

УДК 518.5

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННОГО ПАРАМЕТРА ПО ДИСКРЕТНЫМ ЗНАЧЕНИЯМ

В. Н. БЕРЕЗА, В. Ф. ДЯДИК

(Представлена научным семинаром физико-технического факультета)

В настоящее время для многих объектов автоматического управления существует необходимость определения пространственно-распределенного параметра в любой точке объекта по показаниям ограниченного количества дискретно установленных датчиков, а также распределения параметра по заданным направлениям (радиусу, высоте, длине и т. д.).

В таких случаях задача ставится следующим образом. Для данной геометрии объекта и определенного количества дискретных значений параметра N требуется:

1. Определить расстановку датчиков (в отдельных случаях она может быть задана).

2. Синтезировать алгоритм восстановления непрерывной величины по дискретным значениям и в соответствии с ним вычислить значения параметра в любой точке пространства объекта, либо в заданном наборе точек, либо по заданному направлению.

3. Оценить эффективность решения.

В данной работе рассматривается синтез интерполяционных алгоритмов восстановления параметра, имеющего непрерывные первую и вторую производные и конечные значения на границах объекта, по 200 дискретным значениям. Применение интерполяционных алгоритмов обусловлено их относительной простотой и возможностью реализации на ЦВМ при небольших затратах машинного времени, что важно при включении в контур управления динамическими объектами.

Эффективность алгоритмов оценивалась с помощью численного эксперимента. В качестве критерия оценки принята максимальная приведенная погрешность приближения исходного ансамбля экспериментальных данных, описанного в работе [1].

С целью упрощения задачи синтеза производилась декомпозиция исходной задачи на три:

- 1) синтез алгоритма интерполяции значений параметра в плоскости объекта по 20 дискретным значениям с заданной расстановкой;

- 2) синтез алгоритма интерполяции по высоте объекта по 5 дискретным значениям;

- 3) согласование алгоритмов.

Интерполяцию в плоскости можно производить, например, по формуле билинейной интерполяции, полученной для случая произвольной расстановки датчиков (1), а также по формулам (2) и (3) с положительными весовыми коэффициентами.

$$f_A(x, y) = \sum_{i=1}^n A_i f_i(x_i, y_i), \quad z = \text{const}, \quad (1)$$

где $A_1 = A_1(x, y, x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n)$, n — количество дискретных значений,

$A_n = A_n(x, y, x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n)$ — коэффициенты, вычисляемые для конкретного расположения датчиков и принимающие как положительные, так и отрицательные значения.

$$f_A(x, y) = \sum_{i=1}^n P_i f_i(x_i, y_i), \quad z = \text{const}, \quad (2)$$

где коэффициенты P_i определяются из системы [2]

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n P_i (B_{ij} - B_{i1}) - B_{Aj} - B_{A1}, & (j = 2, 3 \dots n), \\ \sum_{i=1}^n P_i = 1 \end{cases}$$

$B_{ij} = [f(\bar{r}_i) - f(\bar{r}_j)]$ — структурная функция в общем виде.

В простейшем случае $B_{ij} = |\bar{r}_i - \bar{r}_j|$

$$f_A(x, y) = \sum_{i=1}^n P_i f_i(x_i, y_i), \quad z = \text{const}, \quad (3)$$

где $P_i = \frac{L}{C |\bar{r}_A - \bar{r}_i|^p}$; $B_i(\bar{r}_A)$ — структурная функция.

$$L = \frac{B_i(\bar{r}_A)}{B_i(\bar{r}_A)}$$

при $B_i(\bar{r}_A) = |\bar{r}_A - \bar{r}_i|$, $C = 1$, $p = 1$, $n = 4$, получим

$$P_1 = \frac{B_2 B_3 B_4}{\Delta}; \quad P_2 = \frac{B_1 B_3 B_4}{\Delta}; \quad P_3 = \frac{B_1 B_2 B_4}{\Delta};$$

$$P_4 = \frac{B_1 B_2 B_3}{\Delta}; \quad \Delta = [(B_1 + B_2) B_3 B_4] + [(B_3 + B_4) B_1 B_2].$$

Таблица 1

	Алгоритм интерполяции	Приведенная погрешность	Кол-во дискретов	Сложность—количество операций			Кэфф. помехозащищенности	Допол. погрешность
В плоскости	1	4,6	3	24	28	—	1,9	5,7
	2	3,3	3	52	40	6	0,9	2,4
	3	2,7	4	11	15	3	0,5	1,5
По высоте	4 и 5	2,2	3	11	9	—	0,7	2,1

В качестве алгоритмов интерполяции по высоте на основании исследований погрешности приближения экспериментальных кривых высотного распределения параметра предлагается использовать 1 формулу

Ньютона на нечетных интервалах интерполирования (4) и II формулу Гаусса (5) — на четных.

