ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 293 1977

УДК 681.327.66

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДЕТЕКТОРОВ МОДЕЛИРОВАНИЕМ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА ЭФФЕКТОМ ПЕЛЬТЬЕ

Е. М. БЕЛОВ, А. И. КУЗНЕЦОВ

(Представлена научным семинаром физико-технического факультета)

Динамические свойства не армированных термоэлектрических детекторов аппроксимирует инерционное звено первого порядка, то есть реакция детектора на единовременный скачок интенсивности электромагнитного излучения описывается экспоненциальной функцией изменения термоэдс во времени

$$E(\tau) = E_0 \exp(-\mu\tau), \tag{1}$$

где E_0 — генерируемая термоэдс в начальный период;

μ — постоянная, характеризующая динамические свойства.

Малоинерционные высокочувствительные термоэлектрические детекторы представляют собой термобатареи с последовательным включением n термоэлементов.

Если термобатарею замкнуть на внешний источник напряжения постоянного тока, то действие эффекта Пельтье проявляется в установлении определенного градиента температуры между «горячими» и «холодными» спаями, что эквивалентно действию на термоэлектрический детектор электромагнитного излучения. Переключив термобатарею на измерительный прибор, можно зафиксировать временное изменение генерируемой термоэдс, вызванное охлаждением термобатареи. Теоретическое доказательство экспоненциальности этой зависимости будет служить обоснованием возможности использования предлагаемой методики для изучения динамических свойств термоэлектрических детекторов.

Материал термоэлектродов (i) и спаев (k) характеризуют:

λ_i, λ_k — коэффициенты теплопроводности;

c_i, c_k — удельные теплоемкости;

ρ_i, ρ_k — удельные сопротивления;

γ_i, γ_k — плотности;

ε — удельная термоэдс пары соответственно.

Предполагается независимость этих параметров, а также коэффициентов теплоотдачи с поверхностей термоэлектродов α_i и спаев α_k от температуры.

Геометрические размеры термоэлектродов (i) и спаев (κ): b_i, b_κ — ширина, δ_i, δ_κ — толщина, l_i, l_κ — длина, p_i и p_κ, f_i и f_κ — периметр и площадь поперечного сечения, соответственно, q_i, q_κ — плотности тепловыделения на единицу длины при пропускании тока подогрева через термобатарею.

Площади поперечного сечения термоэлектродов выбираем из условия их наивыгоднейшего соотношения [1]

$$\frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{\rho_1\lambda_2}{\rho_2\lambda_1}}. \qquad (2)$$

С целью упрощения математических выражений ограничимся рассмотрением случая $l_i \to \infty$ и $q_{i=1} = q_{i=2}$. Последнее равенство, с учетом соотношения (2), имеет место, когда

$$\rho_1\lambda_1 = \rho_2\lambda_2. \qquad (3)$$

Равенство (3) с достаточной точностью выполняется для термоэлектродов, выполненных из хромеля и алюмеля.

Стационарное распределение температуры вдоль термоэлектродов (спаи находятся в началах координат) дается решением уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 \mathrm{T}_i(x_i)}{\partial x_i^2} = m_i^2\, \mathrm{T}_i(x_i) - \frac{q_i}{\lambda_i f_i}, \quad (0 \leqslant x_i \leqslant \infty), \qquad (4)$$

где

$$m_i^2 = \frac{\alpha_i p_i}{\lambda_i f_i}, \quad (i = 1,\ 2). \qquad (5)$$

Границы $x_i \to \infty$ разделяют каждый термоэлектрод на два независимых полубесконечных стержня, поэтому допустимо предположение

$$\left.\frac{\partial \mathrm{T}_i(x_i)}{\partial x_i}\right|_{x_i \to \infty} = 0. \qquad (6)$$

В качестве вторых граничных условий для стержней рассматри ваем тепловые балансы спаев ($x_i = 0$)

$$Q_\kappa + Q_{\lambda\kappa} - Q_{\alpha\kappa} + (-1)^\kappa Q_{\text{п}\kappa} = 0, \qquad (7)$$

где

$$Q_\kappa = \frac{q_\kappa}{\alpha_\kappa p_\kappa}, \quad Q_{\lambda\kappa} = \lambda_i f_i \left.\frac{\partial \mathrm{T}_i(x_i)}{\partial x_i}\right|_{x_i = 0},$$

$$Q_{\alpha\kappa} = \alpha_\kappa p_\kappa \mathrm{T}_i(x_i = 0), \quad Q_{\text{п}\kappa} = \varepsilon I\, \mathrm{T}_i(x_i = 0), \quad (\kappa = 1,\ 2). \qquad (8)$$

