

## О РАЦИОНАЛЬНОМ ПОСТРОЕНИИ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ЛАБОРАТОРИЙ

### ЧАСТЬ I

Э. И. ЦИМБАЛИСТ

(Представлена научным семинаром кафедры радиотехники)

Представлена система метрологического обслуживания в виде графа Кёнига. Разработаны алгоритмы выявления компонент связности, точек сочленения и блоков графа. Алгоритмы проиллюстрированы примерами.

Иллюстраций 4, библиографий 2.

Выбор структуры метрологического обеспечения (СМО) при поверках рабочих средств измерений и комплектование на ее основе метрологических лабораторий являются комплексной проблемой, для решения которой требуется учитывать ряд взаимосвязанных факторов.

Будем рассматривать совокупность рабочих средств измерений, в СМО, подлежащих поверке, и образцовые меры и приборы измерений, образующие поверочные схемы для измерения  $i$ -го (электрического) параметра как некоторую сложную систему, основанную на функционально-целевом подходе. Как правило, для минимизации целевой функции при синтезе оптимальной СМО необходимо большое количество априорной информации, количественно описывающей связи в системе. Отсутствие такой информации в полной мере\* заставляет разработчиков использовать частные критерии качества функционирования системы, приводящие к принятию квазиоптимальных (рациональных) решений, использующих наряду с другими экспертные оценки.

Рассмотрим задачу разделения СМО на конечное число метрологических лабораторий: решение ее иллюстрируют примеры принятия рациональных решений при различных видах целевой функции.

Представление СМО графом Кёнига. Пусть имеется конечное множество рабочих средств измерений (РСИ)  $X' = \{x_1, x_2 \dots x_n\}$ , поступающих на поверку (рис. 1). Каждое  $x \in X'$  характеризуется рядом (электрических) параметров, контролируемых в процессе поверки, которые образуют множества поверяемых параметров  $A = \{\alpha, \beta \dots \varepsilon\}, B = \{\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n; \beta_1, \beta_2 \dots \beta_m; \dots \varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_k\}$ ,

причем  $\alpha = \alpha_1 \cup \alpha_2 \dots \cup \alpha_n; \alpha_1 \cap \alpha_2 \dots \cap \alpha_n = \emptyset$  и т. д. Для определения элементов множества  $X'' = \{y_1, y_2 \dots y_m\}$  образцовых средств измерений (ОСИ) проанализируем нормативно-техническую документацию

\* Практически во всей нормативно-технической документации Государственной системы измерений отсутствуют или неявно выражены данные по времени поверки одного средства измерения (одного параметра средства измерения), производительности и стоимости образцовых средств и приборов измерений и т. д.

Государственной системы измерений, в том числе и поверочные схемы, приведенные в рекомендациях по стандартизации СЭВ.

Рассматривая элементы множеств  $X'$  и  $X''$  как первую совокупность объектов, а взаимосвязи между элементами  $X'$  и  $X''$  как вторую

