

УДК 681.172.088

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА ЭКСТРАПОЛЯЦИИ

В. С. МОСКВИН, В. К. ЯСЕЛЬСКИЙ, Е. М. БЕЛОВ

(Представлена научным семинаром физико-технического факультета)

Для определения величины интервала  $\Delta t_3$ , на котором погрешность вычисления экстраполированного значения функции не превышает допустимого значения  $\varphi_{\max}$  (рис. 1), можно воспользоваться оценками погрешности интерполирования [1].

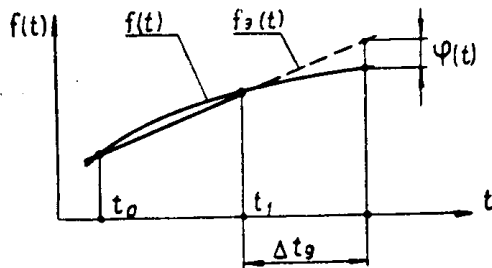


Рис. 1. Кривые изменения  $f(t)$  и  $f_3(t)$

Применение для решения указанной задачи интерполяционных формул Стирлинга и Бесселя следует признать целесообразным, поскольку в рассматриваемом случае имеет место экстраполирование вперед. Наиболее приемлемой является формула Ньютона.

Рассмотрим случаи, когда интервалы интерполирования и экстраполяции не равны между собой.

Обозначив значения функции в узлах интерполирования через  $f(t_i)$ , где  $i = 0, 1, 2, \dots$ , — разность между точным значением функции  $f(t)$  и ее приближенным (экстраполированным) значением,  $f_3(t)$  можно представить в виде

$$\varphi_n(t) = f(t) - \sum_{v=0}^n \prod_{k=0}^{v-1} (t - t_k) f(t_0, t_1, \dots, t_v). \quad (1)$$

Анализ приведенного выражения показывает, что

$$\varphi_n(t) = \sum_{k=0}^n (t - t_k) f(t, t_0, t_1, \dots, t_n). \quad (2)$$

Поскольку для узлов интерполирования  $\varphi_n(t_0) = 0, \dots, \varphi_n(t_n) = 0$ , то, воспользовавшись теоремой Ролля и проведя некоторые преобразования, можно записать

$$f(t, t_0, \dots, t_n) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}, \quad (3)$$

где  $\xi$  обозначает промежуточное значение аргумента, лежащее между числами  $t, t_0, t_1, \dots, t_n$ .

На основании этого получаем, что

$$\varphi_n(t) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \prod_{k=0}^n (t - t_k). \quad (4)$$

Поскольку в рассматриваемом случае имеет место линейная экстраполяция ( $n = 1$ ), то выражение (4) следует переписать в виде

$$\varphi_n(t) = \frac{f^{(2)}(\xi)}{2!} \prod_{k=0}^1 (t - t_k). \quad (5)$$

Абсолютную погрешность  $\varphi_\varepsilon(t)$  определения экстраполированного значения функции за промежутки времени  $\Delta t_\varepsilon$  можно представить соотношением

$$\varphi_\varepsilon(t) = \frac{\varphi_{\text{отн}} \cdot |f(t)|_{\text{max}}}{100}, \quad (6)$$

где  $\varphi_{\text{отн}}$  — относительная приведенная погрешность определения экстраполированного значения параметра;

$|f(t)|_{\text{max}}$  — максимальное значение экстраполируемой функции.

Анализ выражений (5) и (6) показывает, что максимальное значение интервала экстраполяции, удовлетворяющее поставленным требованиям точности, может быть определено из решения уравнения вида

$$\frac{|f^{(2)}(t)|_{\text{max}}}{2!} \prod_{k=0}^1 (t - t_k) - \frac{\varphi_{\text{отн}} |f(t)|_{\text{max}}}{100} = 0. \quad (7)$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. П. Демидович, И. А. Марон. Основы вычислительной математики. М., «Наука», 1966.