы представляет очевидный интерес выбор аппарата анализа соответствующих корреляционных функций.

При поверхностном рассмотрении может показаться, что вопрос этот малозначителен практически, ибо преобразование Винера-Хинчина

$$W(k) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} R(\tau)\cos(k\tau)\,d\tau, \qquad (4)$$

где $W(k)$ — энергетический спектр процесса,
$R(\tau)$ — корреляционная функция, вычисленная по одномерной реализации,

сохраняет всю информацию об амплитудных особенностях процесса в том смысле, что обратное преобразование

$$R(\tau) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} W(k)\cos(k\tau)\,dk \qquad (5)$$

позволяет восстановить вид $R(\tau)$, если известно $W(k)$ [6]. Это общее положение в свете проблемы, затронутой И. И. Гурвичем, нуждается в важном уточнении.

Согласно данным Фанга [7], значение $R(\tau)$, вычисленное по одномерной реализации многомерного процесса, вообще говоря, не дает полной информации о его энергетическом спектре, понимаемом в смысле Мидлтона [5].

Фанг показал, что для процесса двухмерного мидлтоновский спектр определяется по $R(\tau)$ уравнением

$$W(k)=\int_0^\infty I_0(k\tau)\cdot R(\tau), \tag{6}$$

где I_0 — функция Бесселя I-го рода нулевого индекса.

Для трехмерного процесса соответствующее уравнение имеет вид

$$W(k)=\int_0^\infty \tau^2 I_0\,(k\tau)\;R(\tau)\;d\tau. \tag{7}$$

Уравнение (4) справедливо для одномерного процесса.

Для изотропных стационарных процессов большей размерности корреляционные формулы, аналогичные уравнениям (4, 6, 7), по-видимому, неизвестны.

Некоторый эквивалент их дает уравнение (8).

$$R(\tau)=\int_0^\infty \frac{J_{\frac{N-2}{2}}(\lambda\tau)}{(\lambda\tau)^{\frac{N-2}{2}}}\,dF, \tag{8}$$

N — размерность процесса;
λ — аналог частоты;
τ — аналог параметра сдвига;
$I_{\frac{N-2}{2}}$ — функция Бесселя;
F — монотонная действительная неубывающая ограниченная функция.

Величина

$$f(\lambda)=\frac{dF}{d\lambda} \tag{9}$$

обладает всеми формальными свойствами энергетического спектра и может быть названа, в известном смысле, аналогом спектра.

Впрочем, очевидно, что F не является спектром в мидлтоновском смысле, так как из уравнения (8) нельзя получить уравнений (4, 5, 7).

Ясно, однако, что для вычисления энергетического спектра вид интегрального преобразования отнюдь не безразличен.

С кибернетической точки зрения выбор «несущей функции»

$cos(\lambda\tau)$ в уравнении (4—5)
$I_0(\lambda\tau)$ в уравнении (6)
$\tau I_0(\lambda\tau)$ в уравнении (7)

и, наконец,

$$\frac{J_{\frac{N-2}{2}}(\lambda\tau)}{(\lambda\sigma)^{\frac{N-2}{2}}} \tag{10}$$

в уравнении (8) эквивалентен выбору языка для передачи информации.

Последний должен удовлетворять свойствам канала обработки информации и подбираться в соответствии с размерностью функций $W(k)$, подлежащих исследованию.

Практически при исследовании вопроса, поднятого И. И. Гурвичем, можно рекомендовать не ограничиваться применением уравнения (4), а находить также спектры по формулам Фанга (6—7).

Представляет интерес также следующий подход. Уравнение Фредгольма I-го рода, соответствующее преобразованию (8), имеет вид

$$R(\tau)= \int_0^{a} \frac{J_{\frac{N-2}{2}}(\lambda\pi)}{(\lambda\pi)^{\frac{N-2}{2}}} f(\lambda)d\lambda \tag{11}$$

Переход от интегрирования в бесконечных пределах в уравнении (5) к интегрированию до верхней частоты α в уравнении (6) оправдан ограниченностью полосы пропускания сейсмических регистрирующих устройств [4]. Уравнение [11] может быть решено приближенно для конечного, но достаточно обширного набора целочисленных значений параметра $N=1$, 2, 3... Каждому из этих значений будет соответствовать определенный вид аналога спектра

$$f_w(\lambda)=f_1(\lambda),\ f_2(\lambda)\ldots.\ f_n(\lambda). \tag{12}$$

По отношению к i-му виду аналога спектра, исходя из свойств канала обработки информации, может быть сформулирован критерий оптимальности формы импульса (эффективная длительность, амплитудная выразительность и т. п.)

Порядок k аналога спектра $f_k=(\lambda)$, для которого лучше всего выполняются условия оптимальности, можно считать характеристикой стационарного случайного процесса, отражающего его размерность.

Нет никаких оснований утверждать, что величины I_1, I_2 и I_3, определяемые уравнениями (1—3), являются одномерными. Согласно определению И. И. Гурвича они аналогичны корреляционным функциям, вычисляемым по одномерной реализации процессов, размерность которых неизвестна. Величина $к$, определяемая описанным выше способом, может быть положена в основу классификации этих величин, определяющих, по И. И. Гурвичу, условия применения интерпретации динамических особенностей сейсмограмм.

В заключение статьи следует отметить, что разложение корреляционных функций по гармоникам Бесселя является практически хорошо зарекомендовавшим себя приемом. Им, в частности, не обосновывая его теоретически, широко пользуются при анализе структуры микросейсм [1]. Последнее связано с тем, что функции Бесселя значительно ближе по форме к реальным сейсмическим импульсам, чем тригонометрические гармоники.

Вследствие этого для изображения спектра импульса, ограниченного по частоте и времени, как правило, нужно меньшее количество функций Бесселя, чем косинусоид.

Изложенные выше соображения могут быть легко обобщены на другие задачи сейсморазведки, а также задачи прочих геофизических методов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. П. Винник. Структура микросистем и некоторые вопросы группирования в сейсмологии. М., «Наука», 1968.

2. Ф. М. Гольцман. Основы теории интерференционного приема. «Наука», 1964.

3. И. И. Гурвич. О теоретических основах динамических измерений в сейсморазведке. «Геология и разведка», 1970, № 6.

4. И. И. Гурвич. Сейсмическая разведка. «Недра», 1970.

5. Д. Мидлтон. Введение в статистическую теорию радиосвязи. М., «Советское радио», 1961.

6. А. А. Харкевич. Спектры и анализ. М., «Наука», 1957.

7. А. К. Фанг. Замечания по поводу автокорреляционной теоремы Винера-Хинчина. Изв. ин-та инж. электроники и радиотехники, т. 55, № 4, 1967.

8. А. М. Яглом, Р. Л. Добрушин. Приложения переводчиков к кн. Дж. Дуба «Вероятностные процессы». ИЛ., 1956.