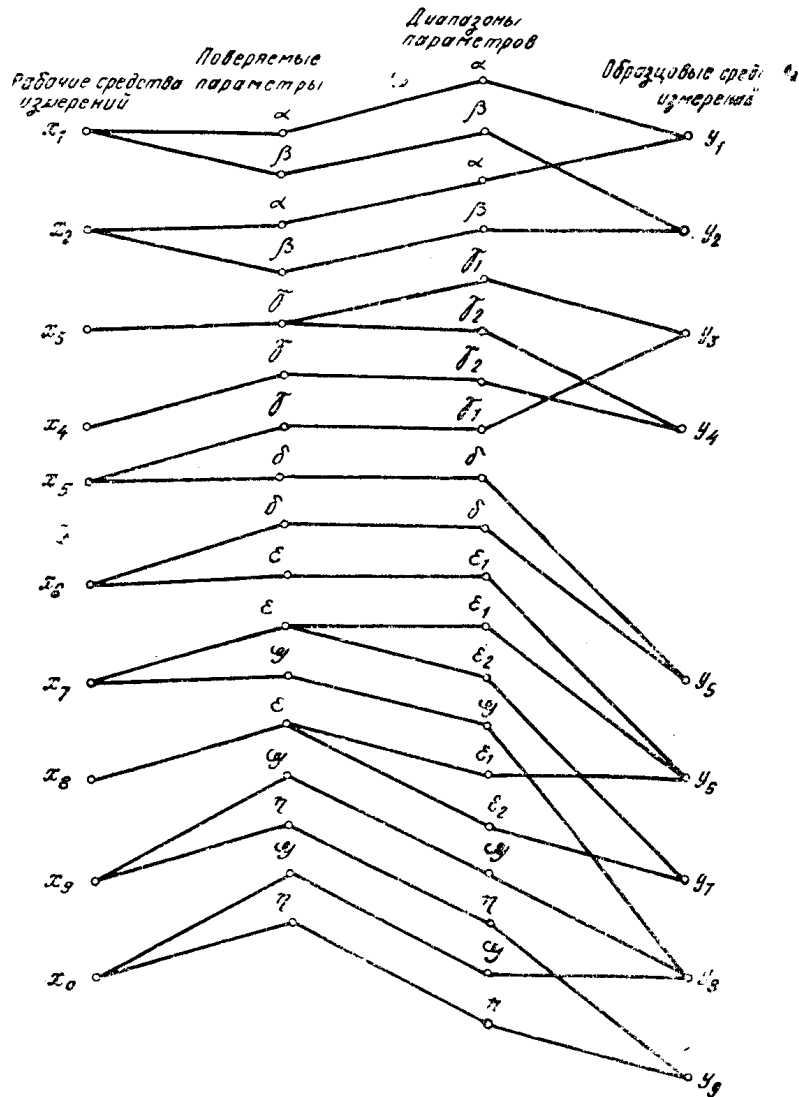


Рис. 1

совокупность объектов, определенную некоторым инцидентором, построим граф Кёнига  $L(X, U)$  (рис. 2) для которого, как известно [1],

$$\forall x, u \in X [xu \in U \rightarrow (x \in X' \& u \in X'') \vee (x \in X'' \& u \in X')], \quad (1)$$

$$X = X' \cup X''.$$

Таким образом, СМО может быть сведена к графу Кёнига, на наш взгляд, наиболее естественному представлению связей между образцовыми и рабочими средствами измерения. Благодаря тому, что в  $X'$  (или  $X''$ ) элементы не смежны друг с другом, задача разделения СМО на конечное число метрологических лабораторий является вариантом известной задачи о назначениях и сводится к разделению  $L(X, U)$  путем дублирования некоторых образцовых средств измерения при сохранении всех ребер исходного графа.

Граничные варианты разделения. Пусть исходный граф (I), изоморфный некоторой СМО, имеет  $n(L) = n_0(L) + n_p(L)$  вершин,  $m(L)$  ребер и  $\kappa(L)$  компонент связности, где  $n_0(L)$  и  $n_p(L)$  соответственно число ОСИ и РСИ. Оценим минимальное и максималь-

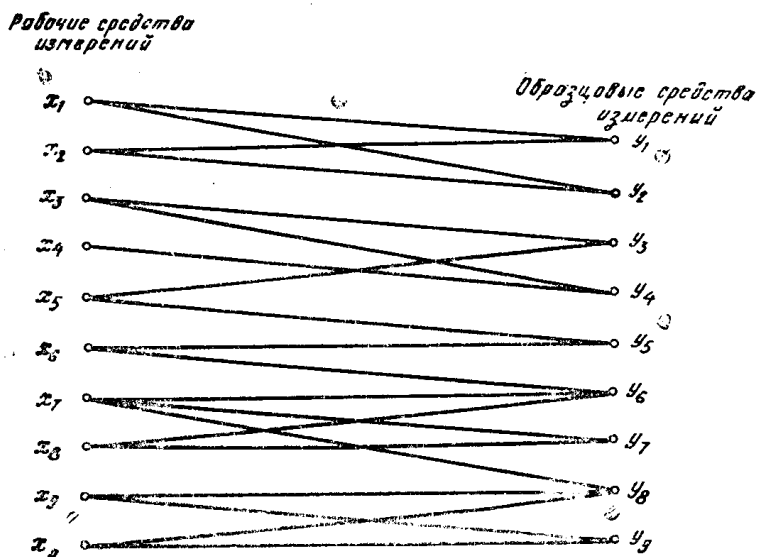


Рис. 2

ное количество образцовых средств  $n_0^{\Sigma}$ , необходимое для разделения системы на  $\kappa$  частей.

Минимальное число ОСИ равно  $n_0(L)$ , если разбивку графа провести по его компонентам связности, причем  $\kappa(L) \geq \kappa$ ,

то есть

$$(n_0^{\Sigma})_{\min} = \sum_{i=1}^{\kappa} (n_0)_i = n_0(L). \quad (2)$$

При выполнении (2), что в общем случае маловероятно, входной поток РСИ разделится на  $\kappa$  неодинаковых частей, внутри каждой  $\kappa$ -й лаборатории может быть обеспечен либо последовательный, либо параллельно-последовательный метод поверки.