Решение уравнения (4) при граничных условиях (6), (7)

$$\mathrm{T}_i(x_i) = \mathrm{A} + \mathrm{B}_\kappa \exp(-m_i x_i), \qquad (9)$$

где

$$\mathrm{A} = \frac{q_i}{\alpha_i p_i}; \qquad (10)$$

$$\mathrm{B}_\kappa = \frac{Q_\kappa - \mathrm{A}\left[\alpha_\kappa p_\kappa l_\kappa - (-1)^\kappa \varepsilon I\right]}{\sqrt{\alpha_i p_i \lambda_i f_i} + \alpha_\kappa p_\kappa l_\kappa - (-1)^\kappa \varepsilon I}. \qquad (11)$$

Стационарное распределение температуры вдоль термоэлектродов зависит от исполнения спаев.

1. Когда спаи изготовляют сваркой термоэлектродов внахлест, то $\rho_i > \rho_\kappa$, $f_\kappa \geqslant f_1 + f_2$, а $q_i > q_\kappa$. Температурное поле имеет максимум на термоэлектродах $\mathrm{T}_i(x_i \to \infty) = \mathrm{A}$, а минимум — на спаях $\mathrm{T}_i(x_i = 0) = \mathrm{A} + \mathrm{B}_\kappa$.

2. Когда спаи изготовляют сваркой термоэлектродов встык, то в тепловом балансе (7) можно пренебречь составляющими Q_κ и $Q_{\alpha\kappa}$ В этом случае температурное поле

$$\mathrm{T}_i^0(x_i) = \mathrm{A} + \mathrm{B}_\kappa^0 \exp(-m_i x_i), \qquad (12)$$

где

$$\mathrm{B}_\kappa^0 = \frac{(-1)^\kappa \varepsilon I}{\sqrt{\alpha_i p_i \lambda_i f_i} - (-1)^\kappa \varepsilon I} \qquad (13)$$

имеет экспериментальные точки на спаях ($x_i = 0$, $i = 1, 2$).

Динамика изменения температурного поля после выключения тока подогрева определяется решением нестационарных дифференциальных уравнений теплопроводности для термоэлектродов

$$\frac{\partial \mathrm{T}_i (x_i, \tau)}{\partial \tau} = a_i^2 \frac{\partial^2 \mathrm{T}_i (x_i, \tau)}{\partial x_i^2} - \nu_i^2 \mathrm{T}_i (x_i, \tau) \tag{14}$$

и для спаев в соответствии с их исполнением:

1. $$\frac{\partial \mathrm{T}_\kappa (\tau)}{\partial \tau} + \nu_\kappa^2 \mathrm{T}_\kappa (\tau) + \psi \frac{\lambda_i f_i}{c_\kappa} \cdot \frac{\partial \mathrm{T}_i (x_i, \tau)}{\partial x_i} \bigg|_{x_i=0} = 0; \tag{15}$$

2. $$\frac{\partial \mathrm{T}_\kappa^0 (\tau)}{\partial \tau} + \psi \frac{\lambda_i f_i}{c_\kappa} \cdot \frac{\partial \mathrm{T}_i (x_i, \tau)}{\partial x_i} \bigg|_{x_i=0} = 0, \tag{16}$$

где

$$a_i^2 = 0 \frac{\lambda_i}{c_i \gamma_i}, \quad \nu_i^2 = \frac{\alpha_i p_i}{c_i \gamma_i f_i}, \quad \nu_\kappa^2 = \frac{\alpha_\kappa p_\kappa l_\kappa}{c_\kappa} \tag{17}$$

при начальном распределении температур, заданном уравнениями (9—11) или (12), (13) в зависимости от исполнения спаев, и граничных условиях

$$\frac{\partial \mathrm{T}_i (x_i, \tau)}{\partial x_i} \bigg|_{x_i \to \infty} = 0, \tag{18}$$

$$\mathrm{T}_i (x_i = 0, \tau) = \mathrm{T}_\kappa (\tau). \tag{19}$$

В уравнениях (15) и (16) сомножитель ψ равен -1, 0 или $+1$, если $\frac{\partial \mathrm{T}_i (x_i, \tau)}{\partial x_i} \Big|_{x_i=0}$ больше, равен или меньше нуля соответственно.

