

ДВУХЧАСТОТНОЕ ФОРМИРОВАНИЕ ГОЛОГРАММ В КОРОТКОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ

В. А. БЕРДОНОСОВ, В. И. ГОРБУНОВ, А. К. СТОЯНОВ, Л. К. ЯНИСОВА

Гетеродинирование лазерного излучения позволило получить хорошие результаты в ряде практических применений лазерной техники [1,2]. При смещении когерентных излучений образуется сигнал биеений, частота, амплитуда и фаза которого позволяют получать информацию о прохождении этих излучений через какую-либо среду.

Известно, что голография позволяет фиксировать и затем восстанавливать амплитудно-фазовую информацию о предмете в отличие от других известных способов формирования изображения. Известно также, что для получения изображения предмета, находящегося в мутной среде, излучение видимого диапазона не всегда пригодно. В этом случае используют излучение, для которого данная среда прозрачна. Голограммы, сформированные излучением, лежащим вне видимой части спектра, обладают той особенностью, что для восстановления изображения необходимо изменять их масштаб в λ_1/λ_2 раз, где

λ_1 — длина волны, использовавшаяся на стадии восстановления,
 λ_2 — на стадии записи [3].

В работе рассматривается вариант записи таких голограмм, позволяющий восстанавливать видимое изображение без изменения их масштаба. Это достигается путем гетеродинирования коротковолнового лазерного излучения на стадии формирования голограмм.

Одновременное использование излучения двух длин волн обсуждалось в ряде работ по голографической интерферометрии [4,5], где с помощью такого приема изменялась чувствительность схемы. Для решения задачи масштабного преобразования гетеродинирование предлагалось в акустической голографии [6], где оно производилось на стадии восстановления видимого изображения.

Рассмотрим получение голограммы точки с использованием смешивания двух частот коротковолнового диапазона на стадии ее записи (рис. 1).

Из точки 1 в точку Р приходит волна $\varphi_1 = e^{i \cdot k_1 \cdot r_1 - i \cdot \omega_1 \cdot t} + e^{i \cdot k_2 \cdot r_2 - i \cdot \omega_2 \cdot t}$, где k_1 и k_2 — волновые числа, ω_1 и ω_2 — частоты. Из точки 2 в точку Р приходит волна, образованная составляющими с теми же длинами волн $\varphi_2 = e^{i \cdot k_1 \cdot r_2 - i \cdot \omega_1 \cdot t} + e^{i \cdot k_2 \cdot r_2 - i \cdot \omega_2 \cdot t}$. Здесь r_1 и r_2 — расстояния от точек 1 и 2 до точки Р.

Интерференция сложных фронтов φ_1 и φ_2 позволяет получить амплитудно-фазовую информацию, закодированную в вариациях коэффициента амплитудного пропускания голограммы, в первом приближении

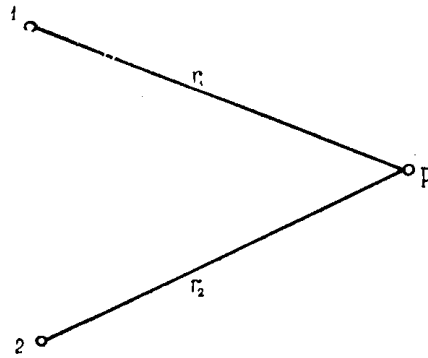


Рис. 1. Схема получения голограммы точки.

пропорционального зарегистрированной интенсивности J . Легко показать, что она равна

$$I = \langle |\varphi_1 + \varphi_2|^2 \rangle = I_0 + A \cdot \cos \frac{\Delta k \cdot \Delta r}{2} \cdot \cos \frac{(k_1 + k_2) \Delta r}{2}, \quad (1)$$

где скобки $\langle \rangle$ означают операцию усреднения по времени; J_0 и A — константы; $\Delta k = k_1 - k_2$, $\Delta r = r_2 - r_1$. График изменения интенсивности представлен на рис. 2. Нетрудно заметить, что в распределении J присутствуют две пространственные частоты: несущая $\nu_1 \sim \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$

и огибающая $\nu_2 \sim \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \cdot \lambda_2}$. Очевидно, можно подобрать величины λ_1 и λ_2 такие, что размеры огибающей ν_2 будут соизмеримы с длиной волны, лежащей в видимой части спектра. Тогда при освещении голограммы светом длиной волны $\lambda_0 \sim \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$ его дифракция будет обусловлена вариациями коэффициента амплитудного пропускания, зависящими от огибающей ν_2 .

Рассмотрим подробнее свойства таких голограмм.