Максимальное число ОСИ, сохраняющее исходную связность графа, равно  $m(L)$ , т. е.

$$(n_0^{\Sigma})_{\max} = \sum_{i=1}^{\kappa} (n_0)_i = m(L). \quad (3)$$

Реализовав (3), получим новый граф  $L_1 = (X_1, U)$ , в котором мощность  $X_1^*$  увеличилась на  $m(L) - n_0(L)$  образцовых приборов, при этом можно организовать  $\kappa$  лабораторий [ $\kappa \leq \kappa(L_1)$ ], в которых будет обеспечиваться параллельный метод поверки. Таким образом, реальное число ОСИ лежит в пределах

$$n_0(L) \leq n_0^{\Sigma} \leq m(L)$$

и зависит от структуры (1) и принятого метода поверки, а первым шагом разделения СМО на лаборатории является определение компонент связности и выявление множества вершин, порождающих эти компоненты.

Алгоритм выявления компонент связности. Поиск  $\kappa(L)$  и множества вершин, им соответствующих, может быть проведен известными способами, например, используя процедуру возведения

матрицы смежности графа в степень до получения «установившейся матрицы» или применяя алгоритм разметки вершин. Ниже описан алгоритм, основанный на применении теоретико-множественного метода анализа и пригодный как для ручных расчетов, так и для ЦВМ [2].

В исходном графе (1) удаляются и запоминаются (индекс удаленной вершины приписывается в смежной) вершины со степенью  $S = 1$ . Для оставшихся вершин по графу или по его матрице смежности составляется таблица  $\beta(j/l_j)$ :

$$\begin{array}{l} 1 \text{ ————— } l_1 \\ 2 \text{ ————— } l_2 \\ \dots \dots \dots \\ j \text{ ————— } l_j \\ \dots \dots \dots \\ n \text{ ————— } l_n \end{array}$$

где  $l_j$  — множество индексов вершин, инцидентных  $j$ -й;  $n = n(L)$ . Найдем  $p$ -ходовые пути ( $p = 1, 2, \dots, n-1$ ) от любой выбранной  $j$ -ой вершины, проводя векторное произведение с символами над полем по модулю 2. После каждого последующего шага алгоритма производится объединение множеств индексов вершин, смежных с исходной через пути длиной 1, 2, ...  $n-1$ . Если  $p \leq n-1$  и образованное множество равно исходному, то алгоритм заканчивается и  $\kappa(L) = 1$ . В противном случае часть вершин графа недостижима из выбранной  $j$ -й и  $\kappa(L) > 1$ . Из оставшихся вершин снова выбирается любая и алгоритм повторяется, заканчиваясь тогда, когда множества  $C_i$  и  $C_{i+1}$ , полученные на  $i$ -м и  $i+1$  шагах, одинаковы.

Пример 1. Найти  $\kappa(L)$  и порождающие каждую компоненту множества вершины графа (рис. 3).

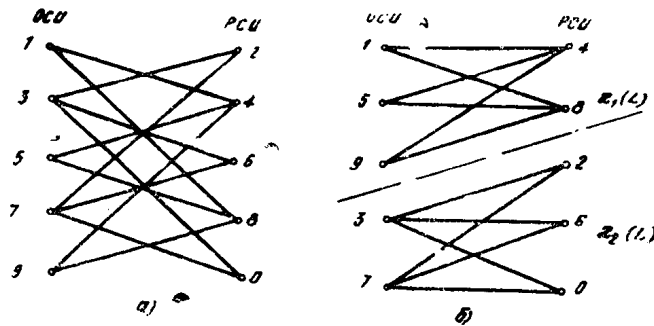


Рис. 3

1. Составляем  $\beta(j/l_j)$ :

- 1—48    2—37
- 3—260    4—159
- 5—48    6—37
- 7—260    8—159
- 9—48    10—37

2. Пусть  $j = 1$ , тогда в (4') имеем одноходовые пути 14 и 18 и  $C_1 = \{1, 4, 8\}$ .

3. Находим 2-ходовые пути  $\left[ 1 \frac{1}{159} \right]_2 = 145; 149; \left[ 1 \frac{8}{159} \right]_2 = 185; 189; C_2 = \{1, 4, 5, 8, 9\}$ .

4. При  $p = 3$  имеем  $\left[ 14 \frac{5}{48} \right]_2 = 1458; \dots \left[ 18 \frac{9}{48} \right]_2 = 1894$ .

