ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 290 1974

# АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СРАВНЕНИЯ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

В. З. ЯМПОЛЬСКИЙ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры АСУ и лаборатории управления)

Задача сравнения сложных объектов возникает при анализе больших (технических, организационных) систем. Сложность и разнообразие свойств объектов, как правило, не позволяют сформулировать некоторый единый критерий эффективности с тем, чтобы на количественной основе осуществить их сравнение. Обычно выход ищется в конструировании совокупности локальных критериев $P_i$, $i = \overline{1, n}$, каждый из которых используется для оценки $j$-го свойства объекта $j$, $j = \overline{1, m}$.

Совокупность локальных критериев — вектор $\boldsymbol{P} = (P_1, P_2, ..., P_n)$ именуется также системой показателей. Обычно каждый из показателей системы характеризует различные по важности свойства объектов. Степень важности показателей — компонент вектора $\boldsymbol{P}$ устанавливается по соответствующим значениям компонент вектора $V = (V_1, V_2, ..., V_n)$, именуемым вектором весов показателей. Их определение осуществляется путем математической обработки результатов групповой экспертизы с помощью одного из известных методов.

В дальнейшем полагаем, что объекты доступны количественному измерению, то есть имеется возможность определить величину $p_{ij}$ — оценку объекта $j$ по показателю (критерию) $P_i$. Для любых $i = \overline{1, n}$ и $j = \overline{1, m}$ оценки $p_{ij}$ — вещественные, численные, неотрицательные величины, принимающие любые значения в заданном диапазоне.

На основе имеющейся информации о показателях объектов — матрицы $\|p_{ij}\|$ размерности $n \times m$ требуется осуществить анализ результатов их деятельности. Для этого необходимо найти решение следующих задач:

задача 1 — оценивание — определить обобщенную оценку объекта $U_j = f\ (p_{1j}, p_{2j}, ..., p_{nj})$, $j = \overline{1, m}$;

задача 2 — ранжирование — осуществить полное упорядочение объектов, то есть осуществить их ранжирование в порядке убывания (либо возрастания) предпочтений.

Заметим, что если решение задачи 1 осуществлено и притом достаточно корректно, то задачу 2 можно считать тривиальной. Однако имеются подходы [1], с помощью которых можно получить решение задачи 2 без определения в явном виде оценок $U(\boldsymbol{P}_j)$, что позволяет рассматривать задачу 2 как представляющую самостоятельный интерес.

Результаты решения задач 1 и 2 в сочетании с данными, содержащимися в матрице $\|p_{ij}\|$, в достаточной мере исчерпывают проблему информационного обеспечения для принятия обоснованных решений при сравнении сложных объектов.

Сформулированные задачи сравнения объектов относятся к числу задач принятия сложных решений в условиях определенности при векторном критерии эффективности [2—4], известных также под названием задач агрегации оценок [5], скаляризации [2] или свертывания локальных критериев [6].

Противоречивость оценок объектов в таких задачах, различие в единицах измерения, диапазонах изменения и степени важности локальных критериев создают значительные трудности при переходе от естественной векторной формализации задачи к эквивалентной скалярной форме. Метод решения задачи сравнения сложных объектов можно считать определенным, если заданы:

а) принцип предпочтительности объектов;

б) способ приведения локальных критериев к единому диапазону изменения;

в) способ определения компонент вектора $\boldsymbol{V}$ — важности локальных критериев.

Особенности рассматриваемых объектов, наборов критериев для их оценки, а также соображения концептуального характера при выборе принципа предпочтительности и способа нормализации критериев порождают значительное разнообразие в подходах и методах решения задач сравнения сложных объектов.

Перейдем к изложению одного из возможных алгоритмов решения задачи.

В качестве меры предпочтительности объектов здесь используется аддитивная взвешенная сумма оценок по локальным критериям вида

$$U(\boldsymbol{P}_j) = \sum_{i=1}^{n} V_i \; p_{ij}. \tag{1}$$

Приведение локальных критериев $P_i$, $i = \overline{1, n}$ к единому диапазону изменения осуществляется с помощью математической формы

$$w_{ij} = \frac{P_i^* - p_{ij}}{P_i^*}, \quad i = \overline{t, n}, \quad j = \overline{1, m}, \tag{2}$$

где $P^*$ — „идеальное“ значение оценки по $i$-му локальному критерию.

Величина $P_i^* - p_{ij}$ характеризует отклонение реальной оценки объекта $j$ по $i$-му критерию от „идеального“ значения, а величина $w_{ij}$ — относительную величину этого отклонения. Величина $w_{ij}$ может, следовательно, интерпретироваться как потеря оптимальности объекта $j$ по критерию $i$, и чем она меньше, тем более предпочтительным является объект.