$$f_A(z) = f(z_0) + (z - z_0)f(z_0, z_1) + (z - z_0)(z - z_1)f(z_0, z_1, z_2), \quad (4)$$

$$z_0 < z < z_1$$

$$f_A(z) = f(z_0) + (z - z_0)f(z_0, z_1) + (z - z_0)(z - z_1)f(z_{-1}, z_0, z_1), \quad (5)$$

$$z_0 < z < z_1$$

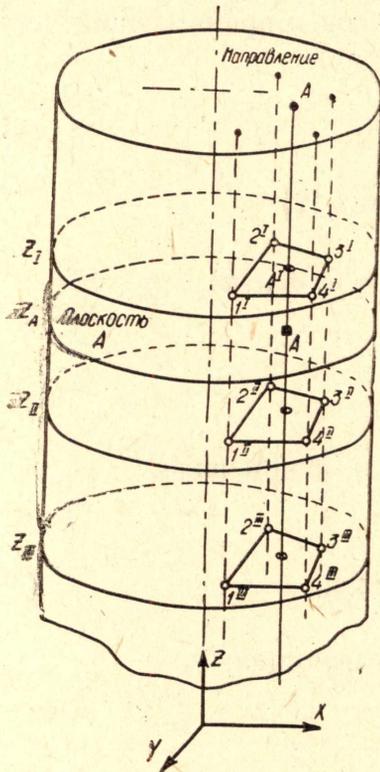


Рис. 1. К понятию комбинированного алгоритма объемной интерполяции

контроля технологического процесса) приводит к комбинированному алгоритму объемной интерполяции и осуществляется следующим образом:

где $f(z_0, z_1, z_2)$ и $f(z_{-1}, z_0, z_1)$ — разделенные разности.

Результаты расчетов погрешности интерполяции на ЦВМ БЭСМ-4 в контрольных точках объекта для набора экспериментальных данных (2400 значений параметра в объеме объекта) сведены в табл. 1. Для расчета использовались дискретные значения, регистрируемые в окрестности контрольной точки и привлекаемые автоматически в процессе счета.

Величина $\delta_{\text{доп}}$ в табл. 1 является дополнительной погрешностью, обусловленной неточностью измерения величины f_i (3%), и характеризует помехозащищенность алгоритма.

Из анализа результатов табл. 1 следует, что наилучшим из рассматриваемых алгоритмов интерполяции в плоскости является алгоритм 3.

Согласование алгоритмов плоскостной и высотной интерполяций для вычисления значений параметра в различных точках объекта (задаваемых, например, оператором или автоматически для кон-

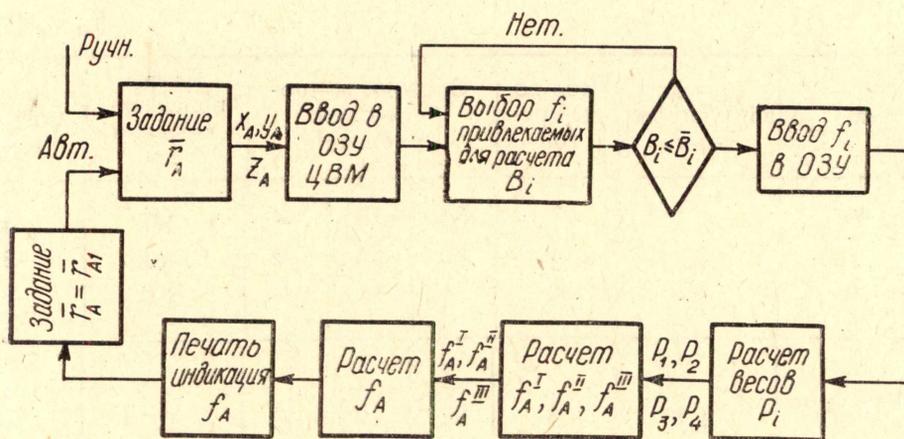


Рис. 2. Блок-схема алгоритма объемной интерполяции

1. Для точки A с координатами x_A, y_A, z_A (рис. 1) выбираются плоскости $z = z_I, z = z_{II}, z = z_{III}$, где по измеренным значениям

f_i^I, f_i^{II} и f_i^{III} , $i = 1, 2 \dots 4$ рассчитываются по алгоритму (3) значения f_A^I, f_A^{II} и f_A^{III} .

2. По f_A^I, f_A^{II} и f_A^{III} с помощью формул (4) и (5) рассчитывается искомое значение $f_A = f(\bar{r}_A)$.

Максимально возможная погрешность при этом составляет

$$\bar{\Delta}_{max}^V = \bar{\Delta}_{max}^{x,y} + \bar{\Delta}_{max}^z = 2,7 + 2,2 = 4,9\%$$

Блок-схема алгоритма объемной интерполяции приведена на рис. 2.

Выводы

1. Рассмотрена возможность применения простых интерполяционных формул для определения значений непрерывно-распределенного в объеме объекта параметра по его дискретным значениям.

2. Произведена декомпозиция объемной задачи на части, осуществлено их решение и согласование; конечный алгоритм является комбинацией плоскостной и одномерной параболической интерполяций.

3. Произведена оценка методической погрешности высотной, плоскостной и объемной интерполяцией для цилиндрического объекта с заданным распределением параметра, максимальное значение последней для набора контрольных точек не превышает 5%.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Mirone, F. Santasilvia, A. Gooling. Experimental assessment of core performance under normal operating conditions and verification of safety margins at increased output in the Garigliano BWR power station. *Energia Nucleare*, 1967, v. 14, № 1.

2. Л. С. Гандин. Об оптимальной интерполяции и экстраполяции метеорологических полей. Труды главной геофизической обсерватории. Вып. 114. Л., Гидрометеиздат, 1960.