При этом  $C_3 = C_2 = \{1, 4, 5, 8, 9\}$  и  $\kappa(L) > 1$ , причем  $\kappa_1(L)$  образуется вершинами 1, 4, 5, 8, 9. Проводя аналогичные операции, найдем, что  $\kappa_2(L)$  включает в себя вершины 2, 3, 6, 7, 0 (рис. 3б). В заключение отметим, что для простых графов конечная информация может быть прослежена непосредственно из (4').

Определение точек сочленения и блоков графа. Если после нахождения  $\kappa(L)$  окажется, что число компонент связности меньше  $\kappa$ , то для их увеличения необходимо

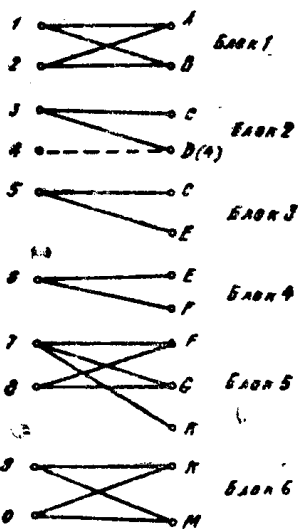


Рис. 4

произвести видоизменение (1) путем дублирования некоторых вершин, соответствующих ОСИ. В теории графов эта задача решается путем нахождения точек сочленения и блоков графа [1].

Найдем среди  $\kappa(L)$  компоненту(ы) связности с наибольшей мощностью множества порождающих ее вершин. Удалим по одному элементу  $y_i$  множества ОСИ, входящие в исследуемую компоненту, и применим для вновь полученного подграфа алгоритм выявления компонент связности. По завершении данной процедуры будут определены точки сочленения исследуемой компоненты, т. е. ее вершины, удаление которых (по одной) приводит к увеличению числа компонент связности\*. Определив точки сочленения, можно определить блоки графа, т. е. максимальные связные подграфы, не имеющие своих точек сочленения.

Пример 2. Определить блоки наибольшей компоненты связности графа (рис. 2). При удалении последовательно по одной вершине  $y_1 = C, y_2 = D, \dots, y_7 = M$  и применении алгоритма выявления  $\kappa(L)$  имеем:

- 1)  $\kappa(L_C) > \kappa_2(L)$  для  $L_C: \{3D(4)\}, \{5, 6, 7, 8, 9, 0, E, F, G, K, M\}$ ;
- 2)  $\kappa(L_{D(4)}) = \kappa_2(L)$ ;
- 3)  $\kappa(L_E) > \kappa_2(L)$  для  $L_E: \{3, 5, C, D(4)\}, \{6, 7, 8, 9, 0, F, G, K, M\}$ ;
- 4)  $\kappa(L_F) > \kappa_2(L)$  для  $L_F: \{3, 5, 6, C, D(4), E\}, \{7, 8, 9, 0, G, K, M\}$ ;
- 5)  $\kappa(L_G) = \kappa_2(L)$ ;
- 6)  $\kappa(L_K) > \kappa_2(L)$  для  $L_K: \{3, 5, 6, 7, 8, C, D(4), E, F, G\}, \{9, 0, M\}$ ;
- 67)  $\kappa(L_M) = \kappa_2(L)**$ .

Дублируя точки сочленения  $C, E, F, K$ , получим, наряду с  $\kappa_1(L)$  шесть блоков (рис. 4).

- 1)  $\{1, 2, A, B\}$ , 2)  $\{3CD(4)\}$ , 3)  $\{5, C, E\}$ , 4)  $\{6, E, F\}$ , 5)  $\{7, 8, F, G, K\}$ , 6)  $\{9, 0, K, M\}$ .

Таким образом, в рассматриваемом графе образованы шесть блоков, полученных путем увеличения  $n_0(L)$  на 4 образцовых средства измерения. Если  $\kappa \leq 6$ , то в зависимости от вида целевой функции может быть обеспечен рациональный синтез состава лаборатории на основе исходных блоков.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Зыков. Теория конечных графов. Новосибирск, «Наука», 1969.
2. Э. И. Цимбалист, Л. А. Наумов. Алгоритмы анализа систем, представленных сигнальным графом. Известия вузов СССР, «Радиоэлектроника», 1973, № 6.

\* При отсутствии точек сочленения в исследуемом графе находятся точки двойного сочленения и т. д.

\*\* Напоминаем, что при составлении блоков использовано ограничение — удаляться могут только вершины из множества  $X$ .