

ОБ АНАЛИЗЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ИНТЕГРАЛОВ
И. И. ГУРВИЧА НА ОСНОВЕ ФОРМУЛ ФАНГА

Л. А. ЗАЩИНСКИЙ

(Представлена профессором, доктором Д. С. Миковым)

И. И. Гурвич в своей статье [3] указал на аналогию интегралов

$$I_1 = \int_0^{\tau} l(\tau - \Theta, \xi) n(\Theta, x) d\Theta, \quad (1)$$

$$I_2 = \int_0^{\tau} l(\tau - \Theta, \xi) m(\Theta, x) d\Theta, \quad (2)$$

$$I_3 = \int_0^{\tau} m(\tau - \Theta, y) n(\Theta, x) d\Theta, \quad (3)$$

где $m = m(t, y)$ — сигнал;

$n = n(t, x)$ — временная характеристика области приема;

$l = l(t, \Theta)$ — временная характеристика области отражения.

В этой же статье вышеупомянутый автор подчеркнул необходимость исследования статистических свойств характеристик m , n , l , определяемых их функциями автокорреляции.

В качестве инструмента такого анализа естественно использовать спектральные представления соответствующих случайных процессов. Это позволяет применить к ним уже разработанные приемы оценки эффективности разделения сигналов, как это было сделано Ф. М. Гольцманом в теории интерференционного приема [2].

В связи с важностью указанной проблемы представляет очевидный интерес выбор аппарата анализа соответствующих корреляционных функций.

При поверхностном рассмотрении может показаться, что вопрос этот малозначителен практически, ибо преобразование Винера-Хинчина

$$W(k) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\tau) \cos(k\tau) d\tau, \quad (4)$$

где $W(k)$ — энергетический спектр процесса,

$R(\tau)$ — корреляционная функция, вычисленная по одномерной реализации,

сохраняет всю информацию об амплитудных особенностях процесса в том смысле, что обратное преобразование

$$R(\tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} W(k) \cos(k\tau) dk \quad (5)$$

позволяет восстановить вид $R(\tau)$, если известно $W(k)$ [6]. Это общее

положение в свете проблемы, затронутой И. И. Гурвичем, нуждается в важном уточнении.

Согласно данным Фанга [7], значение $R(\tau)$, вычисленное по одномерной реализации многомерного процесса, вообще говоря, не дает полной информации о его энергетическом спектре, понимаемом в смысле Мидлтона [5].

Фанг показал, что для процесса двумерного мидлтоновский спектр определяется по $R(\tau)$ уравнением

$$W(k) = \int_0^{\infty} I_0(k\tau) \cdot R(\tau), \quad (6)$$

где I_0 — функция Бесселя I-го рода нулевого индекса.

Для трехмерного процесса соответствующее уравнение имеет вид

$$W(k) = \int_0^{\infty} \tau^2 I_0(k\tau) R(\tau) d\tau. \quad (7)$$

Уравнение (4) справедливо для одномерного процесса.

Для изотропных стационарных процессов большей размерности корреляционные формулы, аналогичные уравнениям (4, 6, 7), по-видимому, неизвестны.

Некоторый эквивалент их дает уравнение (8).

$$R(\tau) = \int_0^{\infty} \frac{J_{\frac{N-2}{2}}(\lambda\tau)}{(\lambda\tau)^{\frac{N-2}{2}}} dF, \quad (8)$$

N — размерность процесса;

λ — аналог частоты;

τ — аналог параметра сдвига;

$J_{\frac{N-2}{2}}$ — функция Бесселя;

F — монотонная действительная неубывающая ограниченная функция.

Величина

$$f(\lambda) = \frac{dF}{d\lambda} \quad (9)$$

обладает всеми формальными свойствами энергетического спектра и может быть названа, в известном смысле, аналогом спектра.

Впрочем, очевидно, что F не является спектром в мидлтоновском смысле, так как из уравнения (8) нельзя получить уравнений (4, 5, 7).

Ясно, однако, что для вычисления энергетического спектра вид интегрального преобразования отнюдь не безразличен.