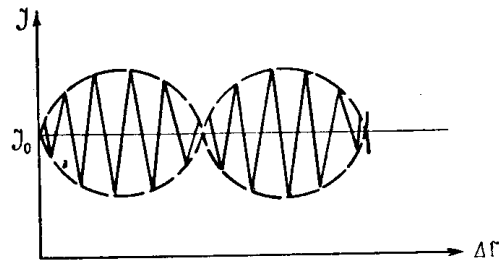


Рис. 2. График распределения зарегистрированной интенсивности.

Запись голограмм

Пусть формирование происходит в коротковолновом диапазоне по схеме фурье-голографии [7] с двумя точечными отверстиями. Выбор этой схемы диктовался только удобствами записи в данном диапазоне. Принципиально анализ осуществим и для других схем голографирования. Дифрагированное поле $\psi(\vec{x})$ в плоскости \vec{x} , удаленной от предмета, равно

$$\Psi(\vec{x}) = \int \Gamma(\vec{\xi}) \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{\xi})}{\partial n} d\vec{\xi}, \quad (2)$$

где $\Gamma(\vec{\xi})$ — граничное условие для волн в плоскости предмета $\vec{\xi}$;

$\frac{\partial G(\vec{x}, \vec{\xi})}{\partial \cdot n}$ — производная функции Грина по нормали к волновому фронту.

Граничное условие для волн с волновым числом k_1 и единичной амплитудой

$$\Gamma_1(\vec{\xi}) = \delta(\vec{\xi} - \vec{\xi}_0) + D(\vec{\xi}) \quad (3)$$

с волновым числом k_2

$$\Gamma_2(\vec{\xi}) = \delta(\vec{\xi} - \vec{\xi}) + D(\vec{\xi}). \quad (4)$$

Выражение (3) описывает координатную часть возмущенной волны в предположении, что предмет является рассеивателем Рэлея. Подставляя граничные условия (3) и (4) в (2) и используя обычные параксиальные приближения для функции Грина, получим для возмущенных волн выражения:

$$\Psi_1(\vec{x}, t) = (C_1 \exp\{i \cdot k_1 \cdot z_1\} \int [\delta(\vec{\xi} - \vec{\xi}_0) + D(\vec{\xi})] \exp\left\{\frac{i \cdot k_1 (\vec{x} - \vec{\xi})^2}{2z_1}\right\} \times \\ \times d\vec{\xi} e^{-i \cdot \omega_1 \cdot t}, \quad (5)$$

$$\Psi_2(\vec{x}, t) = (C_2 \exp\{i \cdot k_2 \cdot z_1\} \int [\delta(\vec{\xi} + \vec{\xi}_0) + D(\vec{\xi})] \exp\left\{\frac{i \cdot k_2 (\vec{x} - \vec{\xi})^2}{2z_1}\right\} \times \\ \times d\vec{\xi} e^{i \cdot \omega_2 \cdot t}. \quad (6)$$

В дальнейшем будем рассматривать формирование голограмм в дальней зоне предмета, т. е. накладываем условие

$$\frac{k_1 |\vec{\xi}|^2_{\max}}{2z_1} \ll 1; \quad \frac{k_2 |\vec{\xi}|^2_{\max}}{2z_1} \ll 1.$$

Тогда опорная волна запишется как

$$\Psi(\vec{x}, t) = C_1 \exp\left\{ik_1 z_1 + ik_1 \frac{|\vec{x} - \vec{\xi}_0|^2}{2z_1}\right\} e^{-i \cdot \omega_1 \cdot t} + \\ + C_2 \exp\left\{i \cdot k_2 \cdot z_1 + \frac{i \cdot k_2 |\vec{x} + \vec{\xi}_0|^2}{2z_1}\right\} e^{-i \cdot \omega_2 \cdot t}, \quad (7)$$

предметная

$$\Psi_n(\vec{x}, t) = [C_1 \exp\left\{i \cdot k_1 \cdot z_1 + \frac{i \cdot k_1 |\vec{x}|^2}{2z_1}\right\} \int D(\vec{\xi}) \exp \times \\ \times \left\{\frac{-ik_1 \cdot \vec{x} \cdot \vec{\xi}}{z_1}\right\} d\vec{\xi}] e^{-i \cdot \omega_1 \cdot t} + [C_2 \exp\left\{i \cdot k_2 \cdot z_1 + \frac{ik_2 |\vec{x}|^2}{2z_1}\right\} \times \\ \times \int D(\vec{\xi}) \exp\left\{\frac{-i \cdot k_2 \vec{x} \cdot \vec{\xi}}{z_1}\right\} d\vec{\xi}] e^{-i \cdot \omega_2 \cdot t}, \quad (8)$$

где

$$C_1 \approx -\frac{ik_1}{2\pi z_1}; \quad C_2 \approx -\frac{ik_2}{2\pi z_1}.$$

