

## ФЕРРОРЕЗОНАНСНЫЕ ЦЕПИ КАК ЦЕПИ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

А. И. КУТЯВИН

(Представлена научным семинаром кафедры теоретических основ электротехники)

1. Проблемы нелинейных систем несравненно сложнее, чем линейных, решение той или иной задачи в общем виде даже приближенно возможно крайне редко. К таким редким случаям можно отнести и получение в общем виде условий работы феррорезонансных цепей при скачкообразном изменении электрических параметров (при релейных или триггерных эффектах) на частоте источника питания, если исходить из отличительных особенностей цепей с отрицательным дифференциальным сопротивлением [1].

Выясним некоторые закономерности феррорезонансных цепей при резонансе на основной гармонике и изменении напряжения питания. Найдем условия многоустойчивой работы и границы перехода от бистабильной работы к одностабильной, когда скачкообразное изменение параметров невозможно. Такие граничные параметры системы будем называть, как и в [2], критическими.

II. В феррорезонансном параллельном контуре при работе от источника тока происходят релейные эффекты. При работе от источника напряжения они отсутствуют, система имеет на интегральной вольт-амперной характеристике участок с отрицательной дифференциальной проводимостью, поэтому ее анализ желательно проводить в терминах проводимости [1]. Найдем критические параметры контура, когда незначительное изменение сопротивления источника  $r$  приводит к отсутствию релейных эффектов, т. е. к переводу питания контура от неидеального источника тока к неидеальному источнику напряжения.

Для схемы замещения контура (рис. 1, а), где  $r$  — сопротивление источника  $b(u)$ ,  $g(u)$  и  $b_c$  — статические или интегральные проводимости дросселя (реактивная и активная) и емкости соответственно, можно составить уравнение

$$ri + u = u_k. \quad (1)$$

Примем решение уравнения (1) в виде  $u = U_m \sin \omega t$  и в дальнейшем для простоты записи будем опускать индекс 1. Тогда

$$\left. \begin{aligned} u_k &= U_{km} \sin(\omega t + \varphi); \quad i = i_L + i_R + i_c; \\ i_c &= b_c U_m \cos \omega t; \quad i_R \approx g(U_m) U_m \sin \omega t; \\ i_L &= f(\psi) = -b(U_m) U_m \cos \omega t, \quad \text{так как} \\ \frac{d\psi}{dt} &= U_m \sin \omega t, \quad \text{а } \psi = -\frac{U_m}{\omega} \cos \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Используя метод гармонического баланса, уравнение (1) с учетом (2) можно представить следующим образом:

$$r^2(-I_{Lm} + I_{cm})^2 + (rI_{Rm} + U_m)^2 = U_{km}^2, \quad (3)$$

где

$$I_{Lm} = b(U_m)U_m; \quad I_{cm} = b_c U_m; \quad I_{Rm} = g(U_m)U_m -$$

токи основной гармоники, протекающие через параллельные ветви.

При релейных эффектах зависимость между напряжениями питания и на параллельных ветвях контура может быть представлена кривой рис. 1, б. В точках, где  $\frac{dU_{km}}{dU_m} = 0$ , возможен переход системы из одного устойчивого состояния в другое, что вытекает из критерия Раунса-Гурвица [3]. Дифференцируя (3), получим

$$r^2(-b + b_c)(-b_d + b_c) + (rg + 1)(rg_d + 1) = 0 \quad (4)$$

где  $-b$ ,  $g$  — интегральные проводимости (реактивная и активная) дросселя, определенные по основной гармонике;

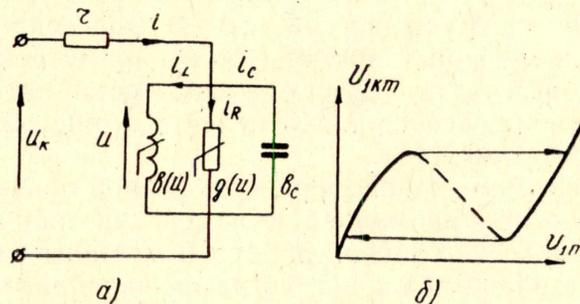


Рис. 1. Схема замещения параллельного контура а) и его характеристика б).

$-b_d$ ,  $g_d$  — реактивная и активная дифференциальные проводимости дросселя.

Решая (4) относительно емкостной проводимости

$$b_c = \frac{r(b + b_d) \pm \sqrt{r^2(b - b_d)^2 - 4[r^2 g g_d + r(g + g_d) + 1]}}{2r}, \quad (5)$$

убеждаемся в том, что бистабильные области могут иметь место только при подкоренном выражении больше нуля, т. е. при

$$r > r_{кр} = \frac{(g + g_d) + \sqrt{(g - g_d)^2 + 4(b - b_{кр})^2}}{2[(b - b_{кр})^2 - g g_d]},$$

где  $b_{кр} = \frac{b + b_d}{2}$  — критическая емкостная проводимость;

$r_{кр}$  — критическое сопротивление источника.

Если  $r < r_{кр}$ , в системе не могут существовать релейные эффекты, а на интегральной вольтамперной характеристике контура имеется участок с отрицательной дифференциальной проводимостью, что равносильно работе цепи от неидеального источника напряжения. Если  $r > r_{кр}$ , то такие эффекты возможны и источник должен рассматриваться как неидеальный источник тока.

