ИЗВЕСТИЯ

ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 294 1976

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА КОРНЕВОГО ГОДОГРАФА К СИНТЕЗУ ОБЪЕДИНЕННЫХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ

Ю. С. МЕЛЬНИКОВ, А. П. ПАРАМЗИН

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры автоматики и телемеханики)

В [1] была показана возможность использования метода корневого годографа для исследования объединенной следящей системы (ОСС) (рис. 1).

Силовая следящая система (ССС) в разомкнутом состоянии описывалась передаточной функцией вида

$$W_{ccc}(s) = \frac{K}{s(A_0 s^2 + A_1 s + 1)}, \tag{1}$$

а корректирующая следящая система (КСС) — передаточный функцией

$$W_{ксс}(s) = \frac{K_д}{s(As+1)}. \tag{2}$$

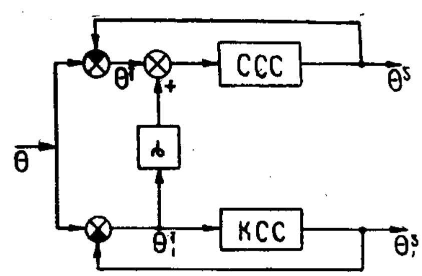

Рис. 1. Структурная схема объединенной следящей системы

Передаточная функция замкнутой ОСС с учетом указанной на рис. 1 связи между каналами

$$W(s) = \frac{K[s(As+1)\cdot(1+\varphi)+K_д]}{[s(A_0 s^2 + A_1 s + 1)+K][s(As+1)+K_д]} \tag{3}$$

и условия компенсации ошибок ССС по первой и второй производным от задающего воздействия

$$\varphi = \frac{K_д}{K}, \quad A = A_1 + \frac{1}{K_д}. \tag{4}$$

Были определены поля расположения корней и нулей ОСС в комплексной плоскости s с учетом выполнения указанных условий компенсации ошибок (4).

Предметом данной статьи является обсуждение предложенных методик построения корневых годографов ОСС и применение их для синтеза параметров объединенных следящих систем.

Из литературы известно, что начальные точки корневых годографов системы с передаточной функцией (1) располагаются на полуокружности радиуса $1/\sqrt{A_0}$ с центром в начале координат при условии постоянства параметра A_0 и переменном A_1 при декременте затухания $\varsigma = A_1/2\sqrt{A_0}$. Докажем, что в случае постоянства параметра A_1 при переменном A_0 и $\varsigma \leqslant 1$ начальные точки корневых годографов этой системы располагаются на окружности радиуса $1/A_1$ с координатами центра $(-1/A_1, \pm j0)$ (рис. 2). Характеристическое уравнение замкнутой ССС

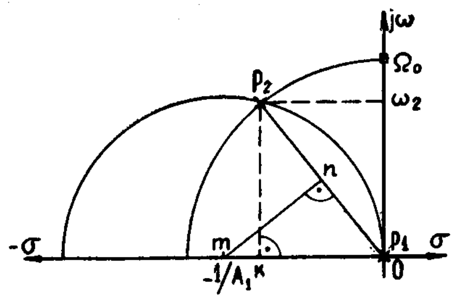

Рис. 2.

$$s(s^2 + 2\varsigma\Omega_0 s + \Omega_0^2) + c \cdot K = 0, \tag{5}$$

где

$$c = \frac{1}{A_0}, \quad \Omega_0 = \frac{1}{\sqrt{A_0}}, \quad \varsigma = \frac{A_1}{2\sqrt{A_0}}.$$

Начальные точки P_1, P_2, P_3 найдем как результат решения (5) при $K=0$:

$$P_1 = 0, \quad P_{2,3} = -\varsigma\Omega_0 \pm j\Omega_0\sqrt{1-\varsigma^2}. \tag{6}$$

На рис. 2 вектор oP_2 поделим пополам и из центральной точки n восстановим прямую nm, перпендикулярную oP_2 до пересечения ее с осью абсцисс в точке m. Треугольник P_2ko подобен треугольнику mno, откуда следует

$$om = \frac{P_2o \cdot no}{ko}, \tag{7}$$

где

$$no = \frac{P_2o}{2} = \frac{\Omega_0}{2} = \frac{1}{2\sqrt{A_0}}, \quad ko = \varsigma\Omega_0 = \frac{A_1}{2A_0},$$

тогда

$$om = \frac{\Omega_0 \cdot \frac{\Omega_0}{2}}{\varsigma \cdot \Omega_0} = \frac{\Omega_0}{2\varsigma} = \frac{1}{A_1}. \tag{7a}$$

Нетрудно показать, что любая точка, принадлежащая окружности, проведенной через начало координат с центром в точке m, является начальной точкой корневого годографа, то есть является решением рассматриваемого характеристического уравнения (5) при $K=0$, переписанного к первоначальному виду

$$s(A_0 s^2 + A_1 s + 1) + K = 0. \tag{8}$$

Таким образом, начальные точки корневых годографов характеристического уравнения третьего порядка определяются как точки пересечения рассмотренных выше окружностей. Это позволяет, не вычисляя корней, легко определять изменение положения начальных точек корневого годографа при изменении параметров системы, что особенно удобно при синтезе систем, когда в качестве исходной информации задается, например, положение корней замкнутой системы.