С кибернетической точки зрения выбор «несущей функции»

$\cos(\lambda\tau)$ в уравнении (4—5)

$I_0(\lambda\tau)$ в уравнении (6)

$\tau I_0(\lambda\tau)$ в уравнении (7)

и, наконец,

$$\frac{J_{\frac{N-2}{2}}(\lambda\tau)}{(\lambda\tau)^{\frac{N-2}{2}}} \quad (10)$$

в уравнении (8) эквивалентен выбору языка для передачи информации.

Последний должен удовлетворять свойствам канала обработки информации и подбираться в соответствии с размерностью функций $W(k)$, подлежащих исследованию.

Практически при исследовании вопроса, поднятого И. И. Гурвичем, можно рекомендовать не ограничиваться применением уравнения (4), а находить также спектры по формулам Фанга (6—7).

Представляет интерес также следующий подход. Уравнение Фредгольма I-го рода, соответствующее преобразованию (8), имеет вид

$$R(\tau) = \int_0^a \frac{J_{\frac{N-2}{2}}(\lambda\pi)}{(\lambda\pi)^{\frac{N-2}{2}}} f(\lambda) d\lambda \quad (11)$$

Переход от интегрирования в бесконечных пределах в уравнении (5) к интегрированию до верхней частоты a в уравнении (6) оправдан ограниченностью полосы пропускания сейсмических регистрирующих устройств [4]. Уравнение [11] может быть решено приближенно для конечного, но достаточно обширного набора целочисленных значений параметра $N=1, 2, 3, \dots$. Каждому из этих значений будет соответствовать определенный вид аналога спектра

$$f_w(\lambda) = f_1(\lambda), f_2(\lambda) \dots f_n(\lambda). \quad (12)$$

По отношению к i -му виду аналога спектра, исходя из свойств канала обработки информации, может быть сформулирован критерий оптимальности формы импульса (эффективная длительность, амплитудная выразительность и т. п.)

Порядок k аналога спектра $f_k = (\lambda)$, для которого лучше всего выполняются условия оптимальности, можно считать характеристикой стационарного случайного процесса, отражающего его размерность.

Нет никаких оснований утверждать, что величины I_1, I_2 и I_3 , определяемые уравнениями (1—3), являются одномерными. Согласно определению И. И. Гурвича они аналогичны корреляционным функциям, вычисляемым по одномерной реализации процессов, размерность которых неизвестна. Величина k , определяемая описанным выше способом, может быть положена в основу классификации этих величин, определяющих, по И. И. Гурвичу, условия применения интерпретации динамических особенностей сейсмограмм.

В заключение статьи следует отметить, что разложение корреляционных функций по гармоникам Бесселя является практически хорошо зарекомендовавшим себя приемом. Им, в частности, не обосновывая его теоретически, широко пользуются при анализе структуры микросейсм [1]. Последнее связано с тем, что функции Бесселя значительно ближе по форме к реальным сейсмическим импульсам, чем тригонометрические гармоники.

Вследствие этого для изображения спектра импульса, ограниченного по частоте и времени, как правило, нужно меньшее количество функций Бесселя, чем косинусоид.

Изложенные выше соображения могут быть легко обобщены на другие задачи сейсморазведки, а также задачи прочих геофизических методов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. П. Винник. Структура микросистем и некоторые вопросы группирования в сейсмологии. М., «Наука», 1968.

2. Ф. М. Гольцман. Основы теории интерференционного приема. «Наука», 1964.
3. И. И. Гурвич. О теоретических основах динамических измерений в сейсмо-разведке. «Геология и разведка», 1970, № 6.
4. И. И. Гурвич. Сейсмическая разведка. «Недра», 1970.
5. Д. Мидлтон. Введение в статистическую теорию радиосвязи. М., «Советское радио», 1961.
6. А. А. Харкевич. Спектры и анализ. М., «Наука», 1957.
7. А. К. Фанг. Замечания по поводу автокорреляционной теоремы Винера-Хинтина. Изв. ин-та инж. электроники и радиотехники, т. 55, № 4, 1967.
8. А. М. Яглом, Р. Л. Добрушин. Приложения переводчиков к кн. Дж. Дуба «Вероятностные процессы». ИЛ., 1956.