Решение нестационарной задачи (14—19) выполнено операторным методом, основанным на преобразованиях Лапласа. Дифференциальные уравнения (14—16) и граничные условия (18), (19) в преобразованиях имеют вид

$$\frac{\partial^2 \Theta_i (x_i, s)}{\partial x_i^2} = \frac{s + \nu_i^2}{a_i^2} \Theta_i (x_i, s) - \frac{1}{a_i^2} [\mathrm{A} + \mathrm{B}_\kappa \exp(-m_i x_i)], \tag{14а}$$

$$\Phi_\kappa (s) = \frac{\mathrm{A} + \mathrm{B}_\kappa}{s + \nu_\kappa^2} + \psi \frac{\lambda_i f_i}{c_\kappa (s + \nu_\kappa^2)} \frac{\partial \Theta_i (x_i, s)}{\partial x_i} \bigg|_{x_i=0}, \tag{15а}$$

$$\Phi_\kappa^0 (s) = \frac{\mathrm{A} + \mathrm{B}_\kappa^0}{s} + \psi \frac{\lambda_i f_i}{c_\kappa s} \cdot \frac{\partial \Theta_i (x_i, s)}{\partial x_i} \bigg|_{x_i=0}, \tag{16а}$$

$$\frac{\partial \Theta_i (x_i, s)}{\partial x_i} \bigg|_{x_i \to \infty} = 0, \tag{18а}$$

$$\Theta_i (x_i = 0, s) = \Phi_\kappa (s). \tag{19а}$$

Решение уравнения (14а) находим по известной фундаментальной системе решений однородного дифференциального уравнения, соответствующего данному неоднородному уравнению [2]

$$\Theta_i (x_i, s) = \frac{\mathrm{A}}{s + \nu_i^2} + \frac{\mathrm{B}_\kappa}{s} \exp(-m_i x_i) + D(s) \exp[-\eta_i (s) x_i], \tag{14б}$$

где

$$\eta_i^2 (s) = \frac{s + \nu_i^2}{a_1^2}, \tag{20}$$

$D(s)$ — функция параметра s, подлежащая определению.

В решении (14б) учтено граничное условие (18а) и $\nu_i^2 \equiv a_i^2 \cdot m_i^2$. Решение (14б) позволяет определить $\Phi_\kappa(s)$ и $\Phi_\kappa^0(s)$.

$$\Phi_\kappa(s) = \frac{A + B_\kappa}{s + \nu_\kappa^2} - \psi\left[\frac{\lambda_i f_i m_i}{c_\kappa s(s + \nu_\kappa^2)} B_\kappa + \frac{\lambda_i f_i \eta_i(s)}{c_\kappa(s + \nu_\kappa^2)} D(s)\right], \quad (15б)$$

$$\Phi_\kappa^0(s) = \frac{A + B_\kappa^0}{s} - \psi\left[\frac{\lambda_i f_i m_i}{c_\kappa s^2} B_\kappa^0 + \frac{\lambda_i f_i \eta_i(s)}{c_\kappa s} D^0(s)\right]. \quad (16б)$$

Граничное условие (19а) используем для определения $D(s)$ и $D^0(s)$.

$$D(s) = \left[A \frac{\nu_i^2 - \nu_\kappa^2}{(s + \nu_i^2)(s + \nu_\kappa^2)} - B_\kappa \frac{\nu_\kappa^2 + \psi\lambda_i f_i m_i c_\kappa^{-1}}{s(s + \nu_\kappa^2)}\right] \cdot \left[1 + \psi \frac{\lambda_i f_i \eta_i(s)}{c_\kappa(s + \nu_\kappa^2)}\right]^{-1}, \quad (21)$$

$$D^0(s) = \left[A \frac{\nu_i^2}{s(s + \nu_i^2)} - B_\kappa^0 \psi \frac{\lambda_i f_i m_i}{c_\kappa s^2}\right] \cdot \left[1 + \psi \frac{\lambda_i f_i \eta_i(s)}{c_\kappa s}\right]^{-1}. \quad (22)$$

Подстановка (21) и (22) в (15б) и (16б) дает

$$\Phi_\kappa(s) = A \frac{c_\kappa(s + \nu_i^2) + \psi\lambda_i f_i \eta_i(s)}{(s + \nu_i^2)[c_\kappa + \nu_\kappa^2)\psi\lambda_i f_i \eta_i(s)} + B_\kappa \frac{c_\kappa s + \psi\lambda_i f_i[\eta_i(s) - m_i]}{s(c_\kappa(s + \nu_\kappa^2)\psi\lambda_i f_i \eta_i(s)]}, \quad (15в)$$

$$\Phi_\kappa^0(s) = A \frac{c_\kappa(s + \nu_i^2) + \psi\lambda_i f_i \eta_i(s)}{(s + \nu_i^2)[c_\kappa s + \psi\lambda_i f_i \eta_i(s)} + B_\kappa^0 \frac{c_\kappa s + \psi\lambda_i f_i[\eta_i(s) - m_i]}{s[c_\kappa s + \psi\lambda_i f_i \eta_i(s)]}. \quad (16в)$$

Здесь использовано свойство $\psi^2 = 1$ при любом знаке $\left.\frac{\partial\Theta_i(x_i, s)}{\partial x_i}\right|_{x_i=0}$.