Далее рассмотрим предложенную методику построения эквикоэффициентных кривых на поле корней КСС при учете выполнения условий (4). В [1] эквикоэффициентными кривыми КСС названы линии, соединяющие точки корневых годографов, соответствующие постоянным значениям коэффициента усиления КСС. Построение корневых годографов КСС в данном случае производить нецелесообразно, поскольку лишь одна точка на каждом годографе соответствует выполнению условий (4). Поэтому, естественно, представляет большой интерес отыскание множества точек корневых годографов, в которых удовлетворяются условия компенсации отдельных составляющих ошибки ОСС.

Для определения границ поля корней КСС примем в (4) $A_1 = 0$. Характеристическое уравнение замкнутой КСС

$$s^2 + \frac{1}{A} s + \frac{K_д}{A} = 0. \tag{9}$$

Параметр A из (4) при $A_1 = 0$ равен

$$A = \frac{1}{K_д}. \tag{10}$$

Тогда из (9) получим

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2A} \pm \sqrt{\frac{1}{4 \cdot A^2} - \frac{K_д}{A}} = K_д \left(-\frac{1}{2} \pm j \frac{\sqrt{3}}{2} \right). \tag{11}$$

Таким образом, корни уравнения (9) при условии $A_1 = 0$ располагаются на прямой линии, выходящей из начала координат с углом наклона к мнимой оси

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{|Re\, s_{1,2}|}{|Im\, s_{1,2}|} = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} = 30°. \tag{12}$$

В случае $A_1 > 0$ корни уравнения (9) располагаются внутри сектора, образованного осью ординат и прямой, построенной при $A_1 = 0$ для различных значений K_g. Из (10) следует, что модуль корня характеристического уравнения (9), соответствующего граничному условию $A_1 = 0$, равен коэффициенту усиления K_g, то есть прямая, ограничивающая поле корней КСС, может быть разбита на отрезки, пропорциональные K_g.

Это обстоятельство позволило предположить, что эквикоэффициентные кривые КСС есть дуги окружностей радиуса K_g с координатами центра $(-K_g, \pm j0)$. Для доказательства этого в поле корней возьмем полюс s_1 (рис. 3) замкнутой КСС с параметрами, обеспечивающими выполнение условий компенсации ошибок (4). Известным способом проведем окружность через точки начала координат и полюса s_1. Из подобия треугольников СКО и ns_1o определим, что радиус построенной окружности равен коэффициенту усиления K_g. При доказательстве этого положения учитываем, что n есть кратная точка корневого годографа астатической ситемы с астатизмом первого порядка. Модуль вектора s_1o определяем из уравнения модулей корневого годографа

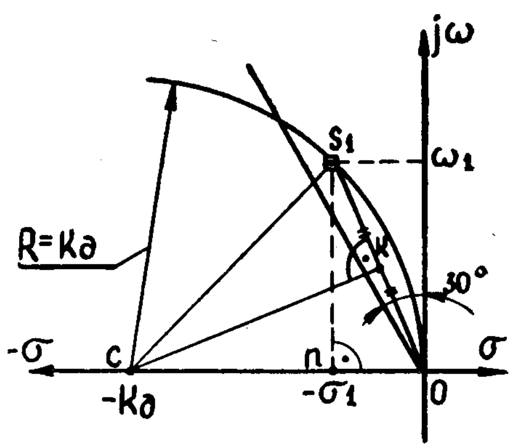

Рис. 3. Построение эквикоэффициентных кривых КСС

$$s_1 o = \sqrt{\frac{K_д}{A}}. \tag{13}$$

На рис. 4 для иллюстрации приведены эквикоэффициентные кривые КСС для трех значений коэффициента K_g.

На основании проведенных исследований был разработан ряд методик синтеза параметров ОСС с учетом выполнения не только условий компенсации составляющих ошибки (4), но и некоторых ограничений на характер динамических процессов. Ограниченный объем статьи не позволяет рассмотреть все методики, поэтому ограничимся лишь самой упрощенной методикой синтеза параметров ОСС.