Интенсивность, зарегистрированная голограммой, равна

$$I(\vec{x}) = \langle |\Psi_0(\vec{x}, t) + \Psi_n(\vec{x}, t)|^2 \rangle = \langle |\Psi_0|^2 \rangle + \langle |\Psi_n|^2 \rangle + \langle \Psi_0^* \Psi_n \rangle + \langle \Psi_0 \Psi_n^* \rangle. \quad (9)$$

Усреднение первых двух членов дает составляющую, ответственную за возникновение фона I_0 . Интересующая нас информация содержится в перекрестных членах. Рассмотрим подробнее член $\langle \Psi_0^* \Psi_n \rangle$. Проведем несложные, но громоздкие расчеты, получим

$$\begin{aligned} \langle \Psi_0^* \Psi_n \rangle = & |B_0|^2 \int D(\xi) \exp \times \\ & \times \left\{ \frac{i \cdot k_1 (y - y_1) + i \cdot k_2 (y - y_2) - i(k_1 + k_2) \frac{\vec{x} \cdot \vec{\xi}}{z_1}}{2} \right\} \times \\ & \times \cos \left[-k_1 (y - y_1) + k_2 (y - y_2) + \frac{\Delta k \vec{x} \cdot \vec{\xi}}{z_1} \right] d\vec{\xi} + \\ & + 2 |B_0|^2 \int D(\vec{\xi}) \exp \left\{ i \cdot k_1 \cdot y - i \cdot k_1 \cdot y_1 - \frac{i \Delta k \vec{x} \cdot \vec{\xi}}{2z_1} - \frac{i(k_1 + k_2) \vec{x} \cdot \vec{\xi}}{2z_1} \right\} \times \\ & \times d\vec{\xi} + |B_0|^2 \int D(\vec{\xi}) \exp \left\{ \frac{i \Delta k y - i(k_1 y_1 - k_2 y_2)}{2} - \frac{i \Delta k \vec{x} \cdot \vec{\xi}}{2z_1} \right\} \times \\ & \times \cos \left(\frac{-k_1 (y - y_1) - k_2 (y - y_2)}{2} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{\xi} (k_1 + k_2)}{2z_1} \right) d\vec{\xi}. \quad (10) \end{aligned}$$

Обозначения

$$\begin{aligned} y_1 = z_1 + \frac{|\vec{x} - \vec{\xi}_0|^2}{2z_1}; \quad y_2 = z_1 + \frac{|\vec{x} + \vec{\xi}_0|^2}{2z_1}; \\ \Delta k = k_1 - k_2; \quad y = z_1 + \frac{|\vec{x}|^2}{2z_1}; \quad |B_0|^2 = k_1^2 + k_2^2, \quad (11) \end{aligned}$$

Как известно, изображение восстанавливается за счет членов

$$\langle \Psi_0^* \Psi_n \rangle \text{ и } \langle \Psi_n^* \Psi_0 \rangle.$$

Восстановление изображения

Предположим, произведена соответствующая обработка голограммы и коэффициент пропускания $T(\vec{x}) \sim I(\vec{x})$. Осветим полученную голограмму нормально падающей плоской световой волной единичной амплитуды (рис. 4). Тогда в плоскости изображения $\vec{\alpha}$ амплитуда прошедшей волны $\Phi(\vec{\alpha})$ равна

$$\Phi(\vec{\alpha}) \approx C \exp \{i \cdot k \cdot z\} \int I(\vec{x}) \exp \left\{ \frac{i \cdot k \cdot |\vec{x} - \vec{\alpha}|^2}{2z} \right\} d\vec{x}, \quad (12)$$

где $C \approx -\frac{i \cdot k}{2\pi z}$.

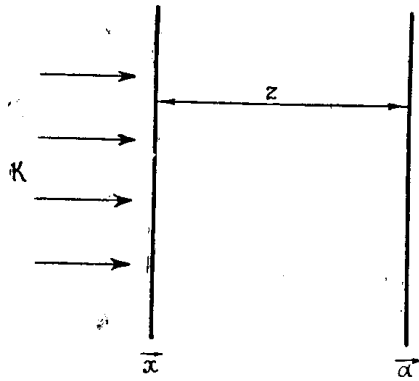


Рис. 3. Схема формирования голограммы: 1 и 2 — точечные отверстия; $D(\vec{\zeta})$ — функция пропускания плоского предмета; $\vec{\zeta}$ — вектор в плоскости предмета; \vec{x} — вектор в плоскости голограммы; $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}$ и $k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}$ — волновые числа нормально падающих плоских волн.