На рис. 2 представлены зависимости  $r_{кр} = f(b_{с.кр})$ , теоретическая и экспериментальная, для схемы при работе на промышленной частоте. Экспериментальная кривая идет выше теоретической в связи с тем, что она снималась при незначительном скачкообразном изменении параметров (коэффициент кратности, то есть скачкообразное изменение напряжения на дросселе, не превышал 1,5).

В наиболее простом случае, когда контур консервативен (потери отсутствуют,  $g=0$ )

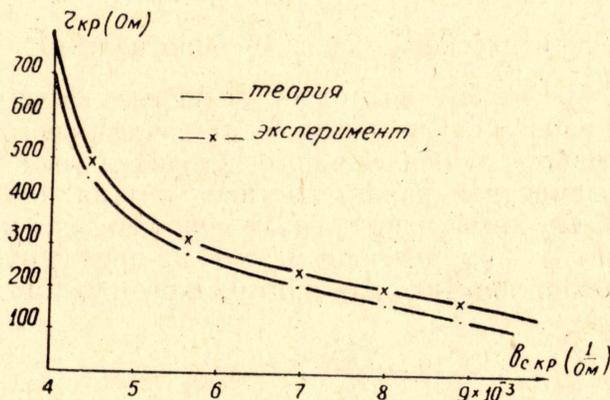


Рис. 2. Зависимость критического сопротивления источника от критической емкостной проводимости.

$$b_{с.кр} = \frac{b + b_d}{2}; \quad \frac{1}{r_{кр}} = b - b_{с.кр}. \quad (6)$$

III. Феррорезонансный последовательный контур при работе от источника тока может иметь на интегральной (статической) вольтамперной характеристике участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением (рис. 3, б), поэтому его анализ желательно проводить в терминах сопротивления [1]. Полагая, что в цепи основная гармоника является доминирующей, при анализе схемы замещения контура (рис. 3, а) определим геометрическое место точек, где начинаются скачкообразные изменения тока [4].

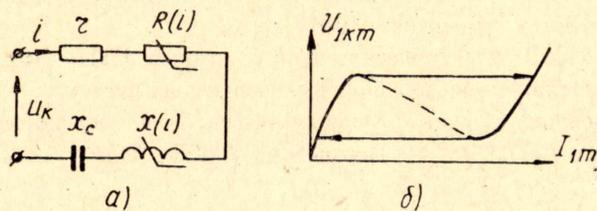


Рис. 3. Схема замещения последовательного контура а) и его вольтамперная характеристика б).

$$x_c = \frac{x + x_d}{2} \pm \sqrt{\frac{(x - x_d)^2}{4} - R_{\Sigma} R_{\Sigma d}}, \quad (7)$$

где  $x_c$  — статическое сопротивление емкости,  $R_{\Sigma} = R + r$ ,  $R_{\Sigma d} = R_d + r$ ;  $x$ ,  $x_d$  — интегральное и дифференциальное индуктивные сопротивления дросселя;

$R, R_d$  — интегральное и дифференциальное активные сопротивления дросселя, обусловленные потерями в стали.

Согласно (7), бистабильной области может и не быть, если подкоренное выражение обращается в нуль. Для многоустойчивой работы сопротивление источника (нагрузки) должно быть меньше критического

$$r < r_{кр} = -\frac{R+R_d}{2} + \sqrt{\frac{(R-R_d)^2}{4} - (x-x_{с.кр})^2},$$

где  $x_{с.кр} = \frac{x+x_d}{2}$  — критическое емкостное сопротивление.

При  $r < r_{кр}$  в системе возможны релейные эффекты и необходимо считать, что работа осуществляется от неидеального источника напряжения. При работе от неидеального источника тока ( $r > r_{кр}$ ) на интегральной вольтамперной характеристике контура наблюдается участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением.

Полагая контур консервативным, а  $r$  по-прежнему сопротивлением источника, можно получить для критического режима:

$$x_{с.кр} = \frac{x+x_d}{2}; \quad r_{кр} = x - x_{с.кр}. \quad (8)$$

Сравнивая выражения (8) и (6), убеждаемся в том, что для консервативных цепей критические параметры аналогичны.

IV. Рассмотрение феррорезонансных цепей как цепей с отрицательным сопротивлением позволяет получить довольно исчерпывающую информацию о режимах их работы, что подтверждается экспериментально как для параллельного, так и для последовательного контура [4]. Критические параметры, выраженные в одном случае через проводимости, а в другом — через сопротивления, свидетельствуют об общности методики расчета различных феррорезонансных цепей. Понятия источник тока, источник напряжения при рассмотрении цепей с отрицательным сопротивлением становятся более гибкими, универсальными.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Горяинов, И. Д. Абезгауз. Полупроводниковые приборы с отрицательным сопротивлением. «Энергия», 1966.
2. Л. А. Бессонов. Электрические цепи со сталью. ГЭИ, 1948.
3. Т. Хаяси. Нелинейные колебания в физических системах. «Мир», 1968.
4. А. И. Кутявин. Расчет релейных эффектов в последовательной феррорезонансной цепи. Известия ТПИ, т. 244, Пермь, изд-во ТГУ, 1972.