Таким образом, решения (15в) и (16в) определяют динамику изменения температуры „горячих“ ($\kappa = 1$) и „холодных“ ($\kappa = 2$) спаев.

Если полные теплоемкости спаев отличаются между собой незначительно, тогда, полагая $c_{\kappa=1} = c_{\kappa=2} = c_0$, $\nu_{i,\kappa=1} = \nu_{i,\kappa=2} = \nu_0$ и используя (15в) и (16в), получим

$$\Delta\Phi_\kappa(s) = \Phi_1(s) - \Phi_2(s) = |B_1 - B_2| \frac{c_0 s + \psi\lambda_i f_i[\eta_i(s) - m_i]}{s[c_0(\nu_0^2 + s) + \psi\lambda_i f_i \eta_i(s)]}, \quad (23)$$

$$\Delta\Phi_\kappa^0(s) = \Phi_1^0(s) - \Phi_2^0(s) = |B_1^0 - B_2^0| \frac{c_0 s + \psi\lambda_i f_i[\eta_i(s) - m_i]}{s[c_0 s + \psi\lambda_i f_i \eta_i(s)]}. \quad (24)$$

Чтобы перейти от изображений к оригиналу, разложим числитель и знаменатель уравнений (23), (24) в ряд Маклорена по степеням s и ограничимся только линейными членами разложения [3]. В результате получим

$$\Delta\Phi_\kappa(s) = |B_1 - B_2| \frac{1}{s + M}. \quad (23а)$$

$$\Delta\Phi_\kappa^0(s) = |B_1^0 - B_2^0| \cdot \frac{1}{s + M_0}, \quad (24а)$$

где

$$M = \frac{\alpha_\kappa p_\kappa l_\kappa + \psi\sqrt{\alpha_i p_i \lambda_i f_i}}{c_\kappa + \psi\, 0{,}5\, c_i \gamma_i f_i \sqrt{\frac{\lambda_i f_i}{\alpha_i p_i}}}, \quad (25)$$

$$M_0 = \frac{\sqrt{\alpha_i p_i \lambda_i p_i}}{\psi c_\kappa + 0{,}5 c_i \gamma_i f_i \sqrt{\frac{\lambda_i f_i}{\alpha_i p_i}}}. \quad (26)$$

Оригинал изображения (23а) и (24а) соответственно

$$\Delta T_{\kappa}(\tau) = |B_1 - B_2| \exp(-M\tau), \tag{23б}$$

$$\Delta T_{\kappa}^{0}(\tau) = |B_1^0 - B_2^0| \exp(-M_0\tau). \tag{24б}$$

В определенном интервале температур генерируемая термобатарея термоэдс пропорцинальна градиенту температур между спаями

$$E = n \cdot \varepsilon \Delta T, \tag{27}$$

поэтому в данном интервале температур динамика изменения термоэдс после отключения тока подогрева термобатареи в случае изготовления спаев внахлест

$$E(\tau) = n\varepsilon |B_1 - B_2| \exp(-M\tau) \tag{23в}$$

и в случае изготовления спаев встык

$$E^0(\tau) = n\varepsilon |B_1^0 - B_2^0| \exp(-M_0\tau) \tag{24в}$$

описываются экспоненциальными функциями подобно соотношению (1).

Следовательно, динамические свойства термоэлектрических детекторов можно исследовать по предлагаемой методике, так как доказано соответствие параметров M и M^o параметру μ.

Практическая реализация методики характеризуется своей простотой. Первоначально через термобатарею пропускается ток подогрева, вследствие чего между спаями создается градиент температуры. Переключаем термобатарею с источника питания на измерительный прибор и регистрируем изменение генерируемой термоэдс во времени. Обработка экспериментальных результатов позволяет определить показатель инерции μ (постоянную времени) используемого термоэлектрического детектора.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ф. Иоффе. Полупроводниковые термоэлементы. М.—Л., 1960.
2. Э. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., «Наука», 1965.
3. Н. А. Ярышев. Изв. вузов СССР. «Приборостроение», 1963, т. 6, № 4.