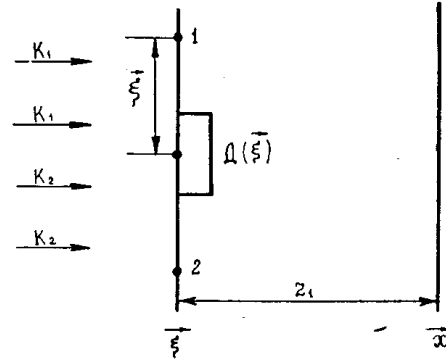


Рис. 4. Схема восстановления изображения: $\vec{\alpha}$ — вектор в плоскости изображения; \vec{x} — вектор в плоскости голограммы; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число нормально падающей плоской световой волны.

Одним из способов устранения влияния квадратичного члена $\exp\left\{\frac{i \cdot k \cdot |\vec{x}|^2}{2z}\right\}$ в (12) является восстановление изображения в дальней зоне голограммы, для чего необходимо соблюдение неравенства

$$\frac{|\vec{x}|^2_{\max}}{\lambda \cdot z} \ll 1. \quad (13)$$

Если параметры записи и восстановления таковы, что соблюдается равенство

$$\frac{\Delta k}{2z_1} = \frac{k}{z}, \quad (14)$$

то, проделав для $\langle \Psi_0 \Psi_n^* \rangle$ расчеты, подобные применявшимся при получении $\langle \Psi_0^* \Psi_n \rangle$ и подставив все необходимые выражения в (12), получим следующую структуру изображения:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{\alpha}) = & \Phi_0(\vec{\alpha}) + \left\{ B_1 \left[D\left(-\frac{\vec{\alpha}}{m_1} - \vec{\xi}_0\right) + D^*\left(-\frac{\vec{\alpha}}{m_1} - \vec{\xi}_0\right) \right] - \right. \\ & - B_2 \left[D\left(-\frac{\vec{\alpha}}{m_1} - \vec{\xi}_0\right) + D^*\left(\frac{\vec{\alpha}}{m_1} - \vec{\xi}_0\right) \right] + B D\left(-\frac{\vec{\alpha}}{m_2} + \vec{\xi}_0\right) - \\ & \left. - B D\left(-\frac{\vec{\alpha}}{m_2} + \vec{\xi}_0\right) - B_3 D^*\left(\frac{\vec{\alpha}}{m_2} - \vec{\xi}_0\right) \right\} \exp\left\{\frac{i \cdot k \cdot |\vec{\alpha}|^2}{2z}\right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

где B, B_1, B_2, B_3 — константы, зависящие от условий записи и восстановления;

$\Phi_0(\vec{\alpha})$ — составляющая, обусловленная фоном I_0 ;
 $m_1 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} - 1$; $m_2 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} + 1$ — коэффициенты увеличения.

Анализ

Из соотношения (13) можно установить связь между параметрами записи и реконструкции. Получим

$$\Lambda z = 2z_1 \cdot \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}, \quad (16)$$

где $\Lambda = \frac{2\pi}{k}$ — длина волны восстановления,

z — расстояние от голограммы до изображения.

При достаточно малой разнице $\lambda_1 - \lambda_2$ можно добиться того, что значение Λz будет соответствовать восстановлению в видимом свете. В соответствии со значением Λ изображение будет появляться на разных расстояниях z . Из (15) видно, что неискаженное членом

$\exp \left\{ \frac{i \cdot k \cdot |\vec{\alpha}|^2}{2z} \right\}$ изображение получается при $z = \infty$. Применяя фокусирующую линзу, можно приблизить его из бесконечности на более удобное для рассмотрения расстояние.

Согласно (15), мы получим два неискаженных изображения, симметричных относительно точки $+\vec{\xi}_0$ и два искаженных — симметричных относительно $\vec{\xi}_0$. В обоих случаях одно изображение ярче фона, другое — темнее; одно прямое, другое перевернутое.

Выводы

Проведенные расчеты показывают, что формирование голограмм излучением, лежащим вне видимой части спектра, можно осуществить таким образом, что отпадает надобность в изменении масштаба голограмм при восстановлении изображения. Полученные изображения увеличены, и коэффициент увеличения m зависит от соотношения длин волн, применявшихся на стадии записи, в отличие от обычных схем голографирования, где m зависит от соотношения длин волн на стадиях записи и восстановления.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Mascoviski. Appl. Phys. Lett., 14, (1969), 166—168.
2. M. Bertolotti. Appl. Optics, 10 (1971), 42—45.
3. В. И. Телешевский. Материалы I Всесоюзной школы по голографии. Л., 1971.
4. К. С. Мустафин. Материалы II Всесоюзной школы по голографии. Л., 1971.
5. F. Wege, O. M. Frickrich and A. A. Dayal. 21 st, „Annual Southwestern IEE. Conference“, San Antonio, Texas, April, 1969.
6. L. C. Стоуп. IEEE Trans, Apr. SU-18, N 2, 86—89, 1971.
7. Дж. Строук. Введение в когерентную оптику и голографию. М., «Мир», 1967.