Применительно к оценке объектов, стремящихся к максимизации всех $P_i$, $i = \overline{1, n}$, математическая форма (2) является частным случаем, подробно исследованной в [7], формы

$$\frac{|P_i^* - p_{ij}|}{|P_i^* + p_{ij}|}, \tag{3}$$

и обладает следующими очевидными свойствами:

а) для любых $p_{ij} \in \| p_{ij} \|$ величина $w_{ij}$ лежит в диапазоне $[0, 1]$, причем

$$w_{ij} = \begin{cases} 0 \text{ при } p_{ij} = P_i^*, \\ 1 \text{ при } p_{ij} = 0; \end{cases}$$

б) для любых $P_i$, $i = \overline{1, n}$, $w_{ij}$ — безразмерная величина. В соответствии с введенными метриками вычисление обобщенных оценок сложных объектов по совокупности локальных критериев предлагается осуществлять с помощью выражения

$$U_j = \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{t=1}^{l} V_t V_i^t \frac{P_i^{*t} - p_{ij}^t}{P_i^{*t}}, \quad j = \overline{1, m}, \tag{4}$$

где $l$ — число групп локальных критериев,

$n_t$ — число локальных критериев в $t$-й группе,

$$t = \overline{1, l}, \quad \sum_{t=1}^{l} n_t = n,$$

$V_t$ — весовой коэффициент критериев $t$-й группы,

$$\sum_{t=1}^{l} V_t = 1$$

$V_i^t$ — весовой коэффициент $i$-го локального критерия $t$-й групп ы

$$\sum_{i=1}^{n_t} V_i^t = 1.$$

Ранжирование объектов осуществляется далее путем их полного упорядочения по мере возрастания $U_j$ так, что ранг 1 присваивается объекту, который имеет минимальное значение оценки $U_j$, и т. д. до присвоения ранга $m$ объекту, который имеет максимальное значение $U_j$.

Остановимся на вопросе определения $P_i^*$, $i = \overline{1, m}$, являющихся компонентами идеального вектора значений локальных критериев $\boldsymbol{P}^*$. В задачах векторной оптимизации, к числу которых относится и рассматриваемая задача, идеальный вектор $\boldsymbol{P}^*$ отождествляется с одним из следующих векторов:

а) $$\boldsymbol{P}^* \equiv \boldsymbol{P}^s = (P_1^s, P_2^s, \ldots, P_n^s),$$

где $P_i^s$, $i = \overline{1, n}$ — заданные (на основе соображений профессионально-логического характера) значения компонент вектора $\boldsymbol{P}^s$.

Субъективный характер аргументов, свойственный данному варианту формирования вектора $\boldsymbol{P}^*$ в большей мере, чем другим, серьезно ограничивает область его применения.

б) $$\boldsymbol{P}^* \equiv \boldsymbol{P}_{\text{opt}} = (\text{opt}\, P_1, \text{opt}\, P_2, \ldots, \text{opt}\, P_n),$$

где opt $P_i$, $i = \overline{1, n}$ — оптимальные значения локальных критериев (компонент вектора $\boldsymbol{P}_{\text{opt}}$).

в) $$P^* \equiv \boldsymbol{P}^s = (\sup P_1, \sup P_2, \ldots, \sup P_n),$$

где $\sup P_i$, $i = \overline{1, n}$ — верхние границы значений локальных критериев (компонент вектора $\boldsymbol{P}^s$).

Применительно к системам организационного управления, объектами в которых являются соответствующие подразделения, предпочтение следует отдать вектору $P^s$. В качестве локальных критериев здесь обычно используют относительные показатели, что снимает также часто встречающееся затруднение, когда $\sup P \to \infty$. В тех случаях, когда $\sup P_i$ сложно определить даже на основе соображений профессионально-логического характера, в качестве $\sup P_i$ можно принять $\max P_{ij}$, $j = \overline{1, m}$.

К числу недостатков изложенного алгоритма, как впрочем и любого другого алгоритма, использующего в качестве принципа предпочтительности аддитивную взвешенную сумму оценок, относится возможность компенсации низких значений оценок по одним локальным критериям высокими значениями оценок по другим. Действительно, в суммарной оценке вида (4) составляющие неразличимы, и одной и той же величине $U_j = \text{const}$ могут соответствовать различные наборы оценок $p_{ij}$ $i = \overline{1, n}$. В их числе могут быть и такие, которые неприемлемы с точки зрения лиц, ответственных за принятие решения, в частности наборы с нулевыми значениями оценок по важнейшим локальным критериям.

Очевидным достоинством изложенного алгоритма сравнения сложных объектов является его простота. При этом, как показали многочисленные эксперименты, точность получаемых с его помощью результатов не уступает точности алгоритмов существенно более высокой сложности. Кроме того, важным достоинством изложенного алгоритма является независимость получаемых с его помощью оценок $U_j$, $j = \overline{1, m}$ от оценок всех остальных объектов. Это создает возможность сопоставления суммарных оценок, относящихся к различным периодам времени, что весьма важно при анализе тенденций в изменении оценок сравниваемых объектов.

## ЛИТЕРАТУРА


1. В. З. Ямпольский, И. П. Макаров. В. А. Сучков. Метод принятия сложного решения на основе попарного сравнения альтернатив. Доклады VI симпозиума по кибернетике, ч. III. Тбилиси, 1972.
2. В. И. Борисов. Выбор решения в случае нескольких критериев эффективности, или проблема векторной оптимальности. Проблемы общей и социальной прогностики. Вып. 2, информ. бюллетень № 14/29, АН СССР. 1969
3. В. М. Озерной. Принятие решений (обзор). «Автоматика и телемеханика», № 11, 1971.
4. В. Л. Волкович. Методы принятия решений по множеству критериев оптимальности (обзор). Труды семинара «Сложные системы управления». Вып. 1, «Наукова думка», 1968.
5. О. И. Ларичев. Человеко-машинные процедуры принятия решений (обзор). «Автоматика и телемеханика», № 12, 1971.
6. Ю. Б. Гермейер. Введение в теорию исследования операций. М., «Наука». 1971.
7. И. В. Кузьмин, Э. А. Дедиков, Б. К. Кухарев. Метод построения глобального критерия в задачах математического программирования. «Механизация и автоматизация управления», № 6, Киев, 1971.