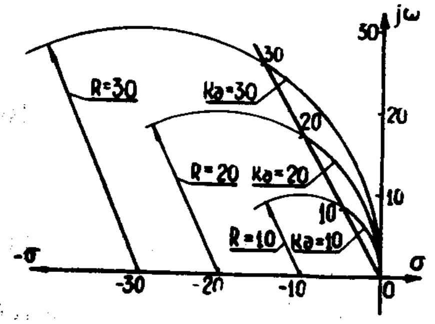

Рис. 4. Семейство эквикоэффициентных кривых КСС

Считаем, что параметры A_0 и A_1 ССС известны из энергетического расчета силовой части этой системы, причем декремент затухания $\xi \leqslant 1$, что справедливо в большинстве случаев; время переходного процесса ОСС ограничено $t_{доп}$. Требуется скомпенсировать составляющие ошибки ОСС по первой и второй производным от задающего воздействия.

Методика синтеза параметров сводится к следующему.

Из ограничений на время переходного процесса вытекает, что полюсы замкнутых ССС и КСС должны располагаться на полях своих корней левее вертикальной линии, имеющей абсциссу (рис. 5)

$$-\sigma_{пп} = -\frac{3}{t_{доп}}, \qquad (14)$$

причем вследствие особенностей поля корней КСС необходимо делать доминирующими именно комплексно-сопряженные полюсы КСС, для этого поместим их на ограничительную вертикаль с абсциссой, определяемой из (14).

По формуле, полученной из (4) с учетом обычной методики построения корневого годографа, используя данные о величине параметра A_1, можно найти требуемую величину коэффициента усиления.

$$K_д = \frac{2\cdot|\sigma_{пп}|}{1 - 2A_1\cdot|\sigma_{пп}|}. \qquad (15)$$

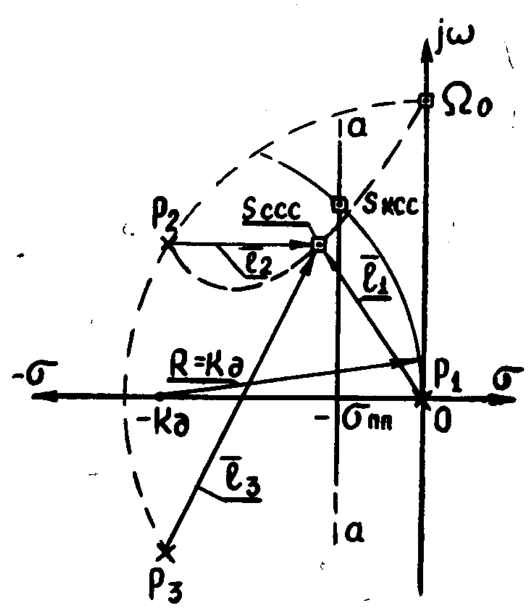

Рис. 5. Определение местоположения полюсов ОСС при синтезе ее параметров

Положение полюса замкнутой КСС, параметры которой удовлетворяют условиям компенсации составляющих ошибки (4) и величине найденного из (15) коэффициента усиления K_g, на поле корней можно определить как точку пересечения вертикали с абсциссой (14) и эквикоэффициентной кривой, представляющей собой дугу окружности радиуса K_g.

Полюсы ССС следует расположить таким образом, чтобы они, не являясь доминирующими, обеспечивали бы в ССС по возможности большую добротность; это означает, что их надо выбрать на корневом годографе ССС как можно ближе к вертикали $a - a$ (рис. 5). Положение этих полюсов на корневом годографе, построенном при известных параметрах A_0 и A_1, можно определить при помощи обычной методики построения корневых годографов Эванса. Если полюсы ССС расположены левее вертикали $a — a$, то доминирующее влияние КСС на качество переходного процесса ОСС очевидно.

Неизвестные параметры можно найти по известным уже формулам:

$$A = A_1 + \frac{1}{K_д}. \tag{16}$$

Параметр K определяется с помощью уравнения модулей применительно к ССС:

$$K = A_0 \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot l_3. \tag{17}$$

Так как в условии задачи не поставлены ограничения на перерегулирование ОСС, то влияние нулей передаточной функции (3) на переходные процессы в системе не рассматриваем.

На этом задачу синтеза параметров ОСС методом корневого годографа можно считать решенной. Самой трудоемкой операцией является отыскание корней замкнутой ССС по методике Эванса. Значительно быстрее и точнее можно определить положение этих корней с помощью разработанного нами способа, использующего лишь геометрические построения [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. С. Мельников, А. П. Парамзин. Исследование двухканальной следящей системы методом траектории корней. Известия ТПИ (в печати).

2. Ю. С. Мельников, А. П. Парамзин. Методика построения корневых годографов систем, описываемых уравнением третьего порядка. Статья в сборнике.